

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ВЛАГО- И ТЕПЛООБМЕНА В УСЛОВИЯХ ПЕЩЕРНОГО КОМПЛЕКСА КИЕВО-ПЕЧЕРСКОЙ ЛАВРЫ

А.Б. Ситников

Институт геологических наук НАН Украины, Киев, E-mail: geoj@bigmir.net

Доктор геолого-минералогических наук, профессор, заведующий лабораторией техногенной гидрогеологии.

Изложены теоретические и методические основы изучения влажностного и температурного состояния пещерного воздуха и окружающих грунтов, включающие современные представления о компетентных для исследуемой среды элементарных объемах и временах, о так называемых эмпирических поправках эффективности к геометрическим характеристикам гетерогенных грунтов. Приведены исходные для практического исследования физико-математические модели сохранения баланса влаги и количества движения, а также баланса тепла с учетом ламинарного и конвективного потоков в пещерном воздухе. Для применения рекомендуются законы движения влаги и теплопроводности с обоснованием соответствующих коэффициентов массо- и теплопереноса. Предложены критерии подобия с целью упрощения изучаемых процессов.

Ключевые слова: влага, теплота, обмен, влаготеплоперенос, воздух, пещеры, законы состояния, модели, грунты.

THE SCIENTIFIC FOUNDATIONS OF MOISTURE AND HEAT EXCHANGE UNDER THE CONDITIONS OF CAVE COMPLEX OF KYIV PECHERSK LAVRA

A.B. Sitnikov

INSTITUTE of GEOLOGICAL SCIENCES of NAS UKRAINE, Kiev, Ukraine,

E-mail: geoj@bigmir.net

Doctor of geological-mineralogical sciences, professor, chief of technogenic hydrogeology laboratory.

The theoretical and methodical foundations in the study of moisture and temperature conditions of cave air and surrounding soils, which involve the recent conceptions about elementary volumes and times competent for the examined surroundings, so called empirical corrections to efficiency concerning to geometrical characteristics of heterogenic soils are represented. The primary physico-chemical models of moisture balance and momentum conservation as well as heat balance needed for practical study with respect to laminar and convective fluxes in cave air are presented. The moisture movement and heat conduction laws together with the suitable mass-heat transfer coefficients are recommended for application. The similarity criteria aimed to simplify the investigated processes are proposed.

Key words: moisture, heat, exchange, heat-moisture transfer, air, caves, laws of state, models, soils.

НАУКОВІ ОСНОВИ ВОЛОГО- ТА ТЕПЛООБМІНУ В УМОВАХ ПЕЩЕРНОГО КОМПЛЕКСУ КИЄВО-ПЕЧЕРСЬКОЇ ЛАВРИ

А.Б. Ситніков

Институт геологічних наук НАН України, Київ, E-mail: geoj@bigmir.net

Доктор геолого-мінералогічних наук, професор, завідувач лабораторії техногенної гідрогеології.

Викладені теоретичні та методичні основи вивчення вологого та температурного стану пещерного повітря та навколишніх ґрунтів, які включають сучасні уявлення про компетентні для середовища, що досліджується, елементарні об'єми та часи, про так звані емпіричні

поправки ефективності до геометричних характеристик гетерогенних ґрунтів. Наведені висхідні для практичного дослідження фізико-математичні моделі збереження балансу вологи та кількості руху, а також балансу тепла з урахуванням ламінарного та конвективного потоків у печерному повітрі. Для застосування рекомендовані закони руху вологи і теплопровідності з обґрунтуванням відповідних коефіцієнтів масо- і теплопереносу. Запропоновані критерії подібності з метою спрощення процесів, що вивчаються.

Ключові слова: волога, теплота, обмін, вологотеплоперенос, повітря, печери, закони стану, моделі, ґрунти.

Назрела необхідність в обґрунтуванні режимів вологи і температури в межах підземних споруджень, в частині печерного комплексу Києво-Печерської Лаври, з метою збереження історичних раритетів, інженерних споруджень господарської діяльності і, нарешті, здійснення їх релігійного і музейного призначення.

С неблагоприятним порушенням вологості і температурного режимів, особливо повітряного підземного простору, а також оточуючих ґрунтів пов'язано обрушення і руйнування печер, намокання стінок, корозія кріплень, руйнування стінової живопису і культових об'єктів, а також поява небезпечних мікроорганізмів, що призводять до порушення цілості муміфікованих «святих мощей». Крім того, вказані режими повинні бути сприятливими для екскурсантів і обслуговуваних святих місць працівників.

В печерному комплексі Лаври проводяться регулярні багаторічні візуальні спостереження за станом печер, а також за режимом парообразної вологи, температурою характерних печер, за витратою вологи в ґрунті, рівнем і мінералізацією ґрунтових вод, в тому числі спеціальні гідрофізичні експерименти [Рыбин і др., 1991]. Самі ці експерименти і спостереження свідчать про необхідність удосконалення моніторингу за водним і тепловим станом середовища, достовірного по просторовому розташуванню датчиків, їх режиму роботи і конструктивним особливостям. Потрібно достовірно обґрунтовані рекомендації по охоронних заходах і оптимальному режиму екскурсій.

Незважаючи на очевидну актуальність означених вище організаційно-господарських і природоохоронних завдань, рішення поставлених проблемних питань неможливо без надійних наукових досліджень.

Сучасний методичний і теоретичний характер. Сучасна наука ставить на порядку дня рішення проблеми, пов'язаної з достовірністю проводимих досліджень. По нашому переконанню, поняття «достовірність» обумовлено в основному такими критеріями: осмисленістю фізико-хімічної і геологічної сутності, детермінізмом (100%-на причинна обумовленість), компетентністю елементарних розмірів (об'єму) і часу, контролюваністю чисельних і параметричних похибок (см. роботу [Ситников, 2010]). Детермінізму і фізичної визначеності необхідно дотримуватися, характеризує рівняння і закони стану, параметри і основопологаючі величини, розмір вивчаемого простору, конструкцію датчиків і режим спостережень, а також методи експериментальних досліджень, прогнозувальні чисельні і обробки результатів досліджень. При недостатній вивченості деяких питань, в частині ролі компетентних розмірів і часу, похибок вихідних параметрів і пр., потрібно застосовувати способи отримання крайніх значень, хоча б пессимістичних [Ситников, 2010].

