

**В.И. Корсун, д-р техн. наук, А.А. Яланский, канд. техн. наук, Н.А. Иконникова**  
(Украина, г. Днепропетровск, Государственный ВУЗ "Национальный горный университет"),

**В.В. Арестов**

(Украина, г. Днепропетровск, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины )

## **ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ШАХТНЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ И ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Надежность работы горных электромеханических и геомеханических систем зависит, прежде всего, от горно-геологических и горнотехнических условий, выбора системы разработки, вида и типа крепи, отклонения фактического энергопотребления от расчетного, наличия ресурсов, отказов элементов и ошибок персонала. Действие этих факторов частично компенсируется за счет: выбора структуры (оптимизации систем разработки и вентиляции, транспортных средств, конфигурации электрической сети, мощностей, управления и т.д.); улучшения технических параметров как самого оборудования, так и его элементов; резервирования во всех звеньях системы (производства, преобразования, передачи и распределения электрической энергии, управления), включая обеспечение взаимодействия внутри системы; выбора средств контроля и автоматического управления системой; улучшения организации эксплуатации, включая совершенствование системы планово-предупредительных ремонтов [1].

Работу системы со слабыми связями (шахтной, рудной, карьера, добычного участка, обогатительной фабрики и так далее) определяют методами линейного программирования. Такие физические процессы имеют причинно-следственный характер. До сих пор предполагалось, что, моделируя постепенные отказы, персонал имеет возможность подготовиться к выводу элемента из работы. В этих случаях, как правило, возможность нарушения устойчивости системы практически исключается. При внезапных же отказах, например, обвалах породы, кровли в выработках, коротких замыканиях на линиях электропередачи возможны нарушения устойчивости, а при неблагоприятных условиях – и дальнейшее развитие аварии. При определении показателей надежности в таких условиях должны учитываться как прогнозируемые, так и внезапные отказы элементов, однако при этом уже более важен не просто сам факт отказа, а вид повреждения, его вызывающий. Причем, если изначально переходные процессы носят стохастический характер, то при наложении детерминированных динамических явлений вступают в работу синергетические процессы, связанные с самоорганизацией явлений как с положительными, так и отрицательными свойствами, которые приводят к нестандартным ситуациям и внезапным отказам элементов системы [2, 3].

В горных технических системах, прежде всего, в силу специфики геологического строения породных массивов, высокой фрактальной размерности горных пород и полезных ископаемых, являющимися одновременно объектами, вмещающими шахты, рудники и подземные сооружения, и объектами добычи и переработки, возможно как самопроизвольное появление процессов самоорганизации, так и процессов динамического хаоса. Эти процессы могут быть доминирующими или частичными, а в зависимости от положения равновесия – устойчивыми или неустойчивыми, потеря устойчивости может быть мягкой или жесткой [4, 5].

При *мягкой потере устойчивости устанавливается колебательный периодический режим*, который на начальном этапе мало чем отличается от состояния равновесия [6]. При *жесткой потере устойчивости система скачком уходит из стационарного режима равновесия и переходит на другой режим движения, как правило, установившийся колебательный периодический режим*. Режим, установившийся после потери устойчивости равновесного состояния, называется странным аттрактором (не равновесие и не предельный цикл). Такой режим означает, что в системе наблюдаются сложные непериодические колебания, для внешнего экспериментатора – *турбулентные*. Переход от устойчивого состояния равновесия к странному аттрактору может совершаться непосредственно сразу скачком при жесткой потере устойчивости, так и после возникновения мягкой потери устойчивости. Если хаотический режим не является необходимым технологическим режимом работы, то доводить динамическую систему до хаотического режима весьма опасно. Устойчивость такой системы можно выполнить с помощью моделирования [7].

В геомеханических и электродинамических системах возможно появление разнообразных колебаний, в том числе параметрических, феррорезонансных и хаотических. Параметрический механизм колебаний возникает за счет того, что рабочее оборудование, системы охлаждения и другие компоненты постоянно, даже при проектных режимах работы, подвергаются вибрации со стороны вращающихся механизмов (турбины, генераторы, двигатели, насосы, дробилки, мельницы) и перекачиваемой рабочей среды. Особо следует подчеркнуть, что все эти механизмы имеют высокую добротность. Феррорезонансные колебания накладываются на параметрические и срывают их, а затем на их фоне возникают субгармонические (комбинационные) и, наконец, хаотические [8, 9].

