

# Аппроксимации нулевого и первого порядков при оптимизированной оценке сейсмического сигнала, осложненного регулярными и нерегулярными помехами сложной структуры

© Ю. К. Тяпкин, Е. А. Силянская, 2010

Украинский государственный геологоразведочный институт, Киев, Украина

Поступила 27 марта 2009 г.

*Представлено членом редколлегии В. Н. Пилипенко*

Запропоновано нову оцінку сигналу за методом найменших квадратів на підставі ускладненої і тому більш реалістичної математичної моделі багатоканального сейсмічного запису, який містить нерегулярний шум і довільну кількість регулярних перешкод. Модель передбачає, що сигнал і усі регулярні перешкоди мають індивідуальні форми, які не залежать від номера каналу і є взаємно некорельованими у часі стаціонарними випадковими процесами. Амплітуди і часи приходу цих складових запису варіюють довільно між каналами. Нерегулярний шум вважають стаціонарним випадковим процесом, некорельованим з сигналом і усіма регулярними перешкодами, а також між каналами. Його спектральні (кореляційні) властивості не залежать від номера каналу з точністю до довільного множника — дисперсії. За певних умов метод вироджується у два послідовні етапи: попереднє віднімання оцінок усіх регулярних перешкод і кінцеве оцінювання сигналу за залишковим записом. На обох етапах використовують оптимальне вагове підсумовування, яке виконують з урахуванням дисперсій нерегулярного шуму, а також амплітуд і часових зсувів відповідних регулярних компонент запису. Запропоновано спрощену і удосконалену схеми віднімання регулярних перешкод, які названо апроксимаціями нульового і першого порядків відповідно. Перша з них є узагальненням на ускладнену модель запису, вибрану в статті, однієї з традиційних схем віднімання регулярних перешкод. Друга схема має явну перевагу над першою, оскільки дає змогу компенсувати спотворення, які з'являються під час оцінювання та подальшого віднімання регулярних перешкод. Моделювання на синтетичних даних демонструє ефективність апроксимації першого порядку і забезпечує якісне і кількісне порівняння цих результатів із результатами, отриманими після апроксимації нульового порядку.

We have proposed a new least-squares method for signal estimation with a complicated and therefore more realistic mathematical model of the multichannel seismic record containing random noise and an arbitrary number of coherent noise wavetrains. It is supposed that the signal and all the coherent noise wavetrains bear individual trace-independent waveforms being mutually uncorrelated in time stationary stochastic processes. The amplitudes and arrival times of these record components vary from trace to trace in an arbitrary manner. Random noise is assumed to be a stationary stochastic process uncorrelated with the signal and all the coherent noise wavetrains and from trace to trace as well. Its spectral (autocorrelation) function is trace-independent to within a scale factor, the variance. Under certain conditions, the method may be reduced to two successive stages, namely preliminary subtraction of estimates of all the coherent noise wavetrains and final estimation of the signal from the residual record. On both stages, optimum weighted stacking is used with reference to the variances of random noise and to the amplitudes and arrival times of the corresponding coherent component. A simplified scheme and an advanced scheme for subtracting coherent noise are proposed, which are called the zero-order and first-order approximations, respectively. The first of them is the generalization of a conventional approach for subtracting coherent noise to the complicated data model adopted in this paper. The second scheme has an obvious advantage over the first scheme, since it allows the distortions that appear when estimating and subsequently subtracting the coherent noise wavetrains to be compensated. A simulation on synthetic data shows the efficiency of the first-order approximation, and it provides a qualitative and quantitative comparison of those results with the results given by the zero-order approximation.

**Введение.** Устранение искажающего влияния нерегулярного шума и различного рода регулярных волн-помех — одна из основных задач, решаемых обработчиками сейсмической информации при поисках и разведке месторождений углеводородов. Среди регулярных помех, в первую очередь, следует отметить многократные, обменные, боковые, преломленные и разнообразные поверхностные волны.

В настоящее время существует широкий спектр подходов к подавлению такого рода помех. Судя по многочисленным отечественным и зарубежным публикациям, в 60—80-х годах прошлого столетия для этого предлагались оптимизированные оценки сейсмического сигнала, большинство из которых основывалось на винеровском критерии или критерии максимального правдоподобия [Schneider et al., 1965; Нахамкин, 1966а; 1966б; 1966в; 1966г; Meyerhoff, 1966; Гольцман, Троян, 1967; Sengbush, Foster, 1968; Galbraith, Wiggins, 1968; Cassano, Rocca, 1973; Гольдин, 1974; Полшков и др., 1974; Дядюра, Соколовский, 1977; 1978; Козлов, 1982; Simaan, Love, 1984; Hanna, Simaan, 1985]. Последний критерий при гауссовском распределении помех приводит к оценкам по методу наименьших квадратов (МНК). При определенных условиях получающиеся в качестве оптимального решения многоканальные фильтры вырождаются в метод последовательного вычитания регулярных помех, нашедший широкое применение на практике.

Со временем интерес к этим подходам уменьшился и их значительно потеснили такие неоптимизированные методы, как  $f-k$ -фильтрация [March, Bailey, 1983] и преобразование Радона ( $\tau-p$ -преобразование) [Kelamis, Mitchell, 1989]. Несмотря на явные скоростные преимущества неоптимизированных методов, необходимо отметить, что они, будучи основанными на упрощенной модели записи, могут приводить к сильному пространственному сглаживанию сигнальной компоненты в процессе подавления помех. В частности, они работают весьма неэффективно при малом количестве каналов, наличии обнуленных трасс, резких вариациях уровня сигнала между каналами и плохой пространственной дискретизации записи, порождающей зеркальные частоты. Тем не менее, во многих практических ситуациях такие методы дают лучшие результаты, чем упомянутые выше оптимальные многоканальные фильтры. Причи-

на этого, на наш взгляд, вызвана, во-первых, несовершенством математических моделей, положенных в основу оптимизированных методов, и, во-вторых, упрощенной схемой их функционирования.

Поэтому в настоящей статье сделана попытка реанимировать интерес к оптимизированным подходам, опираясь на более сложную, по сравнению с традиционной, и поэтому более адекватную реальным ситуациям математическую модель многоканальной сейсмической записи. Такая модель позволяет разработать эффективный метод оценки сигнала, менее подверженный искажающему влиянию ошибок, вызванных отклонением реальной записи от предполагаемой модели [Тяпкин и др., 2005; Tyarkin, Ursin, 2005]. Кроме того, предложена усовершенствованная схема процесса вычитания регулярных волн-помех, названная аппроксимацией первого порядка в отличие от классической аппроксимации нулевого порядка. Она учитывает взаимное искажающее влияние регулярных помех в процессе их оценки и последующего вычитания и предназначена в определенной мере компенсировать эти искажения. Эффективность нового подхода к оптимизированной оценке сигнала при его осложнении регулярными помехами различной интенсивности демонстрируется на синтетических материалах.