Для попередньої оцінки компетентних елементарних об'ємів ґрунтів рекомендуємо наступну формулу:

$$\delta V_{гр} = \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z = \frac{(N_{ТВ})_j \cdot 4/3\pi(r_{ТВ})_j^3}{(G_{ТВ})_j \cdot W_{ТВ}},$$

де δ – символ, що вказує на компетентність; $\delta V_{гр}$ – компетентний елементарний об'єм ґрунту, м³; $(N_{ТВ})_j$ – кількість твердих частинок в j -й фракційній частині компетентного об'єму ґрунту; $W_{ТВ}$ – відносне об'ємне вміщення твердих частинок в ґрунті радіусом $(r_{ТВ})_j$; $(G_{ТВ})_j$ – частковий вміст частинок з радіусом $(r_{ТВ})_j$ порівняно з усім об'ємом твердої фази ґрунту.

Целесообразно также компетентный объем оценить как объем, равный 100-кратному увеличению объема наибольшей поры грунта. Если учесть мнение, изложенное в работе [Ситников, 2010], для типовых в Украине литологических разностей четвертичных отложений $\delta V_{гр}$ в первом приближении равен: для суглинков – 10^{-3} м^3 (1 дм^3), для глин и однородных песков – 10^{-5} м^3 (10 см^3), для супесей – 10^{-4} м^3 (100 см^3). Следует отметить, что идеальная компетентность объема определяет требование, чтобы в гомогенной среде $W_p = W_k$, т.е. $\delta V_p = \delta V_k$, а в гетерогенной среде –

$$W_{пор} = \frac{\delta V_{пор}}{\delta V_{гр}} = \frac{\delta S_{пор}}{\delta S_{гр}} = \frac{\delta \ell_{пор}}{\delta \ell_{гр}},$$

где $S_{пор}$ – площадь пор, м^2 ; $\ell_{пор}$ – линейный размер пор, м; W – относительное объемное содержание, б/р; V – объем, м^3 ; $p, k, пор$ – индексы, указывающие на жидкий поровый раствор, растворенную компоненту, поровое пространство. Это значит, что приведенная компетентность свидетельствует о равенстве объемных пор с так называемыми поверхностными и линейными порами. В случае их несовпадения, по-видимому, для обеспечения этих равенств допустимо в реальных условиях воспользоваться некоторыми поправочными коэффициентами.

Решать поставленные задачи по обеспечению нормального функционирования рассматриваемых пещерных комплексов можно только при условии достоверного количественного описания реальных специфических процессов и явлений массоизменения влаги и теплообмена, осуществления прогнозов изменения состояния пещерного воздуха и грунтов с учетом рекомендуемых природоохранных мероприятий на основании достоверных количественных исследований. Кстати, под нормальным функционированием подразумеваем поддержание благоприятных состояний пещерного воздуха, прежде всего его относительных влажностей и температур, а также ряда других факторов. Этот вопрос имеет первоочередное значение, так как мало изучен.

Кратко охарактеризуем сложившуюся природно-техногенную обстановку [Рыбин и др., 1991]. Воздух в пещерном комплексе

является гомогенной средой с определенным газовым составом, в том числе парообразной влагой, и сходный с обычным атмосферным воздухом. Температура его обычно сохраняется положительной, изменяясь от 4 до 35°C , иногда обуславливая 100%-ное насыщение воздуха, которое может сопровождаться конденсацией влаги. Отдельные пещеры и коридоры рассматриваются как типовые пространственные объекты исследований с характерными начальными и граничными условиями. В них в общем случае может происходить пространственно-временное передвижение воздуха и парообразной влаги конвективным путем (адвекция) и за счет их диффузии, а также теплообмен молярным и молекулярным путем. Известно, что перенос тепла в твердых телах осуществляется только вследствие теплопроводности, а в жидких и газообразных средах также и в виде свободной и вынужденной (турбулентной) конвекции. В пещерах обычно не следует ожидать серьезного вынужденного конвективного передвижения воздуха.

Окружающие грунты представляют собой трехфазную систему (твердая фаза, воздух, жидкая влага, точнее, жидкий подземный раствор) с типовым одномерным нисходящим, реже двух- и трехмерным движением жидкой влаги, которая вблизи стенок грунтов в массовом отношении обычно превалирует над подземной парообразной влагой.

Температура грунтов в интервале глубин от стенки пещер до $0,1-1,0 \text{ м}$ изменяется от 5 до 20°C . Кстати, температура несущественно влияет на массовую скорость жидкой влаги. Минерализация этой влаги достигает $3,8 \text{ г/дм}^3$ ($3,8 \text{ кг/м}^3$). Поступление влаги в грунты осуществляется со стороны дневной поверхности вследствие инфильтрации атмосферных осадков, поверхностного стока и т. д. [Рыбин и др., 1991].

Основными факторами, изменяющими наблюдаемую относительную влажность воздуха в пещерах, являются температура, а также разные источники влагоизменения, в частности влагообмена: влагообмен с грунтом (по сути испарение из грунта или впитывание им влаги); отдельные внутрипещерные очаги испарения–конденсации; конвективный влагообмен за счет вентиля-

ционной системы; воздухообмен со стороны вход–выход; испарения и дыхание человека; работа кондиционеров. Изменения температуры пещерного воздуха может происходить в результате: фазового преобразования (испарения–конденсации); температурного обмена со стороны грунтов; конвективного вентиляционного приноса (ухода) воздуха; теплообмена со стороны входа (выхода); теплообмена за счет нагревательных приборов, кондиционеров, лампадок и свечей, а также со стороны человека [Рыбин и др., 1991].

Обращаем внимание, что указанные источники влаго- и теплообмена по существу служат внутренними источниками и граничными условиями при осуществлении математического моделирования.

Прежде чем приступить к физико-математическому описанию, охарактеризуем некоторые предпосылки, принятые для учета используемых величин.

