

Кинетическая энергия системы и обобщенные силы соответственно:

$$T = \frac{I_1 \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\varphi}_2^2}{2} + \frac{I_3 \dot{\varphi}_3^2}{2}; \quad Q_1 = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1}; \quad Q_2 = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2}; \quad Q_3 = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_3},$$

где Π – потенциальная энергия системы, которая складывается из потенциальной энергии упругих связей $\Pi_{упр}$ и потенциальной энергии веса массы продуктов загрузки барабана $\Pi_{вес}$.

Потенциальная энергия сил упругости

$$\begin{aligned} \Pi_{упр} &= - \int_{\varphi_1}^0 C_{01}(\varphi_{1cm} + \varphi_1) d\varphi_1 - \int_{\varphi_2}^0 C_{02}(\varphi_{2cm} + \varphi_2) d\varphi_2 - \\ &- \int_{\alpha_{13}}^0 C_{13}(\alpha_{13cm} + \alpha_{13}) d\alpha_{13} - \int_{\alpha_{23}}^0 C_{23}(\alpha_{23cm} + \alpha_{23}) d\alpha_{23} = \\ &= C_{01} \left(\varphi_{1cm} \varphi_1 + \frac{\varphi_1^2}{2} \right) + C_{02} \left(\varphi_{2cm} \varphi_2 + \frac{\varphi_2^2}{2} \right) + C_{13} \left(\alpha_{13cm} \alpha_{13} + \frac{\alpha_{13}^2}{2} \right) + C_{23} \left(\alpha_{23cm} \alpha_{23} + \frac{\alpha_{23}^2}{2} \right), \end{aligned}$$

где α_{13cm} , α_{23cm} , $\alpha_{13} = \varphi_3 - \varphi_1$, $\alpha_{23} = \varphi_3 - \varphi_2$ – закручивание упругих связей в положении статического равновесия и в произвольный момент времени.

Потенциальная энергия веса, приведенная к валу ротора,

$$\Pi_{вес} = -\frac{Gl}{u} [\cos(\beta - \varphi_3) - \cos \beta],$$

где u – передаточное число; β – угол, определяющий положение продуктов загрузки в установившемся режиме работы.

Разложим тригонометрические функции и ограничимся малыми второго порядка, тогда

$$\Pi_{вес} = \frac{Gl}{u} \frac{\varphi_3^2}{2} \cos \beta - \frac{Gl}{u} \varphi_3 \sin \beta.$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_{упр} + \Pi_{вес}; \\ C_{01} \varphi_{1cm} + C_{02} \varphi_{2cm} - C_{13} \alpha_{13cm} - C_{23} \alpha_{23cm} &= 0; \\ C_{13} \alpha_{13cm} + C_{23} \alpha_{23cm} - \frac{Gl}{u} \sin \beta &= 0 \end{aligned}$$

тогда обобщенные силы

$$\begin{aligned} -Q_1 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} = C_{01} \varphi_1 - C_{13} \alpha_{13}; & -Q_2 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = C_{02} \varphi_2 - C_{23} \alpha_{23}; \\ -Q_3 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_3} = C_{13} \alpha_{13} + C_{23} \alpha_{23} + \frac{Gl}{u} \varphi_3 \cos \beta. \end{aligned} \tag{2}$$

Остальные члены уравнения Лагранжа

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) &= I_1 \ddot{\varphi}_1; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) &= I_2 \ddot{\varphi}_2; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) &= I_3 \ddot{\varphi}_3; \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} &= 0; \end{aligned} \tag{3}$$

Подставляя выражения (2) и (3) в уравнение (1), получим дифференциальные уравнения собственных колебаний

