УДК 517.518.2

А.И. Швачка, Е.В. Лещенко, канд. техн. наук
(*Украина, Днепропетровск, ГВУЗ "Украинский государственный химико-технологический университет"*)

ПОИСК КОМПРОМИССНЫХ РЕШЕНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЕ ПРИ НЕСКОЛЬКИХ КРИТЕРИЯХ КАЧЕСТВА

Введение. Энергетические проблемы в Украине требуют не только совершенствования и развития новой энергосберегающей техники, технологии и оборудования, но и существенного развития системы управления этими жизненно важными процессам в экономике страны [1]. Это изменяет саму постановку задач прогнозирования, планирования и управления, которые целесообразно рассматривать как векторные задачи (многокритериальные), для которых поиск лучшего (компромиссного) решения осуществлялся на множестве отдельных показателей (критериев), зачастую противоречивых.

Свойство многокритериальности [2] имеет противоречивый характер. Помимо наиболее распространенного экономического критерия, важными могут быть энергетические, экологические и другие факторы. Они учитываются обычно путем введения соответствующих ограничений при выборе наиболее экономичных решений. Это имеет достаточно серьезные основания, так как удовлетворение других (неэкономических) требований практически всегда связано с дополнительными затратами, поэтому экономический критерий выступает как обобщающий, позволяющий сопоставлять варианты решений при обеспечении требуемых уровней соблюдения остальных критериев. Главную трудность при этом представляет задание минимально необходимых уровней других критериев и определение требующихся для их удовлетворения экономических затрат. В редких случаях влияние неэкономических факторов может быть настолько велико, что характеризующие их показатели должны рассматриваться как равноправные критерии эффективности наряду с экономическими показателями. Свойство многокритериальности может проявляться в несовпадении критериев управления различных подсистем в составе системы. Учет свойства многокритериальности при управлении отражается как на применяемых математических моделях и методах, так и на общей методологии управления.

Наличие нескольких критериев создает неопределенность целей управления. Раскрытие этой неопределенности возможно только с участием человека. Конкретно это могут быть экспертные оценки при соизмерении критериев разной природы (например, экономических и экологических), оценки допустимости компромиссов и т.п. Многокритериальность и противоречивость интересов должны учитываться при согласовании целей управления подсистем и при комплексной постановке задач управления.

Математический аппарат выполнения исследования. Степень рациональности использования ресурсов, как правило, оценивается по нескольким показателям, каждый из которых желательно сделать как можно меньше при заданных ресурсах. Решение задач такого типа неоднозначны. Их формулировка выполняется с использованием бинарных отношений предпочтения теории принятия решений [3]. Смысл бинарных отношений заключается в последовательном попарном сравнении элементов в соответствии с установленным правилом предпочтения. Обычно для поиска множества нехудших решений используют отношения предпочтения Парето. Область Парето – это область компромиссов: все решения здесь равнозначны, а окончательный выбор решения связан с введением дополнительного условия, часто – субъективного характера.

Поиск решений, оптимальных по Парето, позволяет объективно сократить область возможного выбора. Главная особенность многокритериальных задач оптимизации заключается в том, что частные критерии противоречивы, т.е. улучшение одного приводит к ухудшению другого. В результате решения мы получили несколько недоминируемых (неулучшаемых) решений оптимальных в смысле Парето.

В задачах многокритериальной оптимизации в большинстве случаев выбрать абсолютно лучшее решение невозможно, так как при переходе от одного варианта к другому часто значения одних критериев улучшаются, а значения других ухудшаются. Состав таких критериев называется противоречивым, и окончательно выбранное решение всегда будет компромиссным. Компромисс разрешается введением тех или иных дополнительных ограничений или субъективных предположений. Поэтому невозможно говорить об объективном единственном решении такой задачи.

Цель данной работы – определение области компромиссных решений по нескольким критериям качества при управлении техническими объектами.