**Модель записи.** Начнем с усложненной модели многоканальной сейсмической записи, положенной в основу предлагаемого метода. Пусть  $i$ -я трасса обрабатываемой сейсмограммы, состоящей из  $N$  трасс, описывается выражением

$$u_i(t) = a_i s(t - \tau_{(s)i}) + \sum_{l=1}^L b_{il} r_l(t - \tau_{(r)il}) + n_i(t),$$

$$i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Сигнальная составляющая записи, представленная первым членом в правой части уравнения (1), предполагается имеющей независимую от номера канала форму  $s(t)$  при произвольных временных сдвигах  $\tau_{(s)i}$  и амплитудах  $a_i$ . Амплитуды допускают нулевые (при полном отсутствии сигнала на трассе) и отрицательные (например, вследствие АВО-эффекта) значения. Совокупность регулярных помех с формами  $r_l(t)$ ,  $l = 1, \dots, L$ , описываемая вторым членом, обладает индивидуальными амплитудами  $b_{il}$  и временами прихода  $\tau_{(r)il}$ ,

тоже произвольным образом зависящими от номера канала. Нерегулярные помехи  $n_i(t)$ , представленные третьим членом, предполагаются стационарным случайным процессом, некоррелируемым между каналами и обладающим одинаковыми (с точностью до постоянного множителя — дисперсии  $\sigma_i^2$ ) временными корреляционными свойствами. Формы сигнала  $s(t)$  и всех регулярных помех  $r_l(t)$  также будем считать некоррелируемыми между собой и с нерегулярным шумом  $n_i(t)$  стационарными случайными процессами. Оба вида помех предполагаются распределенными нормально с нулевым средним. Для однозначного представления регулярных компонент записи в виде произведения их формы и амплитуды условимся, что дисперсия формы нормирована на единицу.

Согласно этой модели функция взаимной корреляции суммарных помех между  $i$ -й и  $j$ -й трассами равна

$$R_{ij}(\tau) = \sum_{l=1}^L b_{il} b_{jl} R_{(r)l}(\tau + \tau_{(r)jl} - \tau_{(r)il}) + \sigma_i^2 R_{(n)}(\tau) \delta_{ij}, \quad (2)$$

где  $R_{(r)l}(\tau)$  и  $R_{(n)}(\tau)$  — корреляционные функции  $l$ -й регулярной помехи и нерегулярного шума при задержке  $\tau$  соответственно;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Подвергнув выражение (2) преобразованию Фурье, легко получить взаимный энергетический спектр суммарных помех:

$$R_{ij}(\omega) = \sum_{l=1}^L b_{il} b_{jl} R_{(r)l}(\omega) \exp[i\omega(\tau_{(r)jl} - \tau_{(r)il})] + \sigma_i^2 R_{(n)}(\omega) \delta_{ij}, \quad (3)$$

где  $R_{(r)l}(\omega)$  и  $R_{(n)}(\omega)$  — спектры мощности  $l$ -й регулярной помехи и нерегулярного шума при круговой частоте  $\omega$  соответственно.

**Решение задачи.** Сформулировав математическую модель многоканальной сейсмической записи, поставим задачу получить наилучшую по МНК оценку формы сигнала  $s(t)$  в спектральной области. С этой целью представим сигнальную компоненту как  $\mathbf{f}s$ , где скаляр  $s$  — спектр Фурье функции  $s(t)$ , а вектор-столбец  $\mathbf{f}$  имеет структуру

$$\mathbf{f} = \{a_1 \exp(i\omega\tau_{(s)1}), \dots, a_N \exp(i\omega\tau_{(s)N})\}^H; \quad (4)$$

$H$  — знак комплексного (эрмитова) сопряжения. Здесь и в дальнейшем функциональная зависимость от круговой частоты для краткости опущена.

Оптимальная по МНК оценка  $\hat{s}$  величины  $s$  минимизирует квадратичную форму [Дженкинс, Ваттс, 1971]

$$(\mathbf{f}\hat{s} - \mathbf{u})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{f}\hat{s} - \mathbf{u}) \quad (5)$$

и может быть представлена как

$$\hat{s} = \mathbf{h}^H \mathbf{u}, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{h}^H = (\mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1}; \quad (7)$$

$\mathbf{u} = \{U_1^*, \dots, U_N^*\}^H$  — вектор-столбец, состоящий из комплексных спектров Фурье  $U_i$  обрабатываемых трасс  $u_i(t)$ ;  $\mathbf{R}$  — матрица, структура которой описывается уравнением (3);  $(\cdot)^{-1}$  — символ обращения матрицы;  $(\cdot)^*$  — знак комплексного сопряжения.

Для обращения матрицы  $\mathbf{R}$  представим ее в форме [Туаркин et al., 2007]

$$\mathbf{R} = \mathbf{G}\mathbf{B}\mathbf{G}^H + R_{(n)}\mathbf{D}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{G}$  — матрица размерности  $N \times L$ :

$$\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_j\} = \{b_{ij} \exp(-i\omega\tau_{(r)ij})\}_j, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, L, \quad (9)$$

состоящая из вектор-столбцов

$$\mathbf{g}_j = \{b_{1j} \exp(i\omega\tau_{(r)1j}), \dots, b_{Nj} \exp(i\omega\tau_{(r)Nj})\}^H; \quad (10)$$

$\mathbf{B}$  — диагональная матрица размерности  $L \times L$ :

$$\mathbf{B} = \text{diag}\{R_{(r)1}, \dots, R_{(r)L}\}; \quad (11)$$

$\mathbf{D}$  — диагональная матрица размерности  $N \times N$ :

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_N^2\}. \quad (12)$$

Воспользовавшись методом, описанным в работе [Хорн, Джонсон, 1989], получим

$$\mathbf{R}^{-1} = R_{(n)}^{-1} \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{I} - R_{(n)}^{-1} \mathbf{G}\mathbf{V}^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{D}^{-1}), \quad (13)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица;

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}^{-1} + R_{(n)}^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G}. \quad (14)$$

Покажем, что при определенных условиях матричное уравнение (13) может быть упрощено. Для этого сначала представим элементы матрицы  $\mathbf{G}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G}$  из уравнения (14) в виде

$$c_{ij} = \mathbf{g}_i^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{g}_j = \sum_{k=1}^N \frac{b_{ki} b_{kj}}{\sigma_k^2} \exp[i\omega(\tau_{(r)ki} - \tau_{(r)kj})],$$

$$i, j = 1, \dots, L, \quad (15)$$

или как скалярное произведение модифицированных векторов  $\tilde{\mathbf{g}}_i = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{g}_i$ :

$$c_{ij} = \tilde{\mathbf{g}}_i^H \tilde{\mathbf{g}}_j.$$

Затем разложим матрицу  $\mathbf{V}$  на три составляющие:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2,$$

где

$$\mathbf{V}_0 = R_{(n)}^{-1} \text{diag}\{c_{11}, \dots, c_{LL}\};$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{B}^{-1} = \text{diag}\{R_{(r)1}^{-1}, \dots, R_{(r)L}^{-1}\};$$

$\mathbf{V}_2$  содержит только внедиагональные элементы матрицы  $\mathbf{V}$  (матрицы  $R_{(n)}^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G}$ ):

$$V_{2ij} = R_{(n)}^{-1} c_{ij}, \quad i \neq j.$$

После этого представим матрицу  $\mathbf{V}$  как

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 [\mathbf{I} + \mathbf{V}_0^{-1} (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2)] = \mathbf{V}_0 (\mathbf{I} + \mathbf{E}),$$

где  $\mathbf{E} = \mathbf{V}_0^{-1} (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2)$ .

