

С.В. Самуся, канд. техн. наук,

(Украина, Днепропетровск, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины)

Ю.А. Комиссаров, Д.А. Федоряченко, А.В. Виниченко

(Украина, Днепропетровск, ГВУЗ «Национальный горный университет»)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МОБИЛЬНОЙ ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ ПРИ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОМ ТОРМОЖЕНИИ

Введение. В настоящее время на вооружении горноспасательной службы Украины находится мобильная подъемная установка АСППУ-6,3, предназначенная для аварийно-спасательных работ в шахтных стволах. Опыт практической эксплуатации установки при ликвидации последствий аварий в стволах показал ее высокую эффективность и одновременно выявил ряд новых технических проблем, которые не присущи стационарным подъемным установкам.

Так как площадку для размещения подъемной машины можно выбрать только там, где есть свободный подъезд к шахтному стволу, то в некоторых случаях это приводит к увеличению длины струны каната до 100 м и более. При такой ее длине статический прогиб может достигать 2,5 м, а амплитуда колебаний при торможении – 5 м, что создает реальную опасность удара каната по элементам нижерасположенных шахтных конструкций с последующим разрушением проволок каната. В соответствии с разрабатываемыми проектами применения мобильных подъемных установок канат приходится заводить через дополнительное отверстие в стенке копра, размеры которого необходимо определять с учетом максимально возможной амплитуды колебаний струны в экстремальных режимах торможения.

Мобильная подъемная установка АСППУ-6,3, оснащенная универсальной клетью, при проведении аварийно-спасательных работ в шахтном стволе является аналогом стационарной одноконцевой подъемной установки. Кинематическая схема установки АСППУ-6,3 в рабочем положении соответствует схеме стационарной подъемной установки, а ее расчетная схема аналогична расчетной схеме одноконцевых подъемных установок. Основным отличием является значительное провисание струны каната большой длины и необходимость учета взаимосвязи между ее поперечными колебаниями и вертикальными колебаниями клетки в рабочих и тормозных режимах.

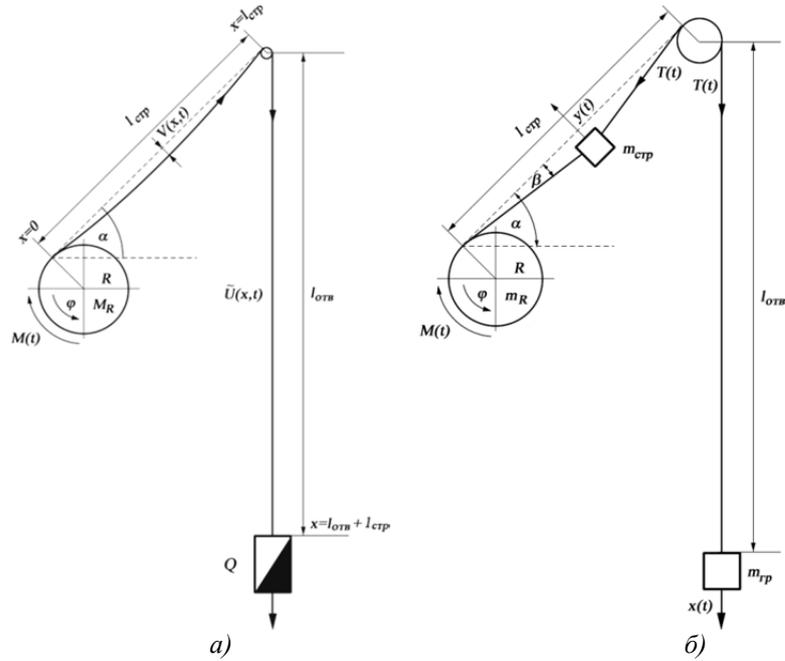
Динамические характеристики колебательных процессов в подъемном канате определяются инерционными, геометрическими и жесткостными параметрами механической системы подъемной установки и настройкой тормоза (характеристика тормозного усилия, его кратность, время холостого хода). Таким образом, задача исследования взаимовлияния динамических процессов в струне и отвисе каната для реального многообразия сочетаний параметров, присущих именно мобильной установке, и определения допустимых значений параметров настройки тормоза в зависимости от фактических жесткостных параметров системы для возможных вариантов размещения установки около ствола является актуальной.