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + C_{01} \varphi_1 - C_{13} \alpha_{13} &= 0; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + C_{02} \varphi_2 - C_{23} \alpha_{23} &= 0; \\ I_3 \ddot{\varphi}_3 + C_{13} \alpha_{13} + C_{23} \alpha_{23} + \frac{Gl}{u} \varphi_3 \cos \beta &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Дифференциальные уравнения, аналогичные выражениям (4), можно получить, рассматривая эквивалентную динамическую схему, где барабан имеет дополнительную упругую связь с жёсткостью $c_G = \frac{Gl}{u} \cos \beta$ (рис. 2)

В таблице приведены частоты собственных колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы общей мощностью 8 000 кВт, а на рис. 3 – формы колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы. Привод каждой линии передач соответствует приводу мельницы МШЦ 55×65. Жесткость механической системы определяется жесткостью упругих муфт и может составлять от $C_{13} = C_{23} = 12 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}$ при использовании обычных упругих муфт и снижаться до $C_{13} = C_{23} = 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}$ при использовании специальных муфт, содержащих резинокордные оболочки, которые находят все более широкое применение [1-4, 9-11].

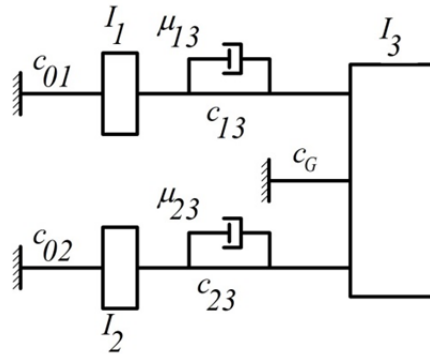


Рис. 2. Эквивалентная динамическая схема барабанной мельницы:
 I_1, I_2, I_3 – моменты инерции соответственно двух двигателей и барабана;
 c_{01}, c_{02} и c_{13}, c_{23} – жесткости синхронных двигателей и механических передач соответственно;
 c_G – дополнительная жесткость

Таблица

Расчетные значения частот собственных колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы

| Типы муфт | Расчетные жесткости муфты C_{13}, C_{23} , $\cdot \text{Н} \cdot \text{м}$ | Частоты собственных колебаний | | | Различие данных в % |
|-----------------------------|--|-------------------------------|-----------|--------------|---------------------|
| | | Частота | $c_G = 0$ | $c_G \neq 0$ | |
| Типовая упругая | $12 \cdot 10^6$ | k_1 | 14.407 | 14.964 | 3.722 |
| | | k_2 | 32.232 | 32.232 | 0 |
| | | k_3 | 35.091 | 35.146 | 0.156 |
| С резинокордными оболочками | $2.471 \cdot 10^6$ | k_1 | 8.481 | 9.582 | 11.490 |
| | | k_2 | 26.857 | 26.857 | 0 |
| | | k_3 | 27.051 | 27.057 | 0.022 |
| | $1.032 \cdot 10^6$ | k_1 | 5.706 | 7.26 | 21.405 |
| | | k_2 | 25.949 | 25.949 | 0 |
| | | k_3 | 25.984 | 25.985 | 0.004 |