Так, для «i»-х гомогенных сред плотность

«к»-го вещества $\rho_i = \sum_{k=1}^N \rho_k = \frac{\delta m_i}{\delta V_i}$, в частности плотность жидкого водного раствора

$\rho_p = \sum_{k=1}^{N-1} \rho_k + (\rho_{H_2O})_p$, где m – масса вещества, кг/м³; $(\rho_{H_2O})_p$ – плотность жидкой воды в водном растворе, кг/м³, которая теоретически меньше плотности чистой воды, в том числе из-за так называемого стрикционного эффекта. Плотность нормального

воздуха $\rho_{возд} = \sum_{k=1}^{N-1} \rho_k + \rho_n$, где ρ_n – плотность пароводяной влаги, кг/м³; n – индекс, указывающий на пароводяную влагу.

Для гетерогенных сред

$$\delta V_{гр} = \sum_{i=1}^3 V_i = \delta V_{тв} + \delta V_p + \delta V_{возд},$$

$$\delta V_{пор} = \delta V_{гр} - \delta V_{тв} = \delta V_p + \delta V_{возд},$$

$$\delta V_p = \delta V_k = \delta V_{H_2O}, \text{ а также}$$

$$W_{тв} + W_p + W_{возд} = 1, W_{тв} + W_{пор} = 1, \text{ если}$$

с учетом компетентности размера

$$W_{тв} = \frac{\delta V_{тв}}{\delta V_{гр}}, W_p = \frac{\delta V_p}{\delta V_{гр}}, W_{возд} = \frac{\delta V_{возд}}{\delta V_{гр}}.$$

Обычно определяемые исходные для последующих расчетов характеристики природной среды, в частности, объемы (V), сечения (S), линейные скорости передвижения веществ, особенно в гетерогенных грунтах не пригодны для достоверного дальнейшего расчета основных параметров ее состояния по ряду причин; например, из-за не учтенных принятых теоретических предпосылок, скрытых методических погрешностей их определений и прочих подобных допущений, в частности о малоизученном требовании компетентности, одномерности скоростей массообмена веществ через элементарное сечение и т. д. Поэтому есть смысл ввести так называемые эмпирические поправки эффективности. В частности, для грунта имеем:

$$\frac{\delta(V_p)_{эф}}{\delta V_p} = \beta_p, \frac{\delta(V_k)_{эф}}{\delta V_k} = \beta_k, \frac{\delta(V_n)_{эф}}{\delta V_n} = \beta_n;$$

$$\frac{\delta(S_p)_{эф}}{\delta S_p} = \alpha_p, \frac{\delta(S_k)_{эф}}{\delta S_k} = \alpha_k, \frac{\delta(S_n)_{эф}}{\delta S_n} = \alpha_n;$$

$$\frac{\delta S_p}{\delta S_{гр}} = \alpha_1 \frac{\delta V_p}{\delta V_{гр}} = \alpha_1 W_p; \frac{\delta S_k}{\delta S_{гр}} = \alpha_2 \frac{\delta V_k}{\delta V_{гр}} = \alpha_2 W_k;$$

$$\frac{\delta S_n}{\delta S_{гр}} = \alpha_3 \frac{\delta V_n}{\delta V_{гр}} = \alpha_3 W_{возд}.$$

Здесь под компонентой «к» подразумевается также жидкая вода в подземном водном растворе. Для подземного и атмосферного пещерного воздуха $\delta V_p = \delta V_{возд}$.

Из предыдущего следует, что массы веществ будут определяться:

– для гетерогенного грунта

$$\delta m_p = \rho_p \cdot \delta(V_p)_{эф} = \rho_p \cdot \beta_p \cdot \delta V_p = \rho_p \cdot \beta_p \cdot \delta W_p \cdot \delta V_{гр};$$

$$\delta m_k = \rho_k \cdot \delta(V_k)_{эф} = \rho_k \cdot \beta_k \cdot \delta V_k = \rho_k \cdot \beta_k \cdot \delta W_k \cdot \delta V_{гр};$$

$$\delta m_n = \rho_n \cdot \delta(V_n)_{эф} = \rho_n \cdot \beta_n \cdot \delta V_n = \rho_n \cdot \beta_n \cdot \delta V_{возд} = \rho_n \cdot \beta_n \cdot \delta W_{возд} \cdot \delta V_{гр};$$

– для пещерного воздуха

$$\delta m_n = \rho_n \cdot \delta V_n = \rho_n \cdot \delta V_{возд}, \delta m_{возд} = \rho_{возд} \cdot \delta V_{возд}.$$

С учетом изложенных выше поправок оценим «истинные» линейные скорости диффузии и адвекции жидкого подземного водного раствора и его «к»-веществ, в том числе жидкой воды:

$$\delta S_{гр} \cdot g_p = \delta(S_p)_{эф} \cdot (g_p)_{ист}, g_p = \frac{\delta(S_p)_{эф}}{\delta S_{гр}} (g_p)_{ист} =$$

$$= \alpha_p \frac{\delta(S_p)}{\delta S_{гр}} (g_p)_{ист} = \alpha_p \cdot \alpha_1 W_p (g_p)_{ист},$$

$$\mathcal{G}_{д.к} = \frac{\delta(S_k)_{эф}}{\delta S_{гр}} (\mathcal{G}_{д.к})_{ист} = \alpha_k \frac{\delta S_k}{\delta S_{гр}} (\mathcal{G}_{д.к})_{ист} = \alpha_k \cdot \alpha_2 W_k (\mathcal{G}_{д.к})_{ист}, \quad \alpha_p \cdot \alpha_1 \approx \beta_p, \quad \alpha_k \cdot \alpha_2 \approx \beta_k.$$

Отсюда для подземного раствора имеем:

$$(\mathcal{G}_p)_{ист} = \frac{\mathcal{G}_p}{\alpha_p \cdot \alpha_1 \cdot W_p}, \quad (\mathcal{G}_{д.к})_{ист} = \frac{\mathcal{G}_{д.к}}{\alpha_k \cdot \alpha_2 W_k}.$$

В то время как для пещерного воздуха $\mathcal{G}_п = \mathcal{G}_{возд} + \mathcal{G}_{д.п}$.