Цель работы – разработка математической модели динамики мобильной подъемной установки для исследования режимов рабочего и предохранительного торможения.

Основная часть. Рассмотрим расчетную схему одноконцевой подъемной установки (рисунок, а), канат которой состоит из наклонной струны, расположенной относительно поверхности земли под углом α , и вертикального отвеса каната с грузом [5].

На расчетной схеме и далее в уравнениях приняты следующие обозначения: $M(t)$ – момент, действующий на окружности наводки барабана; m_R – приведенная масса вращающихся частей подъемной машины; Q – масса концевого груза; $l_{отв}$ – длина отвеса каната; $l_{стр}$ – длина струны каната; α – угол наклона струны каната; R – радиус барабана; φ – угол поворота барабана; $V(x, t)$ – относительное поперечное перемещение струны каната; $\tilde{U}(x, t)$ – относительное продольное перемещение сечений каната; x – координата сечения каната; g – ускорение свободного падения.

Для разработки математической модели мобильной подъемной установки в режимах торможения приняты следующие допущения: не учитывалась податливость барабана и привода, что обусловлено наличием в подъемной установке звеньев с повышенной податливостью – струны и отвеса каната; в процессе торможения канат рассматривался как упруговязкая весома нить постоянной длины, рассеивание энергии в которой учитывается гипотезой Фойгхта [1]; пренебрегалось приведенной массой отклоняющего шкива и силами сопротивления движению сосуда в армировке ствола, а также влиянием крутильных колебаний каната на поперечные и продольные [2].



Расчетные схемы одноконцевой подъемной установки (а) и дискретного динамического аналога одноконцевой подъемной установки (б)

С учетом этих допущений уравнения поперечных колебаний струны и продольных колебаний отвеса каната следующие:

$$\Delta \dot{x}(y) = \frac{4}{l_k} y \dot{y}; \quad (1)$$

$$q \frac{\partial^2 \tilde{U}(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = qg. \quad (2)$$

Выведем уравнение продольных колебаний отвеса со струной с учетом влияния поперечного динамического отклонения струны на продольные деформации каната. Рассматривая элемент каната dx , будем считать, что удлинение элемента dx в точке x состоит из суммы двух частей – удлинения $U(x,t)$ вследствие чисто упругих продольных колебаний каната с концевым грузом и удлинения $U_V(x,t)$, вызванного поперечным отклонением струны:

$$\tilde{U}(x,t) = U(x,t) + U_V(x,t). \quad (3)$$

Усилие в произвольном сечении каната с учетом рассеивания энергии при колебаниях согласно гипотезе Фойгхта:

$$T(x,t) = -EF \frac{\partial}{\partial x} \left(1 + \mu \frac{\partial}{\partial t} \right) (U(x,t) + U_V(x,t)), \quad (4)$$

где EF – продольная жесткость каната на растяжение.

Как известно, полная длина участка струны x с учетом ее поперечных колебаний [4] равна

$$\int_0^x \sqrt{1 + (V'(x,t))^2} dx. \quad (5)$$

Беря во внимание, что величина $V'(x,t)$ для реальных условий мала по сравнению с единицей, разложим подынтегральное выражение в степенной ряд и, ограничиваясь двумя первыми членами первого порядка малости, запишем:

$$\int_0^x \sqrt{1 + (V'(x,t))^2} dx \approx \int_0^x [1 + (V'(x,t))^2] dx. \quad (6)$$

Тогда продольное удлинение каната $U_V(x,t)$ на участке дуги в точке x , вызванное только его поперечными колебаниями, с точностью до малых более высокого порядка

$$U_V(x,t) = \int_0^x [1 + (V'(x,t))^2] dx - x = \int_0^x (V'(x,t))^2 dx. \quad (7)$$