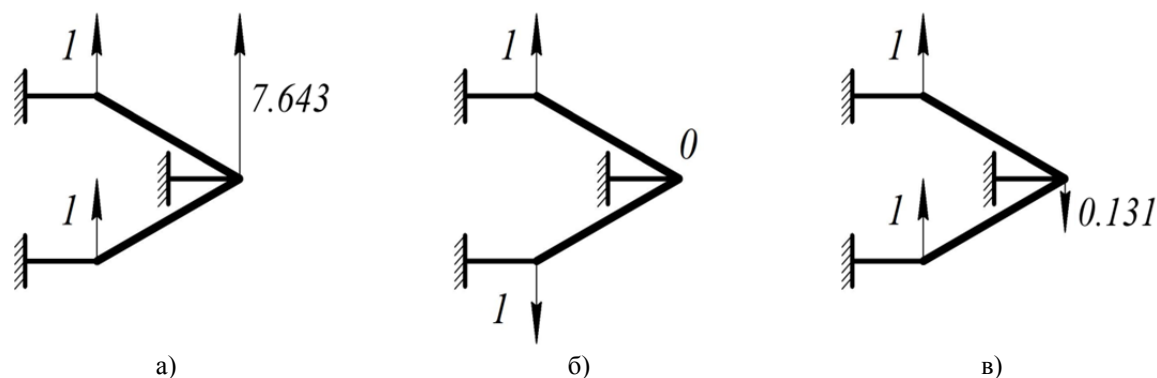


Рис. 3. Формы колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы:
а, б, в – форма колебаний двухдвигательного привода барабанной мельницы на частоте
 $k_1=9.582 \text{ с}^{-1}$, $k_2=26.857 \text{ с}^{-1}$, $k_3=27.057 \text{ с}^{-1}$ соответственно

Анализ расчетных данных позволяет сделать следующие выводы:

- при понижении жесткости муфт в динамических расчетах необходимо рассматривать барабан мельницы с нагрузкой как физический маятник;
- представление барабана мельницы в виде физического маятника не меняет формы колебаний, а приводит к уточнению частот собственных колебаний;
- при оснащении привода обычными упругими муфтами расхождение в значениях низшей частоты собственных колебаний составляет не более 4 %, а при применении специальных муфт с пониженной жесткостью это расхождение может достигать 10–20 %.

Список литературы

1. А.С.743720 СССР МПК В02С 17/24 Двухдвигательный периферийный привод барабанной мельницы / Б.В. Виноградов, В.И. Зайченко.-№ 2592504/29-33; заявл. 21.03.78; опубл. 30.06.80. Бюл. № 24.
2. А.С.710635 СССР МПК В02С 17/24, F15В 11/25. Двухдвигательный периферийный привод барабанной мельницы / Б.В. Виноградов, В.И. Зайченко.- № 2489018/29-33; заявл. 24.05.77; опубл. 25.01.80. Бюл. № 3.
3. А.С. 470662 СРСР МПК F15В 11/22. Двухдвигательный привод / Д.К. Крюков, В.И. Зайченко. №1785067/24-6; заявл. 16.05.72; опубл. 15.05.75. Бюл. № 18.
4. Пат. №96521 Україна, МПК В02С 17/24. Двудвигоуний синхронний привід барабанного млина [Текст] / Виноградов Б.В., Емельяненко В.И.; Державний вищий навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет" – № а201007858; заявл. 23.06.2010; Опубл 10.11.2011. Бюл. № 21.
5. Виноградов Б.В. Статика и динамика двухдвигательных приводов барабанных мельниц / Б.В. Виноградов // Наук. вісн. НГУ. – 2012. – № 2. – С. 75–80.
6. Виноградов Б.В. Динаміка барабанных млинів: монографія / Б.В. Виноградов. – Д.: УДХТУ, 2004. – 127 с.
7. Виноградов Б.В. Динамическая модель привода барабанной мельницы в установившемся режиме работы / Б.В. Виноградов // Научн. вестн. НГУ. – № 3. – 2010. – С. 72–76.
8. Виноградов Б.В. Вынужденные колебания двухдвигательных синхронных приводов барабанных мельниц / Б.В. Виноградов, А.В. Христенко // Наук. вісн. НГУ. – 2012. – № 6. – С. 72–76.
9. Виноградов Б.В. Гидропневмобаллонная упруговязкая система / Б.В. Виноградов // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – № 1 (61). – С. 15–19.
10. Годжаев З.А. Исследование характеристик пневматического упругого элемента рукавного типа в зависимости от давления воздуха, хода и формы поршня / З.А. Годжаев, А.А. Поповский, С.В. Гончаренко // Вісн. СевНТУ: зб. наук. пр. – Севастополь, 2011. – № 120. – С. 306–311.
- 11 J. Homisin. Pneumatic flexible shaft couplings / Transport problems. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2007, T. 2 pp 63-71

Рекомендовано до друку: д-ром техн. наук, проф. Самусею В.І.