Пусть норма матрицы  $\mathbf{E}$ , скажем,

$$\rho(\mathbf{E}) = \|\mathbf{E}\|_\infty = \max |e_{ij}| = \max \left| \frac{R_{(n)}}{R_{(r)j} c_{ii}} + \frac{c_{ij}}{c_{ii}} \right|,$$

$$i \neq j,$$

удовлетворяет условию

$$\max \left| \frac{R_{(n)}}{R_{(r)j} c_{ii}} + \frac{c_{ij}}{c_{ii}} \right| < 1. \quad (16)$$

Тогда обратная матрица  $\mathbf{V}^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{E})^{-1} \mathbf{V}_0^{-1}$  может быть разложена в бесконечный степенной ряд [Хорн, Джонсон, 1989]:

$$\mathbf{V}^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} (-\mathbf{E})^m \mathbf{V}_0^{-1}.$$

Если ограничить этот ряд двумя первыми членами, то получим

$$\mathbf{V}^{-1} \approx (\mathbf{I} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_0^{-1} = [\mathbf{I} - \mathbf{V}_0^{-1} (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2)] \mathbf{V}_0^{-1}.$$

Подстановка данного выражения в уравнение (13) приводит к следующему:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} &= R_{(n)}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \left\{ \mathbf{I} - R_{(n)}^{-1} \mathbf{G} \times \right. \\ &\times [\mathbf{I} - \mathbf{V}_0^{-1} (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2)] \mathbf{V}_0^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{D}^{-1} \left. \right\} = \\ &= R_{(n)}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \left[ \mathbf{I} - \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} (1 - \Delta_l) + \right. \\ &\left. + \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} \sum_{k \neq l} \frac{\mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{kk}} \right], \quad (17) \end{aligned}$$

где

$$\Delta_l = \frac{R_{(n)}}{R_{(r)l} c_{ll}}.$$

Это позволяет получить из уравнений (6) и (7) следующую оценку формы сигнала  $s$ :

$$\begin{aligned} \hat{s} &= c^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \left[ \mathbf{I} - \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} (1 - \Delta_l) + \right. \\ &\left. + \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} \sum_{k \neq l} \frac{\mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{kk}} \right] \mathbf{u}, \quad (18) \end{aligned}$$

где

$$c = c_s - \sum_{l=1}^L \frac{|c_{sl}|^2}{c_{ll}} + \sum_{l=1}^L \sum_{k \neq l} \frac{c_{sl} c_{lk} c_{sk}^*}{c_{ll} c_{kk}}; \quad (19)$$

$$c_s = \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{f} = \tilde{\mathbf{f}}^H \tilde{\mathbf{f}} = \sum_{i=1}^N \frac{a_i^2}{\sigma_i^2};$$

$$c_{sl} = \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{g}_l = \tilde{\mathbf{f}}^H \tilde{\mathbf{g}}_l = \sum_{k=1}^N \frac{a_k b_{kl}}{\sigma_k^2} \exp[i\omega(\tau_{(s)k} - \tau_{(r)kl})];$$

$$\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{f}.$$

Если для всех  $l$  справедливо неравенство

$$\Delta_l \ll 1, \quad (20)$$

выражение (18) может быть упрощено:

$$\hat{s} = c^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \left( \mathbf{I} - \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} + \right.$$

$$+ \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} \sum_{k \neq l} \frac{\mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{kk}} \Big) \mathbf{u}. \quad (21)$$

**Анализ решения и его частные случаи.** Форма уравнения (21) позволяет легко выполнить интерпретацию полученного решения. Из этого уравнения следует, что сначала предлагается вычесть из исходной многоканальной записи  $\mathbf{u}$  результаты оценок всех регулярных помех  $\sum_{l=1}^L c_{ll}^{-1} \mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}$ . При этом форма каждой помехи оценивается с помощью оптимального взвешенного суммирования  $c_{ll}^{-1} \mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}$ , выполняемого с учетом амплитуд и временных задержек данной помехи, а также дисперсий нерегулярного шума (см. Приложение 1). Затем эта величина умножается на вектор  $\mathbf{g}_l$  для получения окончательной оценки  $l$ -й регулярной помехи, отражающей ее амплитудные особенности и временные сдвиги на всех каналах обрабатываемой сейсмограммы.

Третий член в скобках правой части уравнения (21) можно рассматривать как процедуру, предназначенную устранить взаимные искажающие влияния, возникающие при оценках и вычитании регулярных помех. Действительно, в процессе оптимального взвешенного суммирования записи для оценки  $l$ -й регулярной помехи принимают участие все остальные ( $k \neq l$ ) помехи. При этом  $k$ -я помеха, под оценкой которой понимается  $c_{kk}^{-1} \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}$ , участвует в аппроксимации  $l$ -й помехи в соответствии с формулой  $c_{ll}^{-1} c_{kk}^{-1} \mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}$ . Суммирование по всем  $l$  и  $k \neq l$  позволяет рассчитать и затем компенсировать этот искажающий эффект.

Отметим, что необходимость в таком компенсаторе отсутствует, если сейсмическая запись осложнена только одной регулярной помехой ( $L=1$ ). В этом случае решение принимает вид

$$\hat{\mathbf{s}} = c^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \left( \mathbf{I} - \frac{\mathbf{g}_1 \mathbf{g}_1^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{11}} \right) \mathbf{u},$$

где

$$c = c_s - \frac{|c_{s1}|^2}{c_{11}}.$$

Кроме того, из представления уравнения (21) в виде

$$\hat{\mathbf{s}} = c^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \left( \mathbf{I} - \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{l=1}^L \sum_{k \neq l} \frac{\mathbf{g}_l c_{lk} \mathbf{g}_k^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll} c_{kk}} \right) \mathbf{u}$$

очевидно, что такой компенсатор взаимных искажений не нужен, если все векторы  $\tilde{\mathbf{g}}_l$  взаимно ортогональны и, следовательно,  $c_{lk} = 0$  при всех  $l \neq k$ . В этом случае решение превращается в следующее:

$$\hat{\mathbf{s}} = c^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \left( \mathbf{I} - \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{g}_l \mathbf{g}_l^H \mathbf{D}^{-1}}{c_{ll}} \right) \mathbf{u}, \quad (22)$$

где

$$c = c_s - \sum_{l=1}^L \frac{|c_{sl}|^2}{c_{ll}}. \quad (23)$$

Однако такое условие не имеет практического значения, поскольку является очень редким исключением и возможно только на отдельных частотах.

После вычитания всех регулярных помех запись подвергается оптимальному взвешенному суммированию, которое выполняется с учетом амплитуд и временных задержек сигнала, а также дисперсий нерегулярного шума. За этот окончательный этап оценки сигнала отвечает множитель  $c^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1}$  в правой части уравнения (21). В отличие от случая, когда сигнал не осложнен регулярными помехами и поэтому  $c = c_s$  (см. Приложение 1), величина  $c$  в формуле (21) отражает результат воздействия на сигнальную компоненту предшествующих процедур вычитания и компенсации взаимного искажающего влияния регулярных помех. Это нетрудно показать, подставив в формулу (21) сигнальную компоненту  $\mathbf{f}\mathbf{s}$  вместо всей записи  $\mathbf{u}$ . Из уравнения (19) видно, что равенство  $c = c_s$  также справедливо в случае, когда вектор  $\tilde{\mathbf{f}}$  ортогонален всем векторам  $\tilde{\mathbf{g}}_l$  и, следовательно, равенство  $c_{sl} = 0$  выполняется для всех  $l$ . Однако такое условие, как и рассмотренное выше условие взаимной ортогональности всех векторов  $\tilde{\mathbf{g}}_l$ , является нереальным.

Описанная уравнением (21) оценка сигнала названа авторами *аппроксимацией первого порядка* в отличие от *аппроксимации нулевого порядка*, представленной уравнением (22). Необходимо напомнить, что различие между этими схемами закладывается на этапе обращения матрицы взаимных энергетических спектров помех  $\mathbf{R}$ , когда решается вопрос учета или игнорирования взаимного влияния регулярных помех.