Подставляя выражения (4) – (7) в (2) и выполнив необходимые преобразования, получим следующее нелинейное уравнение в частных производных, описывающее в первом приближении продольные колебания отвеса каната с учетом влияния поперечного отклонения струны:

$$\begin{aligned} q \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} - EF \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x,t) - \mu EF \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t} U(x,t) - \\ - 2EF \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \frac{\partial V^2(x,t)}{\partial x^2} - 2\mu EF \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \frac{\partial V^3(x,t)}{\partial x^2 \partial t} = qg. \end{aligned} \quad (8)$$

Вычислив производные в правой части и подставляя (4) в (1), получим нелинейное уравнение поперечных колебаний струны каната в виде

$$\begin{aligned} q \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} - EF \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} - \mu EF \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} - \\ - 2EF \left(\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} - 2\mu EF \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = \\ = gq \cos \alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) представляют собой систему нелинейных взаимосвязанных уравнений в частных производных, описывающих совместную динамику струны и отвеса каната подъемной установки с учетом их двустороннего взаимовлияния.

Учитывая сложность решения такой системы, для исследования ее основных динамических свойств построим дискретный динамический аналог рассматриваемой механической системы по методу, изложенному в работе [6], расчетная схема которого представлена на рисунке, б.

Значения приведенных масс дискретного аналога найдем из условия равенства первых собственных частот поперечных и продольных колебаний звеньев дискретной и континуальной линейных систем, соответствующих исходной, без учета влияния нелинейных эффектов [7, 8].

Как известно, первая частота продольных колебаний континуального весомого каната с грузом на конце в первом приближении может быть определена по формуле Рэлея [9], т.е. как

$$\omega_{zp} = \sqrt{\frac{EF}{\left(Q + \rho \frac{l_k}{3}\right) l_k}}, \quad (10)$$

где Q – масса груза; ρ – линейная масса каната; $l_k = l_{cmp} + l_{отв}$ – полная длина каната, свитого с барабана.

Первая частота поперечных колебаний весомой струны, натянутой постоянной силой H , определяется как [4]:

$$\omega_{cmp} = \frac{\pi}{l_{cmp}} \sqrt{\frac{H}{\rho}}. \quad (11)$$

Поскольку статическое усилие натяжения струны

$$H = (Q + \rho(l_k - l_{cmp})) \cdot g, \quad (12)$$

то

$$\omega_{cmp} = \frac{\pi}{l_{cmp}} \sqrt{\frac{(Q + \rho(l_k - l_{cmp})) \cdot g}{\rho}}. \quad (13)$$

Используя принцип Даламбера [10], линейное дифференциальное уравнение свободных поперечных колебаний груза с приведенной массой струны m_{cmp} имеет следующий вид

$$m_{cmp} \ddot{y} + 2H \sin \beta = 0. \quad (14)$$

Учитывая, что для малого угла β

$$\sin \beta \approx \text{tg} \beta = \frac{2y}{l_{cmp}}, \quad (15)$$

дифференциальное уравнение (14) запишется так:

$$m_{cmp} \ddot{y} + 4H \frac{y}{l_{cmp}} = 0 \quad (16)$$

Подставив (12) в (15), получим

$$\ddot{y} + \left[\frac{4g[Q + \rho(l_k - l_{cmp})]}{l_{cmp} m_{cmp}} \right] y = 0. \quad (17)$$

Следовательно, первая парциальная частота поперечных колебаний груза с массой m_{cmp}

$$\tilde{\omega}_{cmp} = 2 \sqrt{\frac{[Q + \rho(l_k - l_{cmp})]g}{l_{cmp} m_{cmp}}}. \quad (18)$$

Из условия равенства парциальных частот ($\omega_{cmp} = \tilde{\omega}_{cmp}$) приведенная масса динамического аналога струны

$$m_{cmp} = \frac{4\rho l_{cmp}}{\pi^2}. \quad (19)$$

Тогда приведенная масса динамического аналога отвеса каната с грузом по формуле Рэлея

$$m_{gp} = Q + \frac{1}{3} \rho l_k. \quad (20)$$

Построим нелинейную модель колебаний дискретного аналога для исследований в первом приближении амплитудно-частотных характеристик исходной системы и ее устойчивости [11].