Область гармонических вынужденных колебаний возникает при низких напряжениях, затем возникают субгармонические колебания и только при высоких напряжениях возникают хаотические неуправляемые колебания. В этом случае под высокими напряжениями как электрических сетей, так и механических конструкций следует понимать не просто их величину, а напряжения, при которых в электрической или механической системах возникают нелинейные эффекты за счет нелинейного изменения каких-либо характеристик системы, а именно, за счет магнитного насыщения, диссипации энергии или волн, гистерезисных или пластических свойств материала, разрушения материала и конструкций и так далее [9]. Поэтому в нелинейных системах вид колебаний зависит не только от их частоты, но и от изменения как электрических, так и механических напряжений.

Задача моделирования динамической системы "горный технический объект – породный массив" решается поэтапно, главные из которых следующие: идентификация элементов технического оборудования как объектов моделирования; обоснование информативных параметров реакции диагностируемых объектов на возбуждающее воздействие; определение параметров микропроцессорных средств моделирования, которые обеспечивают реализацию предложенных алгоритмов; анализ натуральных исследований геомеханических систем на основе предложенных методов и средств моделирования.

Для определения допустимой погрешности итераций и последовательности вычислений величин угловых ускорений эксцентрически смещенных масс внутри одной итерации на поведение динамических систем методами аналитической механики выполнено математическое моделирование материальной системы, состоящей из трех идеально связанных математических маятников, причем дополнительно рассмотрен вариант, в котором первый маятник жестко соединен с маховиком. Если такая система обладает идеальными связями, то ее движение математически можно описать уравнениями Лагранжа второго рода

$$Q_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha_i}, \quad (1)$$

где  $Q_i$  – обобщенные силы,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\dot{\alpha}_i$  – обобщенные скорости;  $\alpha_i$  – обобщенные координаты. Обобщенные силы можно определить как коэффициенты при вариациях обобщенных координат из выражения для виртуальной работы

$$\delta A = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \delta \alpha_i = Q_1 \cdot \delta \alpha_1 + Q_2 \cdot \delta \alpha_2 + \dots + Q_n \cdot \delta \alpha_n. \quad (2)$$

Кинетическую энергию можно выразить через обобщенные скорости  $\dot{\alpha}_i$  и обобщенные координаты  $\alpha_i$ , т.е.

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) l_1^2 \dot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) l_2^2 \dot{\alpha}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 l_3^2 \dot{\alpha}_3^2 + (m_2 + m_3) l_1 l_2 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_3 l_1 l_3 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_3) + m_3 l_2 l_3 \dot{\alpha}_2 \dot{\alpha}_3 \cos(\alpha_2 - \alpha_3). \quad (3)$$

Виртуальная работа равна:

$$\delta A = -(m_1 + m_2 + m_3) g l_1 \sin \alpha_1 \delta \alpha_1 - (m_2 + m_3) g l_2 \sin \alpha_2 \delta \alpha_2 - m_3 g l_3 \sin \alpha_3 \delta \alpha_3, \quad (4)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения. Добавим к оси вращения первого маятника маховик, момент инерции которого равен сумме моментов инерции ротора электродвигателя (пневмодвигателя) и вращающихся частей зубчатой передачи, приведенных к оси вращения первого плеча маятника. Теперь к кинетической энергии системы маятников добавится энергия маховика. Подставив в (1) значения обобщенных сил, частные производные кинетической энергии системы и выполнив некоторые математические операции, получим окончательные уравнения движения материальной системы:

$$\begin{aligned} -(m_1 + m_2 + m_3) g l_1 \sin \alpha_1 &= ((m_1 + m_2 + m_3) l_1^2 + J) \ddot{\alpha}_1 + (m_2 + m_3) l_1 l_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \ddot{\alpha}_2 + m_3 l_1 l_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \ddot{\alpha}_3 + \\ &+ (m_2 + m_3) l_1 l_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \dot{\alpha}_2^2 + m_3 l_1 l_3 \sin(\alpha_1 - \alpha_3) \dot{\alpha}_3^2; \\ -(m_2 + m_3) g l_2 \sin \alpha_2 &= (m_2 + m_3) l_2^2 \ddot{\alpha}_2 + (m_2 + m_3) l_1 l_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \ddot{\alpha}_1 + m_3 l_2 l_3 \cos(\alpha_2 - \alpha_3) \ddot{\alpha}_3 - \\ &- (m_2 + m_3) l_1 l_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \dot{\alpha}_1^2 + m_3 l_2 l_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) \dot{\alpha}_3^2; \\ -m_3 g l_3 \sin \alpha_3 &= m_3 l_3^2 \ddot{\alpha}_3 + m_3 l_1 l_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \ddot{\alpha}_1 + m_3 l_2 l_3 \cos(\alpha_2 - \alpha_3) \ddot{\alpha}_2 - m_3 l_1 l_3 \sin(\alpha_1 - \alpha_3) \dot{\alpha}_1^2 - \end{aligned} \quad (5)$$

$$-m_3 l_2 l_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) \dot{\alpha}_2^2,$$

где  $J$  – момент инерции маятника.