Формула (23) по существу является обобщением на используемую здесь усложненную модель записи традиционной схемы оценки сигнала, искаженного регулярными и нерегулярными помехами. Для упрощенных моделей записи подобная схема, предлагающая оценить и вычесть регулярные помехи перед собственно процедурой аппроксимации сигнала, используется многими авторами [Linville, Meek, 1995; Chiu, Butler, 1997; Al Dossary et al., 2001; Spitzer et al., 2001; Lu, 2001; Lu et al., 2003; Lu, 2006]. Полученные результаты можно рассматривать как теоретическое обоснование этого эвристического подхода. Эти же результаты позволяют установить, в каких ситуациях такая упрощенная схема оценки сейсмического сигнала может быть оправдана. Например, она может быть достаточно эффективной при наличии только одной регулярной помехи ( $L = 1$ ).

Уравнение (21) справедливо при выполнении двух ограничений, описываемых неравенствами (16) и (20). Остановимся на их анализе.

Поскольку

$$\max \left| \frac{R(n)}{R(r)c_{ii}} + \frac{c_{ij}}{c_{ii}} \right| \leq \max \left( \frac{R(n)}{R(r)c_{ii}} \right) + \max \left( \frac{|c_{ij}|}{c_{ii}} \right),$$

$$i \neq j,$$

неравенство (16) справедливо, если

$$\max \left( \frac{R(n)}{R(r)c_{ii}} \right) + \max \left( \frac{|c_{ij}|}{c_{ii}} \right) < 1, \quad i \neq j,$$

что эквивалентно

$$\max \left( \frac{|c_{ij}|}{c_{ii}} \right) < 1 - \max \left( \frac{R(n)}{R(r)c_{ii}} \right), \quad i \neq j. \quad (24)$$

Препятствием для выполнения этого условия может быть присутствие в сейсмической записи хотя бы одной пары регулярных помех, мало отличающихся временами прихода (кажущимися скоростями), но сильно отличающихся амплитудами. Действительно, относительно слабая помеха, пусть  $i$ , характеризуется малой величиной  $c_{ii}$  и понижает значение правой части неравенства (24). В то же время относительно сильная помеха, пусть  $j$ , характеризуется большим значением  $|c_{ij}|$  и повышает значение левой части неравенства (24). Поэтому по мере роста разницы в амплитудах двух волн и уменьшения разницы в их временных задержках возможность выполнения неравенства (24) уменьшается, а при

$$|c_{ij}| > c_{ii} - R(r)^{-1}R(n)$$

неравенство (24) меняет знак на противоположный и, следовательно, условие (16) не выполняется. Выход из этой ситуации довольно прост: слабой помехой необходимо пренебречь и, тем самым, перенести устранение ее влияния на рассмотренный выше окончательный этап оценки сигнала.

Перед анализом второго ограничения, описываемого неравенством (20), сопоставим уравнение (18) и его упрощенный аналог (21). Решение, описанное уравнением (21), требует для своей реализации информации об амплитудах и временах прихода сигнала и всех регулярных помех, а также о дисперсиях нерегулярного шума на всех трассах, участвующих в обработке. В свою очередь, решение, представленное уравнением (18), помимо перечисленных величин, нуждается в информации о спектрах мощности сигнала и всех регулярных помех. Данное обстоятельство не только значительно усложняет возможность реализации такого решения, но и не позволяет представить его в виде совокупности частотно-независимых операций в пространственно-временной области, как это сделано выше для решения, описанного уравнением (21).

Рассмотрим смысл условия (20), при выполнении которого для всех  $l$  решение (18) превращается в упрощенный вариант (21). Это условие эквивалентно

$$R(n)^{-1}R(r)c_{ll} \gg 1. \quad (25)$$

Левая часть неравенства (25) характеризует качество оценки формы  $l$ -й регулярной помехи и представляет собой отношение спектров мощности этой помехи и нерегулярного шума после оптимального взвешенного суммирования, выполненного с учетом амплитуд и временных сдвигов помехи, а также дисперсий нерегулярного шума на всех каналах (см. Приложение 1). Таким образом, требуется, чтобы это отношение значительно превышало единицу. Из уравнения (15) следует, что левая часть неравенства (25) может быть представлена в виде

$$\sum_{i=1}^N \frac{R(r)b_{il}^2}{R(n)\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^N R_i^{(l)},$$

где  $R_i^{(l)}$  — отношение спектров мощности  $l$ -й регулярной помехи и нерегулярного шума на  $i$ -й трассе. Отсюда видно, что условия (25) и, следовательно, (20) могут выполняться как при достаточно высоком уровне регулярных помех на небольшом количестве обрабатываемых трасс, так и при относительно низком уровне этих помех на достаточно большом количестве трасс.

Если вследствие слабого проявления какой-либо регулярной помехи на фоне случайного шума условие (25) не выполняется, необходимо, как и в рассмотренном выше случае, просто проигнорировать присутствие такой помехи и возложить функцию ее подавления на окончательный этап оценки сигнала.

Одной из основных характеристик любого фильтра является отношение сигнал—помеха, которое он обеспечивает на выходе. Эта характеристика рассматриваемого фильтра демонстрируется в Приложении 2. Здесь показано, что простое вычитание оценок регулярных помех с помощью аппроксимации нулевого порядка понижает отношение сигнал—помеха при оценке сигнала относительно максимально возможного значения, достигаемого при отсутствии регулярных помех. Это падение эффективности процедуры оценки сигнала частично компенсируется при использовании более совершенной аппроксимации первого порядка, которая учитывает взаимное влияние регулярных помех при их оценке и последующем вычитании.

Для оптимальной оценки сигнала вместо МНК может использоваться многоканальный винеровский фильтр [Тяпкин и др., 2006; Tyarkin et al., 2006; Тяпкин и др., 2007]. В Приложении 3 показано, что если на выходе рассматриваемой в настоящей статье оптимальной по МНК оценки сигнала достигается достаточно высокое отношение сигнал—помеха, винеровский фильтр приводит практически к тому же решению.

Остается открытым вопрос источника информации о дисперсиях нерегулярного шума и амплитудах регулярных компонент записи, без чего предлагаемое решение (21) не может быть реализовано. Поэтому в демонстрируемых ниже модельных примерах, подтверждающих преимущество усовершенствованной схемы вычитания регулярных помех над традиционным аналогом, используется модель с независимыми от номера канала амплитудами регулярных помех и сигнала, а также дисперсиями нерегулярного шума. В этом

