

УДК [622.648.22:622.693.4].001.57

*Е.В. Семененко, Е.С. Лапшин, д-ра техн. наук, С.Н. Киричко*  
(Украина, г. Днепропетровск, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины)

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗНАПОРНОГО ТЕЧЕНИЯ ПО НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ ПУЛЬПЫ С КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ПАСТЫ**

Безнапорные течения пульп с концентрацией пасты (ПКП) в технологиях обогащения минерального сырья (ТОМС) возможны по наклонной плоскости, лоткам и произвольной поверхности сложной геометрии, обладающей геодезической разностью отметок. Безнапорное течение по наклонной плоскости реали-

зуються при випуску пульпы з трубопроводу в хвостохранилище. В залежності від геометричних характеристик трубопроводів і відстаней між ними, реалізується плоске тече́ння або ж радіальне (истече́ння з точечного джерела). Для умов ТОМС найбільше розповсюдження отримали лотки прямокутної форми, в ряду випадків впливом бокових стінок на параметри тече́ння можна пренебрати. При такому допущенні тече́ння в лотку аналогічно тече́нню по нахилній площині. Поверхності складної геометрії застосовуються звичайно в обогатительних апаратах. Однак потоки пульпы розглядаваної концентрації в обогатительних апаратах не використовуються, оскільки це виключає сепарацію.

В роботі [1] досконально виконано огляд методів, направлених на виявлення закономірностей безнапорного тече́ння неньютоновських серед. Важно відзначити, що рішення отримані в формі складних нелінійних функцій, встановлюючих зв'язок між витратою і параметрами потоку. Тому, щоб визначити, яка глибина потоку забезпечує потрібний витрату пульпы, доводиться додатково використовувати чисельні методи, що ускладнює аналіз і синтез ТОМС.

В цій зв'язі метою роботи – розробка математичної моделі, описуючої в явній формі вплив на глибину потоку витрату пульпы і її реологічних характеристик пульпы.

Розглянемо встановившеся безнапорне тече́ння пульпы по нахилній площині 1, нахилній під кутом  $\varphi$  до горизонту (рис. 1). Площина має неограничену ширину (розмір по нормалі до малюнка). В відмінність від потоків пульпы малих концентрацій, для яких можливі режими тече́ння з високонцентраційним придонним шаром, тече́ння ПКП характеризуються наявністю в потоці двох областей з порушеною 2 і не порушеною 3 структурою серед. В області з не порушеною структурою серед веде себе як тверде тіло, тут відсутні деформації сдвига. Фактично це шар, який ковзає по певній «смазці», якою є область порушеної структури. В цій області ПКП проявляє властивості рідини з ефективною в'язкістю, в якій мають місце сдвигові деформації і існують касательні напруження, описувані законом Бінгама-Шведова [1 – 7].

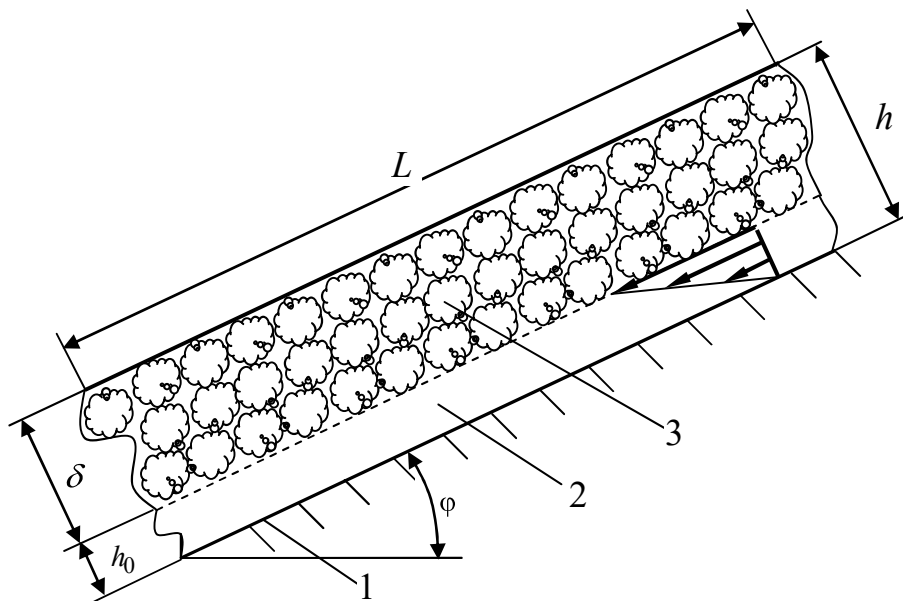


Рис. 1. Расчетная схема безнапорного тече́ния пульпы с концентрацией пасты

При безнапорном тече́нии по нахилній площині об'ємний витрату (на одиницю ширини площини) ПКП визначається за формулою [6]

$$Q = \frac{\tau_0}{\eta} \left( h^2 - \frac{3}{2} h h_0 + \frac{1}{2} h_0^2 \right); \quad h_0 = \frac{1,054 \tau_0}{\rho g \sin \varphi}; \quad \sin \varphi = \frac{\Delta Z}{L}, \quad (1)$$

де  $Q$  – об'ємний витрату ПКП;  $\tau_0$  – напруження при початковому сдвигу (ННС);  $\eta$  – ефективна в'язкість;  $h$  – глибина потоку;  $h_0$  – висота шару з порушеною структурою;  $L$  – довжина площини;  $\rho$  – густина пульпы;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\Delta Z$  – різниця геодезических висот початку і кінця розглядаваної площини.