Угловые ускорения маятников являются взаимозависимыми величинами, поэтому для их определения используем метод итерационных приближений. Очевидно, что для систем, используемых в технических приложениях, т. е. для систем с конечными массами и ограниченными геометрическими размерами, а также для упрощенных моделей таких систем сходимость итерационных вычислений обеспечивается в любом случае. Однако важными являются вопросы выбора допустимой погрешности итераций и последовательность вычислений величин угловых ускорений внутри одной итерации. Если изменить последовательность вычислений, то также изменятся полученные значения угловых ускорений, хотя и на меньшую величину, чем допустимая погрешность итераций. Тем не менее, эти незначительные изменения могут оказаться существенными для определения текущих координат центров масс в конкретный момент времени, поскольку динамические системы являются весьма чувствительными к начальным условиям.

Критерием адекватности модели можно считать постоянство полной энергии замкнутой системы. Выполнено моделирование трехмассной системы маятников при различных значениях шага интегрирования и допустимой погрешности итераций. Установлено, что с уменьшением допустимой погрешности итераций с 0,01 до 0,0001 о. е. практически качество моделирования не улучшается. В этой связи при ограниченном быстродействии ЭВМ предлагается принимать допустимую погрешность итераций равной 0,01 о. е. Если время вычислений не является критичным параметром, то допустимую погрешность итераций можно принять равной 0,001 или 0,0001 о. е. Однако при этом уменьшение шага интегрирования по времени обеспечит более существенный эффект, чем дальнейшее снижение допустимой погрешности итераций.

Как известно, в технике часто встречаются объекты, которые при определенных допущениях можно условно представить как  $k$ -массную систему пружинных математических или физических маятников (рудничные и шахтные составы, транспортные системы непрерывного действия, гидротранспорт пульпы, внутримельничная загрузка, линии электропередачи, различные строительные сооружения, в том числе подземные выработки, протяженные мосты, перекрытия, арочные конструкции и тому подобное). Рассмотрим материальную систему, состоящую из трех грузов массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  и пружин с жесткостями  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$ . Прямая, по которой движутся грузы, горизонтальная и абсолютно гладкая. За обобщенные координаты целесообразно принять расстояния центров грузов в текущем положении относительно положения, при котором все пружины находятся в свободном состоянии. Тогда можно пренебречь размерами грузов при условии их центральной симметрии и длинами пружин, если они достаточно велики, чтобы исключить соударения грузов. Уравнения движения такой системы известны. Получим уравнения движения центров масс для  $k$ -массной системы пружинных маятников. Кинетическую  $T$  и потенциальную  $\Pi$  энергии системы соответственно можно записать так:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \dots + \frac{1}{2} m_j \dot{x}_j^2 + \dots + \frac{1}{2} m_k \dot{x}_k^2; \quad (6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 x_1^2 + \dots + \frac{1}{2} c_j (x_j - x_{j-1})^2 + \dots + \frac{1}{2} c_k (x_k - x_{k-1})^2, \quad j \in 2..k-1, \quad (7)$$

где  $m_j$  – масса  $j$ -го груза;  $x_j$  – мгновенная координата его центра, совпадающая с центром тяжести;  $c_j$  – жесткость пружины, соединяющей текущий  $j$ -й груз с грузом под номером  $j-1$ ;  $k$  – количество грузов в одномерной цепочке. Составив функцию Лагранжа  $L = T - \Pi$ , находим ее частные производные по координатам и скоростям их изменения во времени:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -c_1 x_1 + c_2 (x_2 - x_1), \dots, \frac{\partial L}{\partial x_j} = -c_j (x_j - x_{j-1}) + c_{j+1} (x_{j+1} - x_j), \dots, \frac{\partial L}{\partial x_k} = -c_k (x_k - x_{k-1}); \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1, \dots, \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_j} = m_j \dot{x}_j, \dots, \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_k} = m_k \dot{x}_k. \quad (9)$$