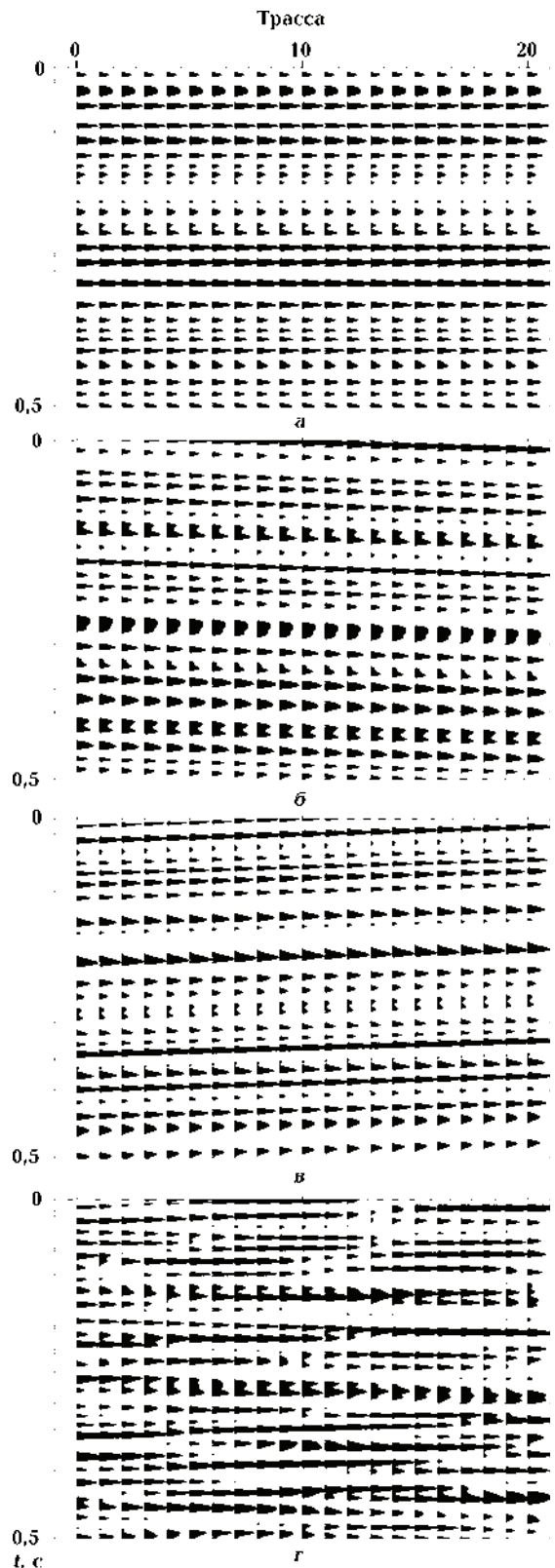


Рис. 1. Сигнал (а), регулярные помехи с положительным (б) и отрицательным (в) наклонами и суммарная сейсмограмма (г) при соотношении уровней каждой из помех и сигнала 4:1. При визуализации регулярных помех и суммарной записи усиление было выбрано в 4 раза меньше, чем для сигнала.

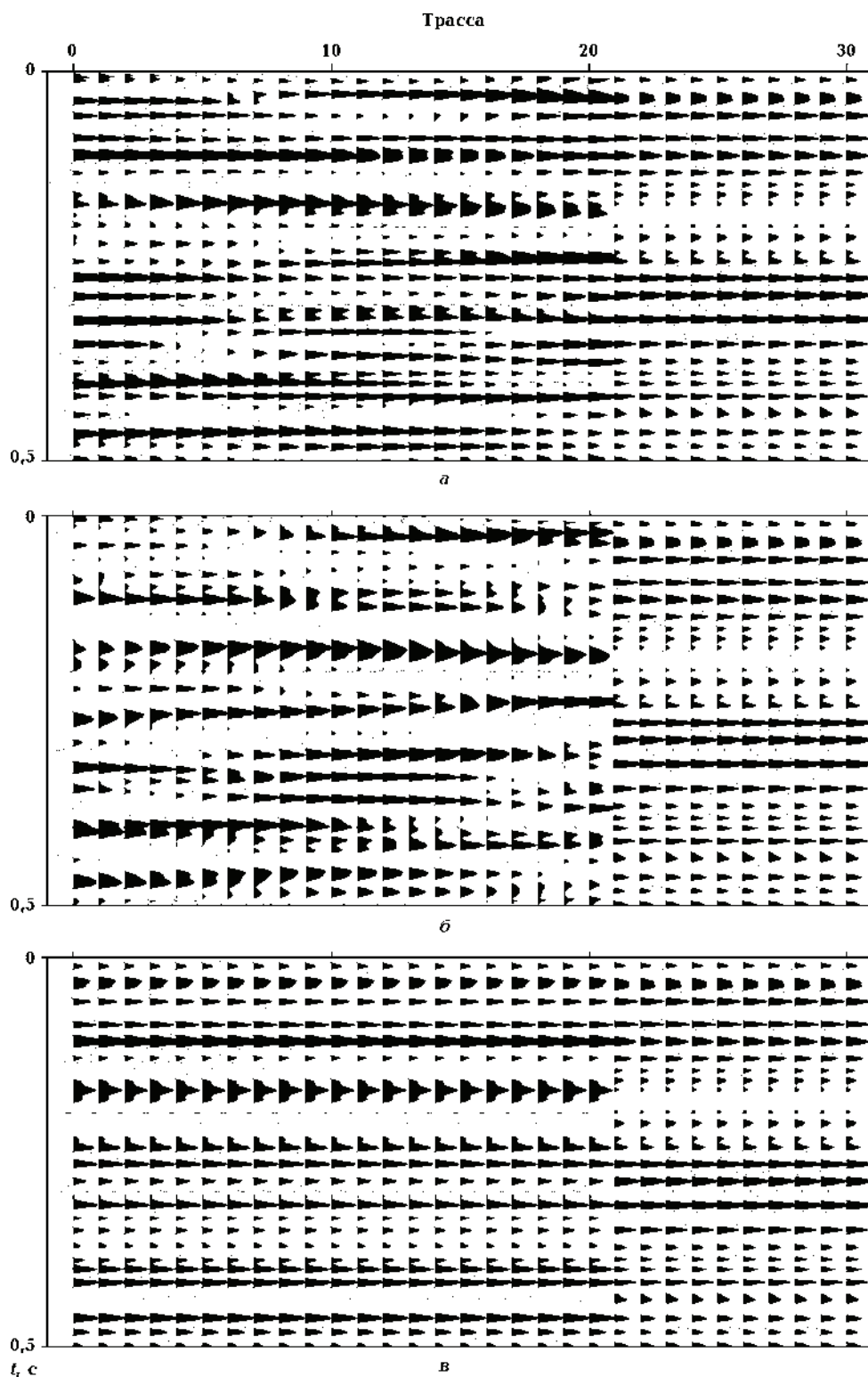


Рис. 2. Результат упрощенного вычитания регулярных помех с использованием аппроксимации нулевого порядка (а), разница этого результата и «чистого» сигнала (б) и окончательная аппроксимация сигнала (в). Для удобства сопоставления в правые части всех сейсмограмм добавлено по 10 трасс «чистого» сигнала.



случае оптимальное взвешенное суммирование, применяемое при оценке сигнала и регулярных помех, вырождается в традиционное простое (невзвешенное) суммирование. Кроме того, в эксперименте предполагалось, что временные задержки всех регулярных компонент записи точно известны.

**Тестирование метода на синтетических сейсмограммах.** Для качественного и количественного подтверждения преимуществ аппроксимации первого порядка над традиционной аппроксимацией нулевого порядка описанные методы были применены к синтетическим материалам. Опробование проводилось на наборе сейсмограмм, каждая из которых состояла из 21 трассы с интервалом дискретизации 1 мс. Сигнал и регулярные помехи создавались на основе независимых реализаций некоррелируемого во времени случайного процесса, которые затем сворачивались с импульсом Рикера частотой 20 Гц. Сигнал имел бесконечную кажущуюся скорость при фиксированном на всех каналах уровне (рис. 1, *а*). На него были наложены две регулярные помехи с равными между собой средними квадратическими амплитудами, которые также не менялись от трассы к трассе. Наклон помех был выбран равным 1 мс (рис. 1, *б*) и -1 мс (рис. 1, *в*) на трассу. Средняя квадратическая амплитуда обеих помех изменялась относительно этой же характеристики сигнала на разных сейсмограммах в диапазоне от 1 до 16. Сигнал и регулярные помехи имели одинаковую протяженность во времени, равную 0,5 с. Случайный шум был выбран пренебрежимо малым.