Поправки α_p и α_k учитывают усредненные скорости по смоченному сечению грунта, α_1 и α_2 – долевое значение этого сечения по отношению ко всему сечению, которое предусматривается при определении исходных «фиктивных» скоростей (\mathcal{G}_p и $\mathcal{G}_{д.к}$).

Теперь, воспользовавшись представлением Эйлера [Винников, Проскуряков, 1988; Физический..., 1984] и нашими выводами [Ситников, 2010; Ситников, 1978] с учетом определенных допущений, ранее изложенных поправок и требований к достоверности, представим всеобщие уравнения сохранения баланса массы (непрерывности) и количества движения (импульса сил), необходимые для обоснования исходных физико-математических моделей анализируемых процессов и явлений.

Эти рекомендованные уравнения сохранения баланса массы веществ при наличии так называемого внутреннего источника массоизменения (i) имеют такой вид:

– для жидкой воды, как «к»-компоненты подземного водного раствора грунта

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \cdot \beta_k \cdot W_k) = -\text{di} \mathcal{G} (\rho_k \cdot \mathcal{G}_p) - \text{di} \mathcal{G} (\rho_k \cdot \mathcal{G}_{д.к}) + i_k;$$

– для парообразной влаги подземного воздуха грунтов

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_n \cdot \beta_n \cdot W_{возд}) = -\text{di} \mathcal{G} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{возд}) - \text{di} \mathcal{G} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{д.п}) + i_n;$$

– для подземного водного раствора грунтов

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_p \cdot \beta_p \cdot W_p) = -\text{di} \mathcal{G} (\rho_p \cdot \mathcal{G}_p) - \text{di} \mathcal{G} (\rho_p \cdot \mathcal{G}_{д.п}) + i_p;$$

– для парообразной влаги в пещерном воздухе

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} = -\text{di} \mathcal{G} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{возд}) - \text{di} \mathcal{G} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{д.п}) + i_n.$$

Уравнения сохранения количества движения (импульса сил) имеют следующий вид:

– для жидкой воды и «к»-веществ в жидком подземном растворе

$$\rho_k \cdot \beta_k \cdot W_k \frac{\partial (\mathcal{G}_k)_{ист}}{\partial t} - (\mathcal{G}_k)_{ист} \cdot \text{di} \mathcal{G} (\rho_k \cdot \mathcal{G}_p) - (\mathcal{G}_k)_{ист} \cdot \text{di} \mathcal{G} (\rho_k \cdot \mathcal{G}_{д.к}) + (\mathcal{G}_k)_{ист} \cdot i_k + \beta_k W_k \text{grad } p_k + \beta_k W_k (\rho_k \cdot g) - \beta_k W_k (F_p)_k = 0;$$

– для подземного жидкого раствора грунтов

$$\rho_p \cdot \beta_p \cdot W_p \frac{\partial (\mathcal{G}_p)_{ист}}{\partial t} - (\mathcal{G}_p)_{ист} \cdot \text{di} \mathcal{G} (\rho_p \cdot \mathcal{G}_p) - (\mathcal{G}_p)_{ист} \cdot \text{di} \mathcal{G} (\rho_p \cdot \mathcal{G}_{д.к}) + (\mathcal{G}_p)_{ист} \cdot i_p + \beta_p W_p \text{grad } p_p + \beta_p W_p (\rho_p \cdot g) - \beta_p W_p (F_p)_k = 0;$$

– для парообразной влаги подземного воздуха грунтов

$$\rho_n \cdot \beta_n \cdot W_n \frac{\partial (\mathcal{G}_n)_{ист}}{\partial t} - (\mathcal{G}_n)_{ист} \cdot \text{di} \mathcal{G} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{возд}) - (\mathcal{G}_n)_{ист} \cdot \text{di} \mathcal{G} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{д.п}) + (\mathcal{G}_n)_{ист} \cdot i_n + \beta_n W_n \text{grad } p_n + \beta_n W_n (\rho_n \cdot g) - \beta_n W_n (F_p)_n = 0;$$

– для парообразной влаги пещерного воздуха

$$\rho_n \frac{\partial \mathcal{G}_n}{\partial t} - \mathcal{G}_n \text{grad} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{возд}) - \mathcal{G}_n \text{grad} (\rho_n \cdot \mathcal{G}_{д.п}) + i_n \cdot \mathcal{G}_n + \text{grad } p_n + \rho_n \cdot g - (F_{тр})_n = 0,$$

где $F_{тр}$ – не потенциальная сила внутреннего трения, кг/м² с²; i – внутренний источник массоизменения, кг/м³ с; g – ускорение силы тяжести, м/с²; t, x, y, z – временная и пространственные координаты, с, м.

Интересно, что известные уравнения Бернулли [Ситников, 1978; Физический..., 1984] для линий тока являются частным случаем изложенных уравнений импульса сил для безвязкостного установившегося движения:

– для несжимаемой жидкости

$$g \cdot h + \frac{p}{\rho} + \frac{g^2}{2} = C,$$

– для сжимаемой, зависимой от давления жидкости (газа)

$$\Pi + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{g^2}{2} = C,$$

– для течения реальных газов, когда Π мало изменяется вдоль линии тока

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{g^2}{2} = C,$$

где Π – потенциал поля объемных сил, отнесенный к единице массы жидкости; p – давление, ρ – плотность; g – скорость; C – постоянная.

Общий закон передвижения разных веществ можно представить как $\rho \cdot \beta \cdot g = K_{тр} \cdot F_{тр}$,

$$g = \frac{K_{тр} \cdot F_{тр}}{\beta \cdot W \cdot \rho}, \quad K_{тр} = f[p, (\text{grad } \rho)],$$

где ρ, g – плотность и скорость движения вещества, итоговая за счет адвекции и диффузии; β – некоторый поправочный коэффициент; W – относительное объемное содержание вещества; $K_{тр}$ – так называемый коэффициент переноса; $F_{тр}$ – так называемая не потенциальная сила внутреннего трения, направленная вдоль движения. Именно эта сила является истинной для реальных неравновесных движений разных фазовому состоянию веществ, потому что она проявляется, когда возникает движение, а значит, появляется трение.