Изложение основного материала. Рассмотрим постановку задачи векторной оптимизации по трем показателям: $f_1(x_1x_2x_3x_4)$, $f_2(x_1x_2x_3x_4)$, $f_3(x_1x_2x_3x_4)$. Каждый из показателей желательно сделать как можно меньше.

Формальная запись условия задачи следующая:

$$\begin{pmatrix} f_1(x_1x_2x_3x_4) \\ f_2(x_1x_2x_3x_4) \\ f_3(x_1x_2x_3x_4) \end{pmatrix} \rightarrow min,$$

а на значение (x_i) накладывается условие

$$x_i \in X \subseteq R_n.$$

Полагая, что

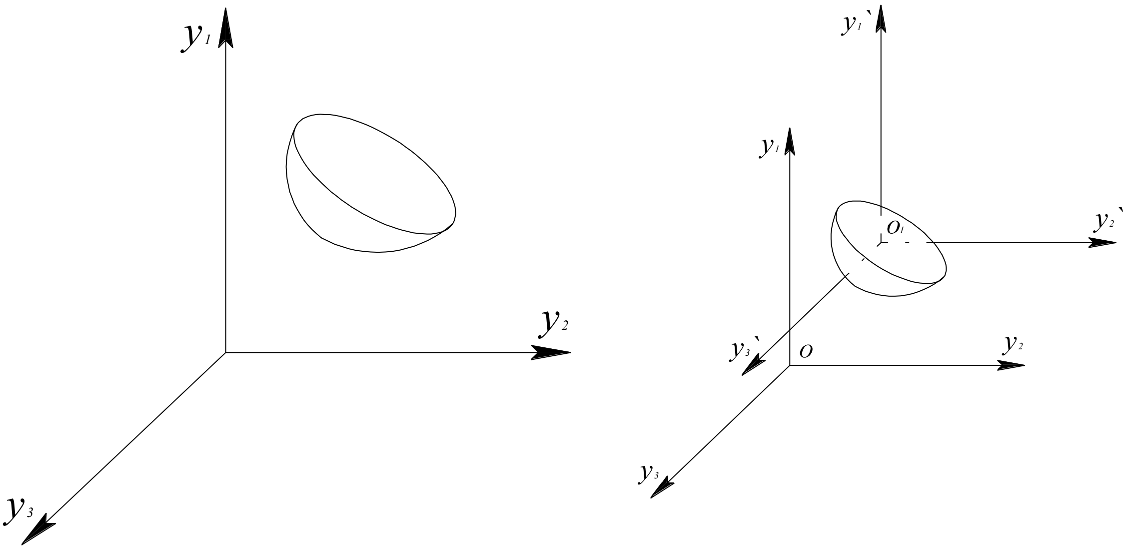
$$y_1(x_1x_2x_3x_4) = f_1(x_1x_2x_3x_4);$$
$$y_2(x_1x_2x_3x_4) = f_2(x_1x_2x_3x_4);$$
$$y_3(x_1x_2x_3x_4) = f_3(x_1x_2x_3x_4),$$

получаем возможность отобразить множество X в множество $Y \subseteq R_3$ и исходную задачу сформулировать в виде

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \to min .$$

Решением задачи в представленном виде является такое множество A^*, что все его точки несравнимы по Парето.

Перенесем начало координат в точку O_1 (рис. 1). В качестве осей принимаем $o_1 y_1^{\prime}$, $o_1 y_2^{\prime}$ $o_1 y_3^{\prime}$



а) поверхность решений б) переход к "новой" системе координат

Рис. 1. Множество возможных решений в области искомых параметров

В "новой" системе координаты точки в пространстве определяются:

$$y_{1i}^{\prime} = y_{1i} - y_{1min}$$

$$y_{2i}^{\prime} = y_{2i} - y_{2min}$$

$$y_{3i}^{\prime} = y_{3i} - y_{3min}$$

Чтобы не загромождать обозначения, вектор с компонентами $y_1^{\prime}$, $y_2^{\prime}$, $y_3^{\prime}$ запишем как y_1, y_2, y_3.