На рис. 1, *г* представлена сейсмограмма, содержащая сумму всех перечисленных регулярных компонент записи при соотношении средних квадратических амплитуд помех и сигнала 4:1. Для удобства анализа всех составляющих исходной записи и последующих оценок сигнала усиление при визуализации обеих регулярных помех и суммарной записи было понижено в 4 раза, чтобы они были визуально сопоставимы с более слабым сигналом.

Сначала было выполнено тестирование аппроксимации нулевого порядка. На рис. 2, *а* представлен результат этого упрощенного подхода к вычитанию двух регулярных помех из сейсмограммы, изображенной на рис. 1, *г*. Здесь отчетливо видно, что результативная запись сильно отличается от «чистого» сигнала, который для сопоставления добавлен в виде 10 трасс в правые части всех демонстрируемых

на рис. 2 сейсмограмм. Данное отличие подтверждает и разница между результатом вычитания и самим сигналом (рис. 2, *б*), уровень которой превышает уровень сигнала. Поэтому окончательная аппроксимация сигнала после простого вычитания регулярных помех (рис. 2, *в*) работает неэффективно: видна достаточно контрастная «граница» между окончательной оценкой сигнала и его истинными значениями.

Значительно более эффективно работает усовершенствованная процедура вычитания регулярных помех на основе аппроксимации первого порядка, что демонстрируется на рис. 3. Уже после вычитания помех ощутимо повысилась степень подобия результата и «чистого» сигнала (рис. 3, *а*), что также подтверждается уменьшением амплитуды разницы между результатом вычитания и сигналом (рис. 3, *б*). Поэтому окончательная аппроксимация сигнала (рис. 3, *в*) приводит к оценке, практически не отличающейся от истинного значения: «граница» между оценкой и самим сигналом обнаруживается с большим трудом.

Количественно преимущество усовершенствованной схемы вычитания регулярных помех над упрощенным подходом демонстрирует коэффициент корреляции между оценкой сигнала и самим сигналом, полученный при разном относительном уровне помех (рис. 4). На рисунке видно, что величина этой характеристики качества аппроксимации сигнала всегда выше при использовании усовершенствованной схемы.

**Обсуждение и выводы.** Еще в 80—90-х годах прошлого столетия наметилась тенденция к отказу от использования оптимизированных алгоритмов оценки сейсмического сигнала, осложненного совокупностью регулярных помех и нерегулярного шума, и переходу к неоптимизированным методам. Последние, например наиболее популярные  $f-k$ -фильтрация и преобразование Радона, хотя и основаны на упрощенных моделях сейсмической записи, но обладают повышенным быстроедействием и во многих ситуациях позволяют добиться преимущества над оптимизированными аналогами. Мы связываем отмеченную тенденцию как с явным несовершенством моделей сейсмической записи, положенных в основу оптимизированных методов, так и с упрощенной схемой их функционирования.

Поэтому в настоящей статье сделана попытка возродить интерес к проблеме, опира-

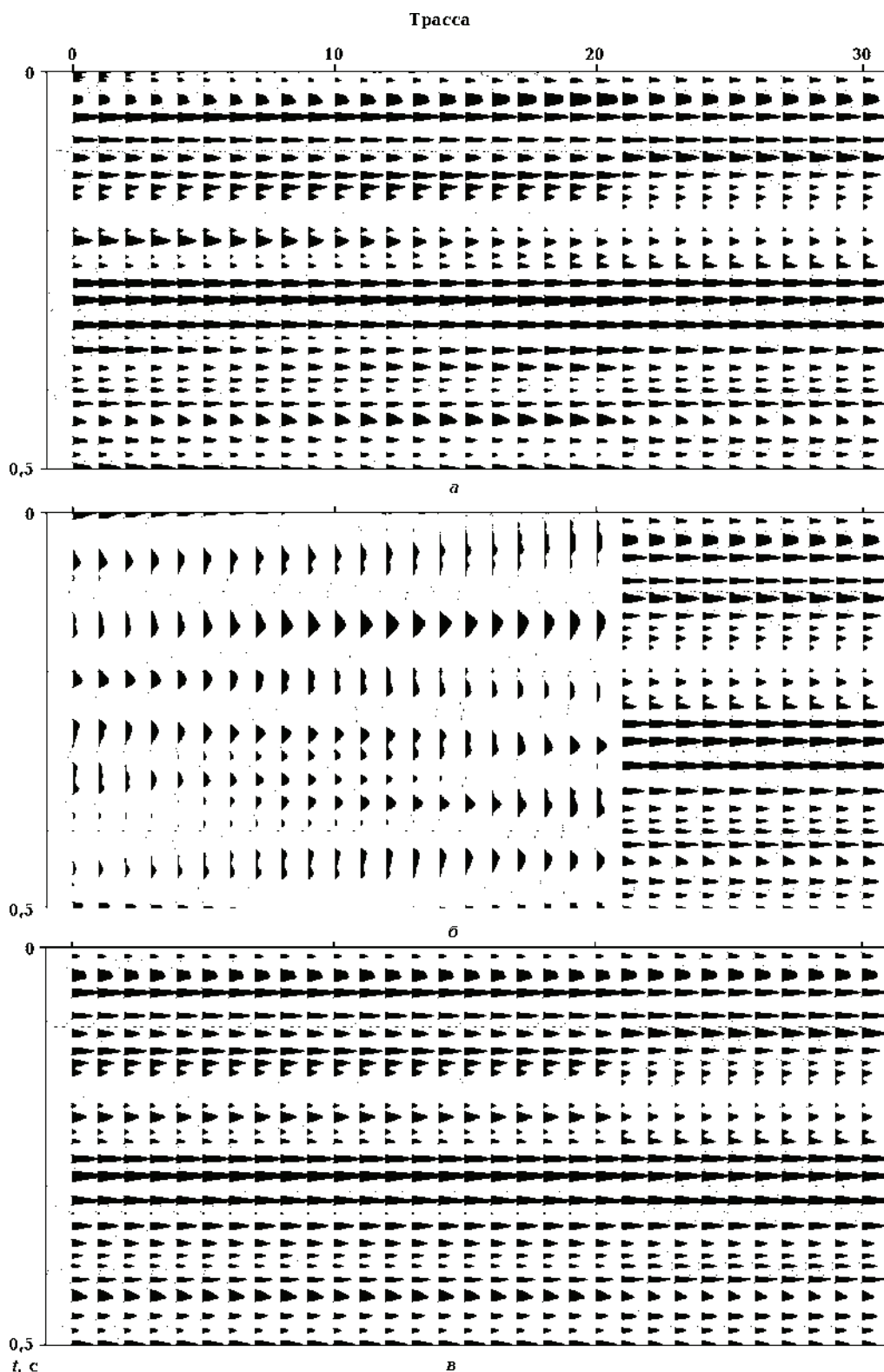


Рис. 3. Результат усовершенствованного вычитания регулярных помех с использованием аппроксимации первого порядка (а), разница этого результата и «чистого» сигнала (б) и окончательная аппроксимация сигнала (в). Для удобства сопоставления в правые части всех сейсмограмм добавлено по 10 трасс «чистого» сигнала.