Итак, уравнения движения центров масс грузов в рассматриваемой системе имеют следующий вид:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1) = 0, \dots, m_j \ddot{x}_j + c_j (x_j - x_{j-1}) - c_{j+1} (x_{j+1} - x_j) = 0, \dots, m_k \ddot{x}_k + c_k (x_k - x_{k-1}) = 0. \quad (10)$$

В общем случае для  $k$ -массовой полностью связанной системы пружинных маятников получаем  $k$  уравнений:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_{01} x_1 - \sum_{j=2}^k c_{1j} (x_j - x_1) = 0; \\ m_i \ddot{x}_i + c_{0i} x_i + \sum_{j=1}^{i-1} c_{ji} (x_i - x_j) - \sum_{j=i+1}^k c_{ij} (x_j - x_i) = 0, \text{ для } i = 2, 3, \dots, k-1; \\ m_k \ddot{x}_k + c_{0k} x_k + \sum_{j=1}^{k-1} c_{jk} (x_k - x_j), \end{cases} \quad (11)$$

где  $i$  – номер уравнения.

Траектории центров масс системы трех связанных маятников даже в приложении к плоской задаче образуют сложные фигуры, фрактального характера, которые могут рассматриваться как гладкие отображения поверхностей на плоскость, имеющих складки и сборки. Следовательно, движение таких систем можно анализировать с точки зрения теории катастроф для выявления (а в технических приложениях – для прогнозирования и предупреждения) скачкообразных изменений, возникающих в виде внезапных ответов на плавное изменение условий (в технических приложениях – постепенный износ деталей, плавное увеличение нагрузок, нарушение температурных режимов, ухудшение параметров изоляции, плавное насыщение магнитных систем и другие факторы по отдельности и в комплексе).

Рассмотрены возможности математического моделирования на основе  $k$  – массных систем простых и полносвязанных пружинных маятников без и с введением дополнительной нелинейности для оценки и прогноза динамического состояния реальных горных технических систем, отработки параметров контроля хаотических и синергетических процессов. Установлено, что, несмотря на то, что старший показатель Ляпунова для системы пружинных маятников близок к нулю, он все-таки положителен и возрастает при увеличении количества маятников в системе, поэтому в протяженных горных выработках, закрепленных однотипной арочной крепью, при динамических воздействиях возможно появление хаотического распределения зональности разрушения породного массива.

Для натурального и полунатурного моделирования влияния хаотических воздействий обоснованы параметры генератора динамического хаоса (ГДХ) на основе микроконтроллера. Разработана и апробирована авторская программа генератора для микроконтроллера, описываемая системой уравнений Е. Лоренца, отличающейся тем, что операции арифметического умножения (деления) заменены логическим сдвигом операнда, а это существенно ускорило расчеты и позволило моделировать влияние детерминированного хаоса в "режиме реального времени" [10].

Для оптимизации программы по времени вычисления предложен способ выбора параметрических коэффициентов-множителей, кратный двум с заменой операций умножения и деления линейными сдвигами. Методика такого выбора отсутствует, поэтому работа генератора изучена при различных комбинациях коэффициентов в пределах области хаотизации с помощью метода математического моделирования в оболочке Mathcad с определением фрактальной размерности по известной теореме. Для создания модели запишем систему уравнений в конечных приращениях  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  по выходным координатам:

$$\begin{cases} \Delta x_i = \sigma(y_{i-1} - x_{i-1})\Delta t; \\ \Delta y_i = (-x_{i-1}z_{i-1} + rx_{i-1} - y_{i-1})\Delta t; \\ \Delta z_i = (x_{i-1}y_{i-1} - bz_{i-1})\Delta t, \end{cases} \quad (12)$$

Разработан, изготовлен и испытан экспериментальный образец генератора хаоса на основе микроконтроллера, параметры генератора приведены в таблице. Структурная схема разработанного генератора представлена на рисунке.

На основе анализа литературных источников и компьютерного моделирования классических генераторов хаоса для оценки состояния динамических процессов выбраны информативные параметры (начальная потеря устойчивости системы, удвоение периода, потеря устойчивости удвоенного цикла, потеря дискретности спектра), отражающие с учетом поляризации колебаний тенденцию доминирующих связей и возможные фазовые переходы. Для диагностики (селекции) возможных хаотических колебаний применены конусные датчики, оси которых соответствуют взаимно перпендикулярным направлениям [6, 11].