Виразення (1) перетворюється в квадратне рівняння відносно глибини потоку рішення, якого має вигляд (рис. 2)

$$x = \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{1}{16} + \omega}; \quad (2)$$

$$x = \frac{h}{h_0}; \quad \omega = \left( \frac{\rho g h_M \sin \varphi}{1,054 \tau_0} \right)^2; \quad h_M = \sqrt{\frac{\eta Q}{\tau_0}},$$

где  $x$  – относительная глубина потока;  $\omega$  – безразмерный расход пульпы;  $h_M$  – минимально возможная глубина потока.

Если требуется определить необходимый уклон плоскости, который при рассматриваемых  $\tau_0$  и  $\eta$  обеспечит заданный расход пульпы и глубину потока, то выражение (1) переписывают как уравнение относительно величины  $h_0$  решение которого имеет вид (рис. 3)

$$h_0 = \frac{h}{2} \left( 3 - \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_M}{h} \right)^2} \right). \quad (3)$$

Полученные формулы для определения параметров безнапорного течения ПКП ввиду нелинейности не позволяют явно выделить факторы и исследовать закономерности их влияния. Перейдя в формуле (2) к размерным величинам и учитывая ее структуру, зависимость глубины потока от расхода пульпы может быть записана так:

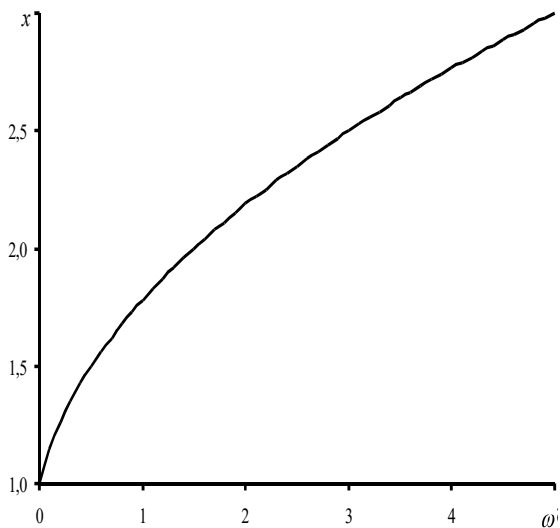


Рис. 2. Зависимость относительной глубины потока от безразмерного расхода пульпы

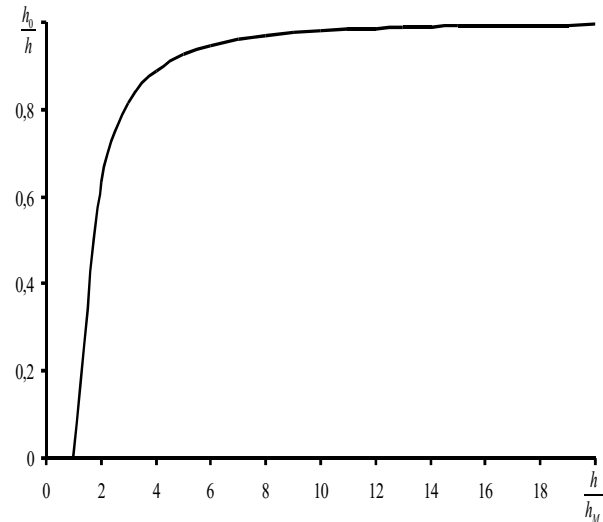


Рис. 3. Зависимость относительной высоты слоя пульпы с нарушенной структурой  $h_0/h$  от безразмерной глубины потока  $h/h_M$

$$h = m \sqrt{\omega} h_0; \quad m = \frac{3}{\sqrt{16\omega}} + \sqrt{1 + \frac{1}{16\omega}}, \quad (4)$$

где  $m$  – коэффициент расхода (рис. 4).

Результаты численного анализа зависимости  $m(\omega)$  (см. рис. 4) показывают, что формулу (4) с инженерной точностью (коэффициент детерминации 0,9513) можно аппроксимировать следующей степенной функцией:

$$m = \frac{1,841}{\omega^{0,188}},$$

а поэтому зависимость (4) может быть записана так:

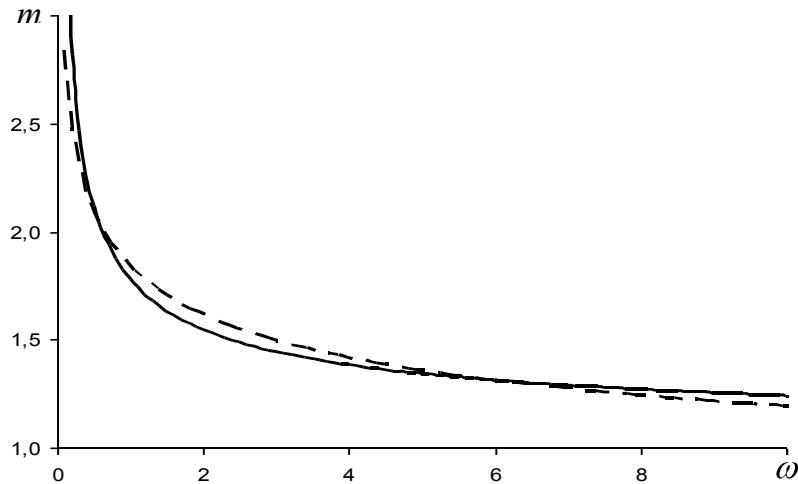


Рис. 4. Зависимость коэффициента  $m$  от величины безразмерного расхода пульпы: сплошная кривая, полученная теоретически, пунктирная – в результате аппроксимации

$$h = \left( \frac{5,345\tau_0}{\rho g \sin \varphi} \right)^{0,376} \left( \frac{\eta Q}{\tau_0} \right)^{0,312}. \quad (5)$$

Формула (5) позволяет явно выделить факторы, влияющие на глубину безнапорного потока ПКП по наклонной плоскости, и исследовать закономерности этого влияния: зависимость глубины от напряжения при начальном сдвиге, объемного расхода и эффективной вязкости описывается степенной функцией с положительным дробным показателем, а зависимость от синуса угла наклона плоскости, по которой осуществляется течение, описывается степенной функцией с отрицательным дробным показателем.

Еще одним параметром, характеризующим рассматриваемое течение, является толщина недеформируемого слоя (поток с ненарушенной структурой), которая вычисляется как разница глубины потока и высоты подвижного слоя (поток с нарушенной структурой):

$$\delta = h - h_0 = \left( 1,841 \left( \frac{\eta Q}{\tau_0} \right)^{0,312} \left( \frac{\rho g \sin \varphi}{1,054\tau_0} \right)^{0,624} - 1 \right) \frac{1,054\tau_0}{\rho g \sin \varphi}, \quad (6)$$

где  $\delta$  – толщина недеформируемого слоя.

Результаты численного анализа зависимости величина  $\delta$  от расхода, реологических характеристик и плотности пульпы, а также угла наклона плоскости течения показывают, что формулу (6) с инженерной точностью (коэффициент детерминации 0,9967) можно аппроксимировать степенной функцией вида

$$\delta = 0,757 \left( \frac{\eta Q}{\tau_0} \right)^{0,6} \left( \frac{\rho g \sin \varphi}{1,054\tau_0} \right)^{0,2}. \quad (7)$$

Таким образом, из математической модели (1) – (7) следует, что основными факторами, влияющими на параметры безнапорного течения пульп с концентрацией пасты по плоскости, являются реологические характеристики пульпы, такие как эффективная вязкость и напряжение при начальном сдвиге. Показано, что высота подвижного слоя пульпы, в котором происходит нарушение структуры вязко-пластичной среды, прямо пропорциональна начальному касательному напряжению, обратно пропорциональна плотности пульпы и синусу угла наклона плоскости. Впервые установлено, что зависимость глубины течения пульпы от начального напряжения сдвига, объемного расхода и эффективной вязкости описывается степенной функцией с положительным дробным показателем, а от синуса угла наклона плоскости – степенной функцией с отрицательным дробным показателем. При этом зависимость толщины недеформируемого слоя пульпы от синуса угла наклона плоскости, объемного расхода и эффективной вязкости описывается степенной функцией с положительным дробным показателем, а от начального напряжения сдвига – степенной функцией с отрицательным дробным показателем.

### **Список литературы**

1. Haldenwang, R. The flow of Non-Newtonian fluids in open channels / R. Haldenwang. – Cape Town: Cape Technikon, 2003. – 384 p.
2. Смолдырев, А.Е. Трубопроводный транспорт концентрированных гидросмесей / А.Е. Смолдырев, Ю.К. Сафонов. – М.: Машиностроение, 1989. – 256 с.
3. Уилкинсон, У.Л. Неньютоновские жидкости / У.Л. Уилкинсон – М.: Мир, 1964. – 155 с.
4. Яхно, О.М. Основы реологии полимеров / О.М. Яхно, В.Ф. Дубовицкий. – К.: Вища шк., 1976. – 188 с.
5. Круть, О.А. Водовугільне паливо / О.А. Круть. – К.: Наук. думка, 2002. – 172 с.
6. Киричко, С.Н. Расчет параметров гидротранспорта высококонцентрированных гидросмесей в условиях предприятия Кривбасса / С.Н. Киричко // Геотехн. механика: межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Д., 2012. – Вып. 103. – С. 101 – 106.
7. Александров, В.И. Методы снижения энергозатрат при гидравлическом транспортировании смесей высокой концентрации / В.И. Александров. – С.Пб.: СПГИ (ТУ), 2000. – 117 с.

*Рекомендовано до друку д-ром техн. наук Четвериком М.С.*