Из уравнения количества движения вытекает, что так называемый обобщенный закон линейной скорости движения может быть представлен в следующем виде:

$$g_k = -K_{тр} \left[\frac{\partial g_{ист}}{\partial t} - \frac{g_{ист} \cdot \text{grad}(\rho \cdot g_p)}{\rho \cdot \beta \cdot W} - \frac{g_{ист} \cdot \text{grad}(\rho \cdot g_{д.к})}{\rho \cdot \beta \cdot W} + \frac{\text{grad } p}{\rho} + \text{grad}(gz) + \frac{g_{ист} \cdot i}{\beta \cdot W} \right].$$

Именно последнее уравнение можно анализировать с точки зрения значимости входящих характеристик, в частности составляющих движущих сил, определяя тем самым механизмы массообмена в пещерном комплексе.

Обращаем внимание, что для условий пещерного комплекса практически можно использовать современные разработки по миграции влаги в грунтах зоны аэрации [Ситников, 2010; Ситников, 1978], теплопереносу в поверхностных водоемах и атмосферном воздухе [Винников, Проскуряков, 1988], подтвердив их или усовершенствовав с учетом особенностей условий пещерного комплекса. При этом целесообразно учесть уравнение Клайперона-Менделеева для идеальных газов [Винников, Проскуряков, 1988; Ситников, 2010; Физический..., 1984], которому практически подчиняется исследуемый воздух и парообразная влага:

$$p_{газ} = \frac{\rho_{газ}}{M_{газ}} \cdot RT,$$

где R – газовая постоянная; Дж/моль К; T – температура; K ; V – объем, м³; ρ – плотность, кг/м³; M – молярная масса, кг/моль; p – давление, Па.

В крайнем случае, для реальных газов можно применить уравнение Ван-дер-Ваальса [Ситников, 2010; Физический..., 1984].

Рассмотрим дифференциальное уравнение температурного поля, отражающее общий закон сохранения баланса тепла. Это уравнение предложено в работе [Винников, Проскуряков, 1988] с учетом двух видов распространения теплоты: так называемого конвективного молярного переноса за счет изменяющегося в пространстве движения воздуха и молекулярной теплопроводности в ламинарных и турбулентных потоках:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = g_x \frac{\partial T}{\partial x} + g_y \frac{\partial T}{\partial y} + g_z \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\lambda_T}{c \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + i,$$

$$\text{или} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + i,$$

или в полной производной

$$\frac{dT}{dt} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + i, \quad a = \frac{\lambda_T}{c \cdot \rho},$$

где g – скорость воздуха, м/с; T – температура; c – удельная теплоемкость, Дж/кг;

ρ – плотность, кг/м³; α – коэффициент температуропроводности, м³/с; λ – коэффициент, учитывающий ламинарное (λ) или турбулентное (λ_{τ}) движение, Дж/кг град; при этом последнее во много раз может превышать ламинарное. Указанные уравнения применимы к воздуху, а также «к»-веществам воздушной смеси, в том числе паробразной влаге.

Все ранее предложенные уравнения сохранения массы вещества и теплоты служат основой для математического моделирования и предусматривают временное и трехмерное изменение изучаемой субстанции. Математическое моделирование, тем более с учетом трехмерности передвижения субстанций, требующее значительных трудоемких затрат, применяется в исключительных случаях.

Как показывает опыт, можно с определенной достоверностью утверждать, что в предполагаемом изучаемом пространстве пещерного комплекса наиболее значимыми движущими силами для оценки расходов влаги является градиент давлений жидкой влаги с учетом гравитации (для паробразной – без ее учета), а также, вероятно, следует ожидать сравнительно быстрого перемешивания и наступления влажностного и температурного равновесия. Следовательно, оценив отдельные источники влагоизменения и теплообмена, суммировав их в характерном воздушном объеме пещер, можно оценить среднюю плотность влаги и среднюю температуру в этом объеме. Кстати, сравнение с измеренными значениями абсолютной влажности и температур в характерных точках в первом приближении укажет на правильность расчетов и даст возможность оценить роль каждого из источников. Однако возникают серьезные проблемные вопросы, в частности компетентности элементарного времени со средними его значениями. Это касается компетентного времени почасовых, суточных и среднемесячных замеров, по необходимости среднеквартальных и среднегодовых замеров влажности и температуры. По сути для получения таких замеров следует сумму почасовых значений отнести к 24 часам, затем сумму суточных значений отнести к количеству дней в месяце и т.д. По видимому, принципиально такие усредне-

ния могут осуществляться с определенной точностью по графикам режимных наблюдений либо по данным специальных инерционных датчиков. При этом напомним, что размер непосредственно измеряемого устройства должен отвечать требованиям компетентного элементарного объема [Ситников, 2010] и характеризоваться известной точностью измерений.

Многочисленные эксперименты подтвердили для жидкой воды в грунтах незначительность всех сил, за исключением градиента давлений и гравитационной составляющей. Это позволило оценить при практически оправданном допущении и постоянстве и основной закон движения подземной воды, обобщенный для нелинейного влагопереноса в ненасыщенных и фильтрации (по линейному закону Дарси) в полностью насыщенных водой грунтах в таком виде:

$$g_p = -K_p \left(\frac{p_{bc}}{\gamma_p} \right) \cdot \text{grad } \Phi_p, \quad \Phi_p = \frac{p_{bc}}{\gamma_p} + z,$$

$$p_{bc} = p_p - p_{атм}, \quad \gamma_p = \rho_p \cdot g,$$

где p_{bc} – так называемое всасывающее давление (избыточное) порового жидкого раствора, Па; p_p – абсолютное давление

порового жидкого раствора, Па; $K_p \left(\frac{p_{bc}}{\gamma_p} \right)$ –

обобщенный нелинейный коэффициент совместного влагопереноса и фильтрации в грунтах, м/сут; λ_n – постоянный объемный вес водного раствора, кг/м² с²; ρ_p – плотность жидкого раствора, кг/м³; g – ускорение силы тяжести, м/с².