Критерием перехода от регулярной, сложно созданной структуры к хаосу служит ее устойчивость по отношению к малым возмущениям [12]. Снижение устойчивости структур до случайных возмущений приводит к необходимости перехода от их детерминированного описания к вероятностному, учету синергетических аспектов, особенностей хаотизации явлений и процессов. Исследование их возможно с помощью компьютерного моделирования, вызывая возмущения генератором динамического хаоса. При этом для сохранения устойчивости системы необходим многоканальный автоматизированный контроль

## Автоматизация виробничих процесів

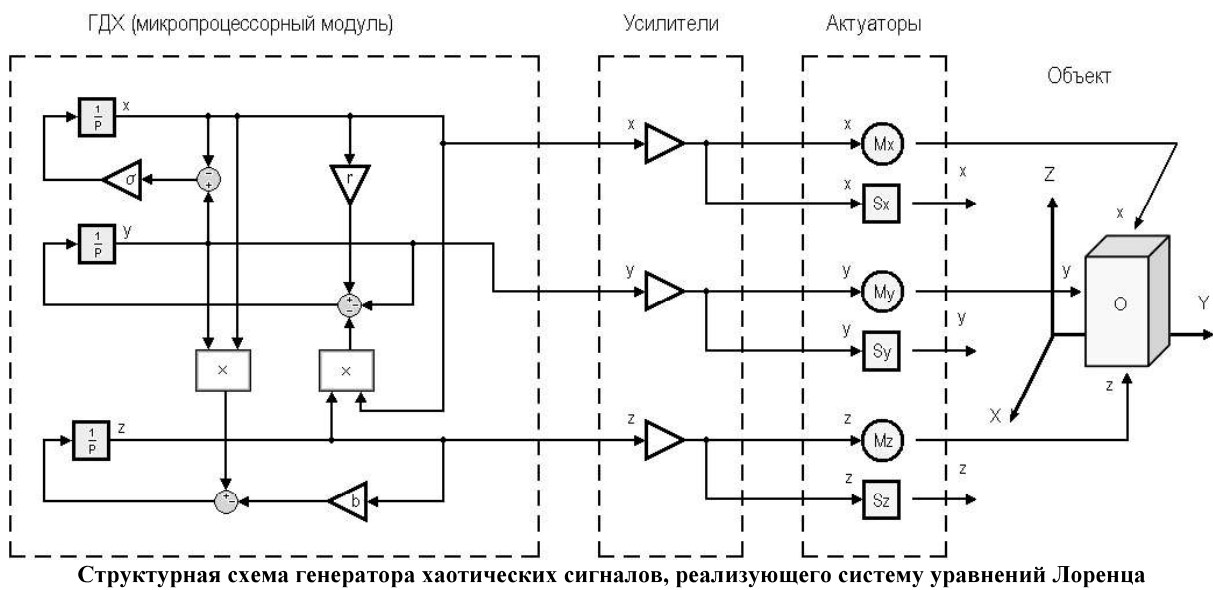
Таблица

Параметры модели генератора, статистические данные сигналов и их функций автокорреляции (АКФ)

№ п/п	Параметрические коэффициенты			Размерность	Вид процесса, форма аттрактора	Начальный момент 1-го порядка, о.е.			Дисперсия смещенная, о.е.		
	$\sigma$	$r$	$b$			$M_x$	$M_y$	$M_z$	$D_x$	$D_y$	$D_z$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	16	2	2.304	Загущающий периодич., не удовлетворяет требованиям	5.48	5.48	14.99	0.01	0.09	0.13
2	2	32	2	2.475	Хаотический, двухпетлевой, не рекомендован	-0.06	-0.06	19.04	40.51	190.53	236.7
3	4	16	1	-	Хаотический, двухпетлевой, не рекомендован	-0.18	-0.18	13.87	13.99	18.15	14.99
4	4	16	2	2.342	Хаотический, двухпетлевой, реализован	0.11	0.11	11.67	23.80	38.03	39.27
5	4	32	2	2.497	Хаотич., двухпетлевой, не удовлетворяет требованиям	8.47E-03	4.43E-03	27.27	57.36	141.67	124.0
6	4	32	4	-	Хаотический, одна петля, не удовлетворяет требованиям	3.18E-04	2.88E-04	22.05	94.41	280.74	258.1

Таблица (продолжение)