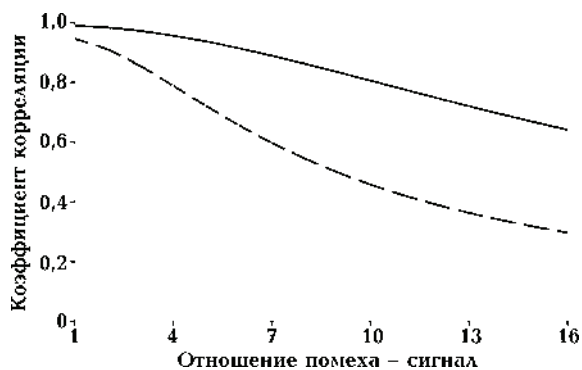


Рис. 4. Коэффициент корреляции между окончательной оценкой сигнала и его истинной формой после усовершенствованного (сплошная линия) и упрощенного (пунктир) вычитания регулярных помех при разных относительных уровнях помех.

ясь на более сложную и поэтому более совершенную математическую модель многоканальной сейсмической записи. В этой модели предполагается, что сигнал, помимо нерегулярного шума, осложнен произвольным количеством регулярных волн—помех. Сигнал и все регулярные помехи имеют независимые от номера канала индивидуальные формы, в то время как их амплитуды и временные сдвиги варьируют произвольным образом между каналами. Нерегулярные помехи предполагаются стационарным случайным процессом, некоррелируемым в пространстве и обладающим на каждой трассе одинаковыми (с точностью до постоянного множителя — дисперсии) корреляционными свойствами. Формы сигнала и всех регулярных помех также являются стационарными случайными процессами, некоррелируемыми между собой и с нерегулярным шумом. Такая более реалистичная (в сравнении с традиционными аналогами) математическая модель многоканальной сейсмической записи позволяет не только понизить ошибки в оценках сигнала, связанные с отклонением реальной записи от предполагаемой модели, но и должна способствовать более эффективному сохранению динамических особенностей сигнала после обработки. В современных условиях это особенно важно для успешного выполнения AVO-анализа и инверсии сейсмических данных.

Для такой нетрадиционной модели записи авторами получена оптимальная по МНК оценка формы сигнала. При определенных условиях эта процедура вырождается в два основанных на оптимальном взвешенном сум-

мировании последовательных этапа: оценку и вычитание всех регулярных помех и окончательную аппроксимацию сигнала по остаточной записи.

Полученное в данной статье решение предполагает, что запись удовлетворяет двум ограничениям. Первое условие, необходимое для успешного функционирования решения, может быть нарушено, если обрабатываемая запись осложнена хотя бы одной парой регулярных помех с достаточно малым различием времен прихода (кажущихся скоростей) и одновременно большим различием амплитуд. Выход из этой ситуации весьма прост: слабую волну необходимо просто проигнорировать.

Второе условие предполагает, что при оценке формы каждой регулярной помехи с помощью оптимального взвешенного суммирования на выходе этой процедуры достигается достаточно высокое отношение спектров мощности помехи и нерегулярного шума. Это условие вовсе не требует значительного преобладания регулярной помехи над нерегулярным шумом на каждой из исходных трасс обрабатываемой сейсмограммы. Оно может быть достигнуто даже при относительно низком значении этой характеристики на каждом из каналов, но при достаточно большом их количестве, участвующем в обработке. Если для каких-либо регулярных помех такое условие не выполняется, как и в случае с первым ограничением, эти слабые помехи могут быть просто проигнорированы на этапе вычитания, что эквивалентно перенесению борьбы с ними полностью на этап окончательной оценки сигнала.

Предложены упрощенная и усовершенствованная схемы вычитания регулярных помех, названные аппроксимациями нулевого и первого порядков соответственно. Первую из них можно рассматривать как теоретическое обоснование и обобщение на выбранную нами усложненную модель записи эвристического принципа, положенного многими авторами в основу их технологических разработок, которые считают, что процедура оценки параметров сейсмического сигнала, искаженного интенсивными регулярными помехами, работает эффективней, если предварительно оценить и затем вычесть эти помехи из многоканальной сейсмической записи. Полученные в настоящей статье результаты позволяют установить, в каких ситуациях такая упрощенная схема оценки сейсмического сигнала может быть оправданна. Вторая схема об-

ладает несомненными преимуществами над первой, поскольку она позволяет в значительной степени компенсировать взаимные искажения, возникающие при оценке и последующем вычитании регулярных помех, и тем самым повысить эффективность окончательной оценки сигнала.

Показано, что по сути та же процедура оценки сигнала возникает при использовании многоканального винеровского фильтра, если запись позволяет получить после предлагаемой оценки по МНК достаточно высокое на всех частотах отношение сигнала к помехам.

Исследовано отношение сигнал—помеха на выходе описанной процедуры оценки сигнала. Показано, что упрощенное вычитание регулярных помех понижает точность оценки сигнала относительно величины, достигаемой при полном отсутствии регулярных помех, в то время как усовершенствованная схема вычитания позволяет в значительной мере компенсировать этот недостаток.

Преимущество усовершенствованной схемы вычитания регулярных помех над традиционным упрощенным вариантом продемонстрировано на модельных сейсмограммах при различном относительном уровне помех.

Важной задачей дальнейших исследований является поиск путей извлечения из многоканальной сейсмической записи информации о дисперсиях нерегулярного шума, а также об амплитудах и относительных временных сдвигах сигнала и регулярных помех, без чего полученное решение не может функционировать в полной мере.

Помимо наземных работ предложенный метод может найти применение при обработке материалов скважинной сейсморазведки.

*Данные исследования выполнялись при финансовой поддержке Министерства охраны окружающей природной среды Украины, руководству которого авторы выражают свою благодарность. Авторы признательны Е.Ю. Тяпкиной за помощь в программировании.*

### Приложение 1. Случай отсутствия регулярных помех

Рассмотрим решение задачи оптимальной оценки сигнала при отсутствии регулярных помех, когда исходная сейсмическая запись осложнена только нерегулярным шумом. Из уравнения (8) следует, что в этом случае матрица взаимных энергетических спектров суммарных помех вырождается в  $\mathbf{R} = R_{(n)}\mathbf{D}$  и решение (6) принимает вид

$$\hat{s} = (\mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u} = c_s^{-1} \mathbf{f}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}. \quad (1-1)$$

Это спектральный аналог оптимального взвешенного суммирования [Тяпкин, Карпенко, 1989; Тяпкин, 1991; Тяпкин, 1993а; 1993б; Тяпкин, 1994; Tyarkin, Li, 2001a; 2001b; Тяпкин и др., 2005; Tyarkin, Ursin, 2005], которое выполняется с учетом амплитуд и временных задержек сигнала, а также дисперсий нерегулярного шума на всех обрабатываемых трассах. Нетрудно показать, что отношение спектров мощности сигнала и нерегулярного шума на выходе этой процедуры равно  $c_s R_{(n)}^{-1} R_{(s)}$ , где  $R_{(s)}$  — спектр мощности формы сигнала  $s(t)$ .

### Приложение 2. Отношение сигнал—помеха на выходе оптимальной по МНК оценки сигнала

Спектр мощности сигнала на выходе процедуры, описываемой уравнением (6), равен

$$R_s^{\text{out}} = R_{(s)} |\mathbf{h}^H \mathbf{f}|^2 = R_{(s)}, \quad (2-1)$$

а суммарный спектр мощности нерегулярного шума и совокупности регулярных помех может быть представлен как

$$R_n^{\text{out}} = \mathbf{h}^H \mathbf{R} \mathbf{h} = (\mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f})^{-1}. \quad (2-2)$$

Если  $\mathbf{R}^{-1}$  определяется уравнением (17) при  $\Delta_l = 0$ , то этот спектр мощности превращается в

$$R_n^{\text{out}} = c^{-1} R_{(n)}, \quad (2-3)$$

где  $c$  описывается выражением (19).