Перебор точек пространства и анализ конкурирующих решений выполняем с использованием понятия "конуса", рассмотренного А.А. Босовым [4] для двухмерного пространства.

Каждой точке пространства поставим в соответствие вектор. Начало вектора соответствует началу координат, конец вектора определяется положением данной точки в пространстве (рис. 2).

Пусть $\grave{a}^* \in \grave{A}^*$, причем для любого $\grave{a}_i \in \grave{A}$ выполняется условие

$$\grave{a}_i \in \vec{\imath}\,\vec{a}_i ;$$

$$\grave{a}^* < a_{i1},\ \grave{a}_{i1} < a_{i2},\ \grave{a}_{i2} < a_{i3} \ldots$$

Пусть $\hat{E}$ – конус, вершина которого находится в начале координат, а основание охватывает область пространства точек решений.

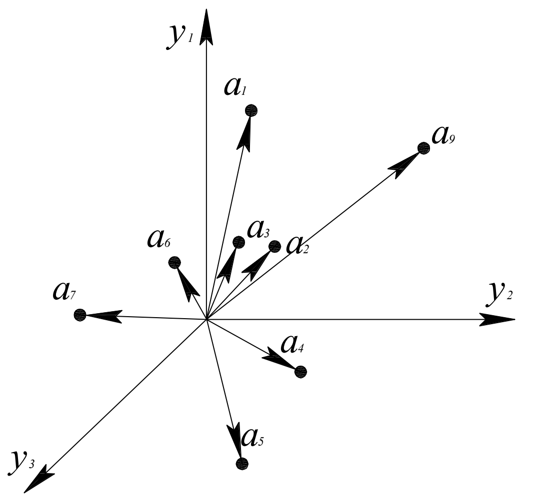


Рис. 2. Векторное представление точек решений

Сформируем понятие "конуса", принятое для решения задачи, в трехмерном пространстве (рис. 3). При этом из массива множества решений выбираем первый вектор. Задаем в плоскости относительно указанного вектора угол α и выполняем поворот с помощью прямой, проведенной из начала координат под углом α к рассматриваемому вектору в пространстве, получаем фигуру вращения – конус.

Тогда

$$\hat{E} \cap \grave{A} = \{\grave{a}^*\}.$$

В процессе построения конуса относительно отдельно взятого вектора в рассмотрение было принято ряд точек, соответствующим концам векторов из начала координат.

Сравнения попарно модули векторов, проведенных из начала координат внутри конуса, получаем одну точку локального оптимума, которая соответствует вектору с наименьшим модулем. Все рассмотренные в данном конусе точки исключаем из дальнейшего рассмотрения. Выбираем следующую, не охваченную конусом точку и строим относительно нее конус. Дальнейшая процедура поиска выполняется по аналогии с приведенной выше, т.е. обходим с использованием понятия конуса все пространство решений и выделяем по единственной точке решения внутри каждого конуса (рис. 4).