№ п/п	Среднеквадратическое отклонение, о.е.			Коэфф. асимметрии графика закона распределения значений АКФ, о.е.	Коэфф. эксцесса графика закона распределения значений АКФ, о.е.			Смещение 1-го пересечения АКФ с осью абсцисс, о.е.			Коэфф. загущения АКФ по суммам амплитуд, о.е.				
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$		$As_x$	$As_y$	$As_z$	$Ex_x$	$Ex_y$	$Ex_z$	$Nr_x$	$Nr_y$	$Nr_z$	$k_{S_x}$	$k_{S_y}$
1	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	0.11	0.30	0.36	2.81	1.65	4.59	93.33	88.20	96.26	19.60	18.26	18.26	1,193	1,194	1,159
2	6.36	13.8	15.4	12.69	15.18	0.21	236.22	390.89	-1.22	45.87	18.26	17.01	1,066	1,245	1,005
3	3.74	4.26	3.87	5.69	7.04	0.85	56.52	88.48	12.63	727.01	727.01	27.94	1,202	1,173	1,093
4	4.88	6.17	6.27	13.00	15.42	0.10	226.93	327.12	-1.40	56.73	47.53	21.04	1,018	1,134	1,019
5	7.57	11.9	11.1	-6.22E-04	3.20E-04	1.30	-0.15	-0.54	0.48	25.12	19.60	13.76	1	1	1
6	9.72	16.8	16.1	-2.11E-03	-8.34E-04	0.33	-1.31	-0.27	-1.39	22.59	18.92	10.36	1	1	1



автоматически повышать порог устойчивости системы к малым возмущениям, т. е. в идеале учитывать как все причинно-следственные связи, так и тенденцию накопления случайных повреждений и динамических возмущений в локальной системе.

Определены особенности математического моделирования в детерминированно-хаотических системах, в том числе параметры, критерии и допустимые погрешности итераций. Практическое значение моделирования в данном случае состоит в том, что оно позволяет учесть количество элементов в системе, конкретные массы и упругие связи между элементами, разнообразие этих связей, задать виртуально любые возмущающие воздействия, оценить реакцию на эти воздействия при моделировании динамических процессов в горных геотехнических системах.

#### Список литературы

1. Надежность технических систем [Текст]: справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
2. Математическое моделирование динамики хаотических процессов в инженерно-экологических системах [Текст] / В.И. Корсун, А.А. Яланский, Н.А. Иконникова, Т.А. Яровая // Математические методы в технике и технологиях: материалы междунар. науч. конф. ММТТ – 23. – Саратов: Саратов. гос. техн. ун. – 2010. – Т. 5. – С. 51 – 54.
3. Яланский А.А. Особенности и диагностика процессов самоорганизации породного массива в окрестности горных выработок [Текст] / А.А. Яланский, Т.А. Паламарчук, С.Н. Розумный // Горн. информ.-аналит. бюл. – 2003. – № 3. – С. 151 – 154.
4. Глушко В.Т. Геофизический контроль в шахтах и тоннелях [Текст] / В.Т. Глушко, В.С. Ямшиков, А.А. Яланский. – М.: Недра, 1987. – 278 с.
5. Федер Е. Фракталы [Текст]: пер. с англ. / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
6. Арнольд В.И. Теория катастроф [Текст] / В.И. Арнольд. – 3-е изд., доп. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
7. Иконникова Н.А. Особенности моделирования динамики хаотических процессов в детерминированных системах методами аналитической механики [Текст] / Н.А. Иконникова // Геотехнич. механика. – 2007. – № 73. – С. 263 – 280.
8. Булат А.Ф. Фракталы в геомеханике [Текст] / А.Ф. Булат, В.И. Дырда. – К.: Наук. думка, 2005. – 358 с.
9. Золотухин И.А. Анализ колебаний в многоконтурных электрических моделях теплогидравлических систем [Текст]: автореф. дис. ... кандидата техн. наук: спец. 05. 09. 05 "Теоретическая электротехника" / И.А. Золотухин. – М.: МЭИ, 2008. – 19 с.
10. Корсун В.И. Обоснование параметров микропроцессорного генератора сигналов динамического хаоса [Текст] / В.И. Корсун, Н.А. Иконникова, А.А. Яланский // Форум гірників – 2009: матеріали між нар. конф. – Д., 2009. – Т 4. – С. 263 – 271.
11. Яланский А.А. Особенности построения микропроцессорных систем автоматизированного технологического контроля надежности работы шахт и рудников [Текст] / А.А. Яланский, Н.А. Иконникова, В.В. Арестов // Геотехнич. механика. – 2006. – № 66. – С. 214-223.
12. Лоскутов А.Ю. Введение в синергетику [Текст] / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. – М.: Наука, 1990. – 270 с.