Этот обобщенный закон движения влаги в пористо-трещиноватом гетерогенном грунте может теоретически быть выведен при главенствующем значении ($\text{grad } p_p + \rho_p \cdot g$) из ранее отмеченного уравнения при допущении, что $p_{атм} = \text{const}$, $p_p = p_{bc} + p_{атм}$ и $K_p = K_{тр} \cdot g$:

$$g_p = -K_{тр} \left(\frac{\text{grad } p_p}{\rho_p} + g \text{ grad } z \right) = -K_p \left(\frac{p_{bc}}{\gamma_p} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{\text{grad } p_p}{\rho_p \cdot g} + \text{grad } z \right) = -K_p \left(\frac{p_{bc}}{\gamma_p} \right) \text{grad } \Phi_p,$$

$$\Phi_p = \frac{p_{bc}}{\gamma_p} + z.$$

Представленный коэффициент переноса обычно определяется экспериментальным путем на компетентных монолитах грунтов подобно коэффициенту фильтрации закона Дарси. Согласно особенностям такого эмпирического определения в недонасыщенных жидкой водой грунтах в некоторой степени учитывается роль парообразной подземной влаги. Кстати, дифференцированная диффузионная скорость движения жидкой воды пренебрежительно мала.

Опишем законы движения парообразной влаги в пещерном воздухе. Массовая скорость диффузионного переноса (концентрационная диффузия) подчиняется закону Фика [Винников, Проскуряков, 1988; Ситников, 2010; Ситников, 1978; Таблицы..., 1976; Физический..., 1984]:

$$\rho_n \cdot \mathcal{G}_{д.п} = -D_n \cdot \text{grad } \rho_p, \text{ т. е. } \mathcal{G}_{д.п} = -\frac{D_n \cdot \text{grad } \rho_p}{\rho_n}, \quad D_n = D_0 \left(\frac{T}{273,15} \right)^\alpha,$$

где D_n – коэффициент диффузии пещерной парообразной влаги, зависящий от температуры, $\text{м}^2/\text{с}$; D_0 – коэффициент диффузии при 273,15 К (0°С) и $p_{\text{атм}} = 1 \text{ атм} = 101325 \text{ Па}$; T – температура, К; α – эмпирический коэффициент, равный 1,5-2.

Из работ [Таблицы..., 1976; Физический..., 1984] согласно кинетической теории газов следует, что коэффициент диффузии газов равен

$$D_{\text{газ}} = \frac{1}{3} \cdot \bar{\ell}_{\text{своб}} \cdot \bar{\mathcal{G}}_{\text{ср}}, \text{ при этом } \bar{\ell}_{\text{своб}} = \frac{1}{4\sqrt{2} \cdot \pi \cdot r_{\text{мол}}^2 \cdot n_0}, \quad n_0 = \frac{N_A}{V_{\text{мол}}}, \quad \bar{\mathcal{G}}_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_{\text{мол}}}}, \quad m_{\text{мол}} = \frac{M_{\text{газ}}}{N_A}, \quad V_{\text{м}} = \frac{RT}{p},$$

где $\bar{\ell}_{\text{своб}}$ – длина свободного пробега частиц (молекул) газа, м; $\bar{\mathcal{G}}_{\text{ср}}$ – среднеарифметическая скорость молекул газа, м/с; r – радиус молекулы газа, м; n_0 – число Ломшмидта, $1/\text{м}^3$; k – постоянная Больцмана, Дж/К; $m_{\text{мол}}$ – масса молекулы газа, кг; $V_{\text{м}}$ – молярный объем идеального газа (при 273,15 К, $p = 101325 \text{ Па}$), $\text{м}^3/\text{моль}$; N_A – число Авогадро, $1/\text{моль}$; $M_{\text{газ}}$ – молярная масса, кг/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж/моль К. Это в первом приближении позволяет оценить

известные эмпирические табличные параметры [Гороновский и др., 1987; Ситников, 2010; Таблицы..., 1976].

Анализируя уравнение импульса сил и предполагая, что основной движущей силой переноса веществ (из-за малости других составляющих) является сумма градиента давления и произведения плотности и объемного веса, представим скорости пещерного воздуха и парообразной влаги подобно обобщенному закону движения жидкой воды для грунтов. В частности, для парообразной влаги с учетом закона идеального газа имеем:

$$\rho_n \cdot v_n = -K_n (\text{grad } p_n + \rho_n \cdot g) = -K_n \frac{RT}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \text{grad } \rho_n - K_n \frac{RT \cdot \rho_n}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \times \frac{\text{grad } T}{T} - K_n \cdot \rho_n \cdot g.$$

Так как первый член правой части уравнения, по сути, является массовой диффузионной скоростью, поэтому из закона Фика следует, что

$$D_n = \frac{K_n \cdot RT}{M_{\text{H}_2\text{O}}}, \text{ т. е. } K_n = \frac{D_n \cdot M_{\text{H}_2\text{O}}}{RT},$$

$$\rho_n \cdot v_n = -K_n \cdot \text{grad } p_n - K_n \cdot \rho_n \cdot g = -D_n \cdot \text{grad } \rho_n - D_n \cdot \rho_n \cdot \frac{\text{grad } T}{T} - K_n \cdot \rho_n \cdot g.$$

Отсюда

$$v_n = -D_n \frac{\text{grad } \rho_n}{\rho_n} - D_n \cdot \frac{\text{grad } T}{T} - K_n \cdot g.$$

Есть смысл с некоторой условностью применить для приближенного расчета вышеуказанный вывод к оценке на молекулярном уровне скорости воздуха в таком виде:

$$v_{\text{возд}}^* = -D_{\text{возд}} \cdot \frac{\text{grad } \rho_{\text{возд}}}{\rho_{\text{возд}}} - D_{\text{возд}} \cdot \frac{\text{grad } T}{T} - K_{\text{возд}} \cdot g,$$

$$\text{где } K_{\text{возд}} = -\frac{D_{\text{возд}} M_{\text{возд}}}{RT}, \quad D_{\text{возд}} = (D_{\text{возд}})_0 \left(\frac{T}{273,15} \right)^\alpha.$$

Кстати, по кинетической теории газов [Физический..., 1984] коэффициент диффузии (D), динамическая вязкость (η), кинети-

ческая вязкость (ν) и коэффициент теплопроводности (λ) взаимосвязаны. По одному найденному опытным путем коэффициенту переноса (как наиболее достоверному) и известным ρ и c_v могут быть определены остальные коэффициенты. Так, $\eta = \rho \cdot D$,

$\frac{\lambda}{\eta \cdot c_v} = 1$, $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, где c_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме, Дж/кг К.