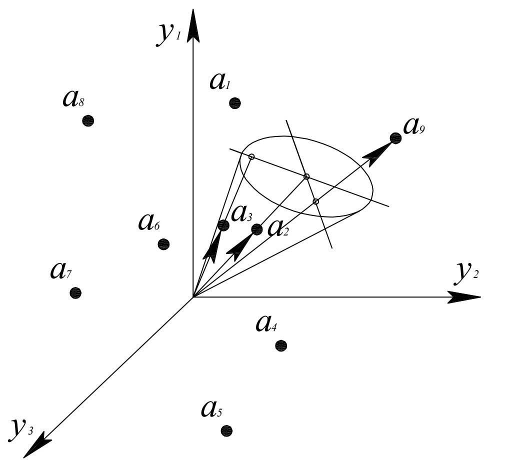


Рис. 3. Формирование понятия конуса для обхода пространства решений

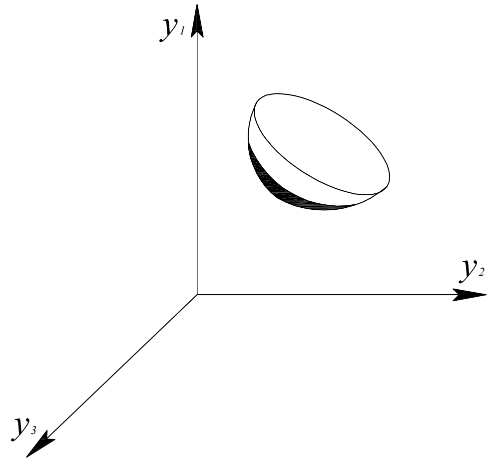


Рис. 4. Геометрическая интерпретация поиска компромиссных решений (заштрихованная область), обеспечивающего минимальные значения трех функций

Практическое приложение результатов исследования. В качестве объекта управления рассмотрена доменная печь №9 (5000м^3) в условиях ПАТ "Арселор Миттал Кривой Рог". В соответствии с разработанной статической оптимизационной моделью по одному показателю [5], в задаче векторной оптимизации приняты следующие целевые функции:

$P(T_д, O_2, m, n)$ – производительность, т/час (Р$\rightarrow$max),

$K(T_д, O_2, m, n)$ – расход кокса, кг/т чуг (К$\rightarrow$min),

$T(T_д, O_2, m, n)$ – расход условного топлива, кг/т чуг (Т$\rightarrow$min),

где $T_д$ – температура дутья, °С; O_2 – содержание кислорода в дутье. %; m – доля углерода природного газа; n – доля углерода пылеуголного топлива.

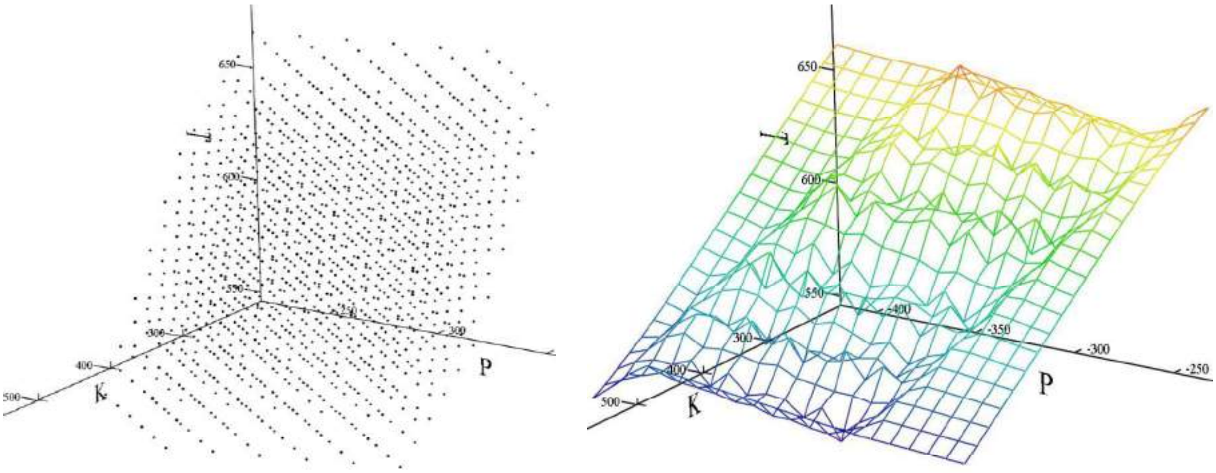
Ограничения на параметры дутья (независимые переменные):

$$1000\ ℃ \le T_д \le 1200\ ℃,\ 21\ \% \le O_2 \le 31\ \%,\ 0 \le m \le 0{,}36,\ 0 \le n \le 0{,}4.$$

Задавая шаг изменения по каждой из независимых переменной $(T_д, O_2, m, n)$, выполняем поиск всех возможных точек решений функций (P, K, T) одновременно удовлетворяющих заданным наборам параметров дутья в области физической реализуемости. Причем, степень детализации области поиска определяется шагом варьирования по каждой переменной.