На основании принципа Даламбера дифференциальные уравнения колебаний дискретной системы, представленной на рисунке, б), имеют вид:

$$\begin{cases} m_{cmp} \ddot{y} = -2T \sin \alpha - m_{cmp} g; \\ m_{gp} \ddot{x} = -T + m_{gp} g, \end{cases}; \quad (21)$$

где $T = [x + \Delta x(y)]C$ – сила натяжения струны с учетом динамической составляющей; $C = \frac{EF}{l_k}$ – продольная жесткость каната; x – упругое удлинение каната.

Считаем, что $\Delta x \ll l_{cmp}$, тогда $\sin \beta \approx 2y/l_{cmp}$.

Вычислим упругое удлинение каната Δx , вызванное поперечным отклонением груза m_{cmp} .

Из расчетной схемы на рисунке:

$$y^2 + \left(\frac{l_{cmp}}{2}\right)^2 = \left(\frac{l_{cmp}}{2} + \frac{\Delta x}{2}\right)^2. \quad (22)$$

Пренебрегая членами порядка малости Δx^2 в первом приближении, найдем

$$\Delta x = \frac{2y^2}{l_k}. \quad (23)$$

Тогда сила натяжения струны с учетом динамической составляющей

$$T = Cx + C \frac{2y^2}{l_k}. \quad (24)$$

Подставив полученное выражение (24) в (21), получим систему двух дифференциальных уравнений относительно x, y :

$$\begin{cases} m_{cmp}\ddot{y} = -4\left(Cx + C \frac{2y^2}{l_k}\right) \frac{2y}{l_k} - m_{cmp}g \cdot \cos \alpha; \\ m_{zp}\ddot{x} = -\left(Cx + C \frac{2y^2}{l_k}\right) + m_{zp}g. \end{cases} \quad (25)$$

С учетом диссипации согласно гипотезе Фойгхта сила натяжения струны

$$T = C[x + \Delta x(y)] + C\mu[\dot{x} + \Delta \dot{x}(y)], \quad (26)$$

где $\Delta \dot{x}(y) = \frac{4}{l_k} y \dot{y}$; μ – коэффициент диссипации.

После преобразований получим аналогичную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m_{cmp}\ddot{y} = -4\left(Cx + \frac{2C}{l_k}y^2\right) \frac{y}{l_k} - 4\left(C\mu\dot{x} + \frac{C4\mu}{l_k}y\dot{y}\right) \frac{y}{l_k} - m_{cmp}g \cdot \cos \alpha; \\ m_{zp}\ddot{x} = -\left(Cx + \frac{2C}{l_k}y^2\right) - \left(C\mu\dot{x} + \frac{C4\mu}{l_k}y\dot{y}\right) + m_{zp}g, \end{cases} \quad (27)$$

где $m_{cmp} = \frac{4}{\pi^2} \rho l_{cmp}$; $m_{zp} = (Q + \frac{\rho l_k}{3})$; $C = \frac{EF}{l_k}$.

Таким образом, система нелинейных уравнений (27) позволяет исследовать взаимовлияние собственных поперечных колебаний струны и вертикальных колебаний отвеса каната с грузом для определения области параметров установки, в которых система обладает свойством интенсивного обмена энергией между колебаниями груза и струны каната. Такую область параметров будем называть зонами «неустойчивости» колебаний, считая, что в ней система находится в состоянии внутреннего резонанса. Решение такой системы возможно построить одним из численных методов и провести исследование для конкретных параметров установки [122].

Добавив в систему (27) уравнение движения барабана подъемной машины под действием тормозного момента и силы натяжения каната, получим систему уравнений в виде:

$$\begin{cases} m_{cmp} \ddot{y} = -4 \left(Cx_{\delta} + m_{ep} j + \frac{2C}{l_k} y^2 \right) \frac{y}{l_k} - 4 \left(C\mu \dot{x}_{\delta} + 4 \frac{C\mu}{l_k} y \dot{y} \right) \frac{y}{l_k} - m_{cmp} g \cdot \cos \alpha; \\ m_{ep} \ddot{x}_{\delta} = - \left(Cx_{\delta} + \frac{2C}{l_k} y^2 \right) - \left(C\mu \dot{x}_{\delta} + \frac{C4\mu}{l_k} y \dot{y} \right) + m_{ep} j(t); \\ m_R \cdot j(t) = -F_{cm} \gamma_m \left(\exp\left(-\frac{t-t_{xx}}{T_m}\right) \sigma_0(t-t_{xx}) \right) + g(Q + \rho l_k) + C \left(x + \frac{2y^2}{l_k} \right). \end{cases} \quad (28)$$

Так как закон приложения тормозного момента является определяющим фактором для интенсивности процесса торможения установки, то, варьируя его параметры для зон неустойчивости, можно определить допустимые области их изменения, чтобы параметры колебаний не выходили за допустимые пределы.