Более точная связь: $D = \frac{\lambda}{\beta \cdot \rho \cdot c_v}$, где $\beta = 2,5$

для одноатомного газа, $\beta = 1,9$ – для двухатомного, $\beta = 1,75 \div 1,5$ – для трехатомного (β – множитель, зависящий от числа степеней свободы молекул газа).

Весьма важным является представление о так называемом химическом потенциале:

$$d\mu_k = \frac{d\mu^*}{M_k} = -sdT + \frac{dp_k}{\rho_k}, \quad \rho_k = \frac{m_k}{V_k},$$

где μ^* – химический потенциал, приведенный к единице моля «к»-вещества, Дж/моль; M_k – молярная масса, кг/моль; s – удельная энтропия, приведенная к единице массы, Дж/кг К; p_k – давление, Па; ρ_k – плотность вещества, кг/м³; V_k – объем, м³; m_k – масса, кг.

Кстати, $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$; $S = \int_0^T \frac{\delta Q}{T} + S_0$;

$s(V, T) = \int_0^T c_v \frac{dT}{T} + s_0$; $s(p, T) = \int_0^T c_p \frac{dT}{T} + s_0$;

$S = \sum_{i=1}^N S_i$; $s_k = \frac{S_k}{m_k}$; $\frac{dQ}{T} < 0$ – неравенство

Клаузиуса для необратимых процессов, где T – абсолютная температура, К; S – энтропия, кал/кг; Q – теплота, кал; s_0 – удельная энтропия при температуре $T = 0$, К; c_v , c_p – удельные теплоемкости при постоянных объеме и давлении, Дж/кг К.

Для идеального газа согласно уравнению

Майера $c_p - c_v = \frac{R}{M_k}$, где M_k – молярная масса, кг/моль.

Первый и второй законы термодинамики гласят: $\delta Q = TdS \geq dU + \delta A$, при этом $j\Delta U = jQ + A$, где j – механический эквивалент количества теплоты (Q), равный 4,1868 Дж/кал; A – работа, Дж; U – внутренняя энергия, кал.

Некоторой особенностью влагообмена пещерного воздуха с грунтовой влагой является учет граничного условия в виде так называемого давления пещерной парообразной влаги $p_{экр}$, эквивалентного $p_{вс}$ грунта:

$$p_{экр} = p_p - p_{атм} = (\rho_{H_2O})_p \frac{RT}{M_{H_2O}} \ln(\varphi), \quad \varphi = \frac{p_{п}}{(p_{п})_0},$$

где $(\rho_{H_2O})_p$ – плотность жидкой влаги, кг/м³; φ – относительная влажность воздуха, доли; $(p_{п})_0$ – давление насыщенного влагой воздуха при $p_{атм} = 101325$ Па и температуре T .

Выбор этой формулы основан на равенстве химических потенциалов и на интегрировании термодинамического равенства

$$\int_{p_{атм}}^{p_{экр}} \frac{dp_p}{\rho_p} = \int_{(p_{п})_0}^{p_{п}} \frac{dp_{п}}{\rho_{п}}$$
 при одинаковой темпера-

туре на контакте жидкой и парообразной влаги, а также допущении о практической неизменности ρ_p и применимости закона идеального газа.

Кроме того, использовать это давление можно при приближенной оценке скорости влагообмена на границе пещерный воздух – грунт по формуле:

$$g_{исп} = \frac{K_{исп}}{\gamma_p} [p_{экр} - (p_{вс} - p_{хем})], \quad \gamma_p = \rho_p \cdot g,$$

где γ_p – удельный вес воды в жидком водном растворе грунта, Н/м³; $K_{исп}$ – некоторый эмпирический коэффициент, 1/сут; $g_{исп}$ – скорость испарения (конденсации), м/сут; $p_{хем}$ – так называемое хемоосмотическое давление, зависящее от состава и минерализации подземного раствора, Па.

Эта зависимость была подтверждена экспериментально на испарителе-конденсаторе [Ситников, Зильбербрандт, 1989]. Информацию об определении $K_{исп}$ и $p_{хем}$ см. в работе [Ситников, 2010].

Для разбавленных растворов согласно уравнению Ватт Гоффа

$$p_{хем} = \frac{n}{V} RT,$$

где n – число молей растворителя.

Остановимся кратко на теплопередаче и теплоотдаче, которые в общем случае осуществляются теплопередачей в виде свободной и вынужденной конвекции, лучистым теплообменом, при изменении агрегатного состояния вещества, при биологических процессах в живых организмах и т.д. Напомним,

что перенос тепла теплопроводностью при-
сущ твердым телам. В жидких и газообраз-
ных средах он проявляется в чистом виде,
лишь в определенном состоянии при повы-
шении температуры более 4 °С. Свободная
конвекция обусловлена изменением плотно-
сти вещества, вынужденная конвекция – тур-
булентным перемешиванием водных или
воздушных масс. Перенос теплоты вслед-
ствие теплопроводности подчиняется закону
Фурье, согласно которому удельный тепло-
вой поток прямо пропорционален градиенту
температуры и направлен в сторону ее убы-
вания [Винников, Проскураков, 1988]:

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n},$$

где λ – коэффициент теплопроводности,
Дж/м град с; n – нормаль.

Более подробно об оценке разных видов
переноса теплоты изложено в работе [Вин-
ников, Проскураков, 1988].