После выполненных расчетов, на плоскости Р-К-Т можем отобразить множество точек решений согласно введенным ограничениям (рис. 5, *а*). Для более наглядного представления информационного материала точки решений были объединены поверхностью (рис. 5, *б*). Однако необходимо учитывать, что между двумя точками полученной поверхности промежуточное решение может отсутствовать.

Отрицательное значение функции Р на плоскости объясняется тем, что согласно рассматриваемому алгоритму все целевые функции должны стремиться к одному экстремуму (максимум/минимум). Поскольку рассматриваемая модель статическая и иные две функции Т и К требуют минимизации, то и функцию Р сводим к решению задачи минимизации. Для этого все коэффициенты полинома данной функции берем с противоположными знаками.



а б

Рис. 5. Множество возможных решений в области Р-К-Т:
а – точки решений, б – аппроксимация поверхностью

Полученное множество точек компромиссных решений представлено в виде рис. 6.

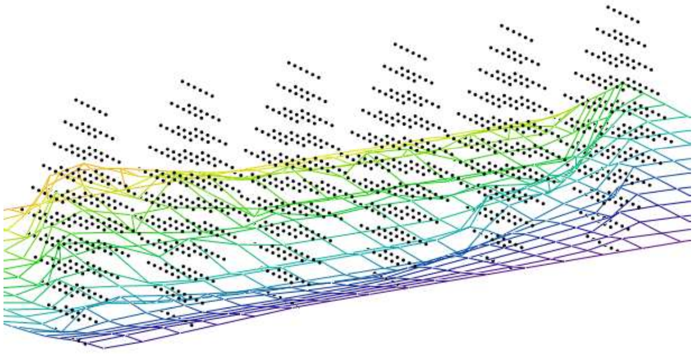


Рис. 6. Область компромиссных решений в плоскости Р-К-Т

Поверхность (для визуализации решения задачи) компромиссных решений объединяет точки, минимально удаленные от начала координат. Между отдельными точками этих решений могут отсутствовать промежуточные точки.

Выводы и перспективы дальнейших исследований

1. В результате проведенных исследований был предложен алгоритм, позволяющий оценить компромиссные решения по управлению, удовлетворяющие целевым функциям, имеющим противоречивый характер (минимум/максимум).
2. Предложенное множество решений не является оптимальным в обычном смысле (оптимизация по одному параметру), а представляет собой компромисс между рассматриваемыми функциями.
3. Данный подход может быть использован при выборе рациональных режимов ведения технологического процесса и оценки экономичности в условиях ограничения ресурсов.
4. При изменении характеристик энергии и сырья может быть выполнено прогнозирование области возможных управлений для обеспечения заданного производства.
5. Данный алгоритм может дополнить информационно-управляющую систему производственного процесса, а также повысить качество управления в диалоговом режиме.

Список литературы

1. Байбуз А.Г. Об использовании методов математического программирования в расчетах показателей доменной плавки [Текст] / А.Г. Байбуз, И.А. Лукьяненко, А.И. Швачка //Металлургическая теплотехника: история, современное состояние, будущее. К столетию со дня рождения М.А. Глинкова: тр. III научн. – практ. конф. – М.: МИСиС, 2006. – С.136 – 141.
2. Макаров И.М. Теория выбора и принятия решений [Текст] / И.М. Макаров, Т.М. Виноградова, А.А. Рубчинский. – М.: Наука, 1982. – 327 с.
3. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход [Текст] / В.Д. Ногин. – М.: Физмат, 2002. – 144с.
4. Босов, А.А. Векторная оптимизация по двум показателям [Текст] / А.А. Босов, Г.Н. Кодола // Вісник ДНУЗТ. –

2007. – №17. – С. 31 – 37.
5. Бородулин А.В. Домна в энергетическом измерении [Текст] / А.В. Бородулин, А.Д. Горбунов, В.И. Романенко, Г.И. Орел. – Днепропедзержинск: Изд. – во Днепропедзержинского технического университета, 2006. – 450с.