Данной системе присуще явление возникновения внутренних резонансов с несколькими зонами неустойчивости по глубине ствола, в которых происходит раскачивание струны и подъемного сосуда с периодическим ростом амплитуд колебаний обоих упругих звеньев типа «биения». Эта система обладает двумя модами колебаний, причем первая соответствует поперечным колебаниям струны с сосудом, подвешенным на абсолютно жестком отвесе каната, второй – чисто упругим колебаниям отвеса каната с сосудом. Амплитуды и устойчивость этих колебаний существенно зависят от общей жесткости всего каната со струной для каждой точки ствола, в которой происходит торможение.

Выводы

1. Значительное влияние струны каната на динамику системы является негативным фактором, который надо учитывать на стадии разработки проектов применения мобильной подъемной установки при аварийно-спасательных работах в шахтных стволах.
2. Разработана расчетная схема, обоснованы допущения и получена система нелинейных взаимосвязанных уравнений в частных производных, описывающая совместную динамику струны и отвеса каната подъемной установки в режимах торможения с учетом их двустороннего взаимовлияния.
3. Выполнен переход к эквивалентной разрешающей системе уравнений в прямых производных с использованием метода динамического аналога и частотного баланса из условия равенства первых собственных частот поперечных и продольных колебаний звеньев дискретной и континуальной систем.
4. Результаты дальнейших исследований позволят разработать рекомендации по обоснованию и выбору рациональных режимов эксплуатации и параметров размещения мобильных подъемных установок для различных условий их применения на конкретных шахтных стволах с учетом взаимовлияния колебательных процессов в струне и отвесе каната в режимах торможения.

Список литературы

1. Флоринский Ф.В. Динамика шахтного подъемного каната / Ф.В. Флоринский. – М.: Углетехиздат, 1955. – 239 с.
2. Степанов А.Г. Динамика шахтных подъемных установок / А.Г. Степанов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1994. – 203 с.
3. Степанов А.Г. Влияние основных параметров тормоза на амплитуду колебаний динамических усилий в подъемном канате / А.Г. Степанов, Г.В. Клименков // Изв. вузов. Горн. журн. – 1983. – № 2. – С. 84 – 87.
4. Степанов А.Г. Динамика машин / А.Г. Степанов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1999. – 392 с.
5. Самуся С.В. Математична модель мобільної підйомної установки з урахуванням динамічних процесів в струні канату / С.В. Самуся // Зб. наук. праць НГУ. – Д.: НГУ. – 2006. – №25. – С.252-259.
6. Вертикальный транспорт на горных предприятиях / В.Н. Потураев, А.Г. Червоненко, Л.В. Колосов, В.В. Беспалько. – М.: Недра, 1975. – 351с.
7. Беспалько В.В. Исследование динамики одномерных многомассовых систем применительно к шахтному подъему: дис. канд. техн. наук : 05.05.06 / В.В. Беспалько. – Д., 1975. – 196 с.
8. Флоринский Ф.В. О динамическом аналоге шахтной уравновешенной подъемной установки / Ф.В. Флоринский, В.В. Беспалько, Л.В. Колосов // Стальные канаты: науч.-техн. сб. – 1973. – Вып. 10. – С. 93 – 98.
9. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
10. Яблонский А.А. Курс теории колебаний / А.А. Яблонский, С.С. Норейко. – М.: Высш. шк., 1975. – 248 с.
11. Пановко Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем. / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Наука, 1967. – 420 с.
12. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 503с.

Рекомендовано до друку: д-ром техн. наук, проф. Франчуком В.П.