К основным следует отнести также урав-
нение Клайперона-Клаузиуса [Физиче-
ский..., 1984], по которому теплота фазо-
вого перехода (например, испарение,
конденсация) при равновесно протекающих
изотермических процессах I рода оценива-
ется выражением:

$$Q_{исп} = T \frac{dp_n}{dT} (V_2 - V_1) \text{ или}$$

$$r = \frac{Q_{исп}}{m} = T \frac{dp_n}{dT} \left(\frac{1}{\rho_n} - \frac{1}{\rho_j} \right),$$

где T – температура изотермического
перехода, К; r – удельная теплота парооб-
разования, Дж/кг; $m = m_1 = m_2$ – масса испа-
рившейся (сконденсированной) влаги, кг;

$\frac{dp_n}{dT} = \frac{d(p_n)_0}{dT}$ – производная от давления на-
сыщенного пара по температуре по кривой
фазового равновесия, знак производной оп-
ределяется разницей объемов ($V_2 - V_1$), т. е.
изменением объема жидкого вещества при
переходе из первой жидкой фазы во вторую
газообразную. Если вещество при переходе
нагревается, то теплота больше нуля. Так как
 $V_2 \gg V_1$, потому что $\rho_j = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_n = (\rho_n)_0$
 $= [6,8(5^\circ\text{C}) \div 30,0(30^\circ\text{C})] \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$, то

$$r = \frac{Q_{исп}}{m} = \frac{T d(p_n)_0}{(\rho_n)_0 \cdot dT},$$

где $(\rho_n)_0$ – абсолютная влажность по точке
росы, кг/м³.

Строгого теоретического решения все
указанные уравнения не имеют. Поэтому
рекомендуется использовать известные
табличные эмпирические данные и прибли-
женные способы решения.

С целью предварительной оценки роли
явлений, значительно усложняющих влаго-
теплоперенос в пещерном пространстве и
окружающих грунтах, предлагается исполь-
зовать так называемые критические числа
(критериев подобия) [Физический..., 1984].
В частности, для оценки турбулентности
движения – числа Рейнольдса $Re = \rho \vartheta \cdot \ell / \eta =$
 $= \vartheta \cdot \ell / \nu$, точнее, $Re_{кр} < 1-10$; для оценки диф-
фузии по отношению к вязкостным силам –
критическое число Шмидта $(S_0)_{кр} \ll \frac{\eta}{2D}$;

для оценки роли молекулярной теплопро-
водности по сравнению с молярной – кри-
терий Прандтля $Pr = \eta c_p / \lambda$ и другие крите-
рии Нуссельта, Маха, Эйлера, Фруда,
Фурье и т. д.

Таким образом, предлагаемые все-
общие уравнения и законы возможного
тепловлагоизменения в условиях пещер-
ного комплекса позволяют обосновать
упрощенные, с учетом особенностей при-
родно-техногенной обстановки, исходные
физико-математические модели для коли-
чественной оценки существующих и про-
гнозных пространственно-временных из-
менений влагосодержания и температур в
подземных помещениях комплекса, в част-
ности Киево-Печерской Лавры. Тем более
обосновать общеплановые методы ис-
следования рассматриваемых субстанций,
основанных на сумме расходных статей от-
дельных источников влаги и теплоты,
усредненных в характерном исследуемом
пространстве.

Заканчивая, обращаю внимание на то, что
изложенный материал требует дальней-
шего осмысления с точки зрения конкрети-
зации и обоснования практического
использования уравнений, наряду с осве-
щением применяемых методов режимных
наблюдений и экспериментов, критериев
благоприятного состояния среды и коли-
чественной оценкой достоверных исход-
ных параметров.

Список литературы / References

1. Винников С.Д., Проскуряков Б.В. Гидрофизика. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1988. 248 с.
Vinnikov S. D., Proskuriakov B. V. Hydrophysics. Leningrad: Hydrometeo-izdat, 1988. 248 p. (in Russian).
2. Гороновский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф. Краткий справочник по химии. Киев: Наук. думка, 1987. 829 с.
Horonovsky I.T., Nazarenko Yu.P., Nekriach Ye.F. Quick Reference Handbook of Chemistry. Kiev: Naukova Dumka, 1987. 829 p. (in Russian).
3. Рыбин В.Ф., Скальский А.С., Куцыба В.А., Канарева О.С. Комплексные исследования с целью охраны ближних пещер. Киев, 1991. 53 с. (Препр. / Ин-т геол. наук АН УССР).
Rybin V.F., Skalsky A.S., Kutsyba V.A., Kanareva O.S., 1991. The integrated research for the purpose of the Near Caves protection. Working paper 53 p. Kiev: Institute of Geological Sciences of the Academy of Science of the USSR (in Russian).
4. Ситников А.Б. Вопросы миграции веществ в грунтах. Киев, 2010. 640 с.
Sitnikov A.B. Issues of substance migration in soils. Kiev, 2010. 640 p. (in Russian).
5. Ситников А.Б. Динамика воды в ненасыщенных и насыщенных грунтах зоны аэрации. Киев: Наук. думка, 1978. 155 с.
Sitnikov A.B. Dynamics of water in unsaturated and saturated soils within the aeration zone. Kiev: Naukova Dumka, 1978. 155 p. (in Russian).
6. Ситников А.Б., Зильбербрандт М.М. А.с. 1497540 (СССР). Испаритель-конденсометр для определения параметров фазового перехода и паропереноса в воздухе. Опубл. 01.04.89. Бюл. № 6.
Sitnikov A.B., Zilberbrandt M.M. Author certificate 1497540 (SSSR). Evaporator – condenser to determine the parameters of phase transition and vapor transfer in air. Published on 01.04.89. Bulletin № 6 (in Russian).
7. Таблицы физических величин. Справочник / под ред. акад. И.К. Кикоина. Москва: Атомиздат, 1976. 1008 с.
Tables of physical values. Handbook / Ed. academician I.K. Kikoin. Moscow: Atomizdat, 1976. 1008 p. (in Russian).
8. Физический энциклопедический словарь. Москва: Советская энциклопедия, 1984. 944 с.
Physical encyclopedic dictionary. Moscow: Soviet Encyclopedia, 1984. 944 p. (in Russian).

Статья поступила
09.12.2013