Отсюда отношение сигнал—помеха равно

$$\frac{R_s^{\text{out}}}{R_n^{\text{out}}} = c \frac{R_{(s)}}{R_{(n)}}, \quad (2-4)$$

где  $c$  вырождается в  $c_s$  при отсутствии в исходной записи регулярных помех (Приложение 1). Простое вычитание оценок регулярных помех с помощью аппроксимации нулевого порядка, выполняемое по формуле (22), понижает  $c$  относительно  $c_s$  до величины (23) и, следовательно, отношение сигнал—помеха на выходе процедуры оценки сигнала относительно максимально возможного значения  $c_s R_{(n)}^{-1} R_{(s)}$ . Однако это падение частично компенсируется при использовании более совершенной аппроксимации первого порядка за счет учета взаимного влияния помех при их оценке и последующем вычитании, что видно из формулы (19). Таким образом, аппроксимация первого порядка обеспечивает более точные оценки сигнала, чем традиционная аппроксимация нулевого порядка.

### Приложение 3. Оптимальная оценка сигнала с использованием многоканальных винеровских фильтров

Рассмотрим оптимальный многоканальный винеровский фильтр, перед которым стоит задача получить наилучшее в среднеквадратическом смысле приближение к форме сигнала  $s(t)$  после обработки каждой трассы сейсмограммы, описываемой уравнением (1), индивидуальным одноканальным фильтром в сочетании с последующим суммированием результата. Спектральная характеристика такого фильтра может быть представлена в виде вектор-столбца [Тяпкин и др., 2006; Tyarquin et al., 2006; Тяпкин и др., 2007]:

$$\mathbf{h} = \frac{R_{(s)} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}}{1 + R_{(s)} \mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}}, \quad (3-1)$$

откуда следует

$$\mathbf{h}^H = \frac{R_{(s)} \mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1}}{1 + R_{(s)} \mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}}. \quad (3-2)$$

Для объяснения структуры этого выражения следует вспомнить, что многоканальный винеровский фильтр всегда можно представить как сочетание двух процедур: многоканальной оценки сигнала по критерию максимального правдоподобия и последующей одноканальной винеровской фильтрации [Green et al., 1966]. Многоканальной оценкой сигнала в рассматриваемом здесь случае является оценка по МНК, описываемая выражениями (6) и (7), поскольку предполагается нормальное распределение всех видов помех. Спектры мощности сигнала и суммарных помех на ее выходе представлены в Приложении 2 уравнениями (2-1) и (2-2) соответственно. Поэтому последующий одноканальный винеровский фильтр имеет частотную характеристику:

$$\frac{R_s^{\text{out}}}{R_s^{\text{out}} + R_n^{\text{out}}} = \frac{R_{(s)}}{R_{(s)} + (\mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f})^{-1}}. \quad (3-3)$$

Сочетание (7) и (3-3) приводит к выражению (3-2).

Когда величина  $R_{(s)} \mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}$ , равная отношению сигнал—помеха  $R_s^{\text{out}} / R_n^{\text{out}}$  на выходе оптимальной многоканальной оценки сигнала, на всех частотах удовлетворяет условию

$$R_{(s)} \mathbf{f}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f} \gg 1, \quad (3-4)$$

частотная характеристика (3-3) вырождается в единицу, а многоканальный винеровский фильтр (3-2) — в оптимальную по МНК оценку (7).



Список литературы

- Гольдин С. В. Линейные преобразования сейсмических сигналов. — Москва: Недра, 1974. — 352 с.
- Гольцман Ф. М., Троян В. Н. Оптимальные алгоритмы разделения интерферирующих сейсмических волн // Физика Земли. — 1967. — № 8. — С. 29—39.
- Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т. 1. — Москва: Мир, 1971. — 316 с.
- Дядюра В. А., Соколовский О. И. Многоканальные фильтры вычитания // Геофиз. сб. — 1977. — Вып. 77. — С. 58—66.
- Дядюра В. А., Соколовский О. И. Многоканальные фильтры вычитания // Геофиз. сб. — 1978. — Вып. 81. — С. 45—47.
- Козлов Е. А. Распознавание и подавление многократных волн в сейсморазведке. — Москва: Недра, 1982. — 248 с.
- Нахамкин С. А. Математические алгоритмы вычитания регулярных помех при разделении сейсмических волн. 1 // Физика Земли. — 1966а. — № 7. — С. 26—35.
- Нахамкин С. А. Математические алгоритмы вычитания регулярных помех при разделении сейсмических волн. 2 // Физика Земли. — 1966б. — № 9. — С. 23—37.
- Нахамкин С. А. Оптимальный алгоритм выделения сейсмических волн на фоне регулярных волн-помех // Физика Земли. — 1966в. — № 5. — С. 52—67.
- Нахамкин С. А. Спектральный способ построения оптимальных алгоритмов многоканального приема сейсмических сигналов на фоне коррелированных помех // Вопросы динам. теории распростран. сейсмич. волн. — 1966г. — Вып. 8. — С. 175—185.
- Полшков М. К., Кондратьев И. К., Чистов П. И. Построение оптимальных многоканальных линейных систем для сложной статистической модели волнового поля // Прикл. геофизика. — 1974. — Вып. 73. — С. 20—31.
- Тяпкин Ю. К. Выделение сигнала из многоканальной сейсмической записи по критерию максимального правдоподобия // ДАН Украины. — 1993а. — № 7. — С. 88—92.
- Тяпкин Ю. К. Оптимизация процесса суммирования сейсмических записей при нерегулярной помехе // Геофиз. журн. — 1993б. — 15, № 6. — С. 74—83.
- Тяпкин Ю. К. Оценка сигнала многоканальной сейсмической записи по критерию максимального правдоподобия // Изв. ВУЗов. Сер. Геология и разведка. — 1994. — № 2. — С. 114—118.
- Тяпкин Ю. К. Устойчивый итерационный алгоритм адаптивного оптимального взвешенного суммирования сейсмических записей // Геология и геофизика. — 1991. — № 5. — С. 122—125.
- Тяпкин Ю. К., Карпенко И. В. Оптимальное взвешенное суммирование сейсмических записей при нерегулярной помехе // Обзор. информ. Сер. Разведочная геофизика. — Москва: ВИЭМС, 1989. — 56 с.
- Тяпкин Ю. К., Приходченко Д. Ф., Некрасов И. А. Оптимизация процесса выделения сигнала из многоканальной сейсмической записи // Геофиз. журн. — 2005. — 27, № 5. — С. 718—729.
- Тяпкин Ю. К., Роганов Ю. В., Некрасов И. А. Оптимальная оценка сигнала многоканальной сейсмической записи при сложной модели регулярных и нерегулярных помех // Геофиз. журн. — 2006. — 28, № 2. — С. 39-53.
- Тяпкин Ю. К., Роганов Ю. В., Шумлянская Г. А. Оптимальная оценка сейсмического сигнала при сложной модели регулярных помех и случайного шума // Геоинформатика. — 2007. — № 1. — С. 69—80.
- Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. — Москва: Мир, 1989. — 655 с.
- Al Dossary S., Maddison B., Al Buali A., Luo Y., Al Faraj M., Li Q. Linear adaptive noise attenuation // 71st SEG Meeting: Expand. Abstr. — 2001. — P. 1993—1996.
- Cassano E., Rocca F. Multichannel linear filters for optimal rejection of multiple reflections // Geophysics. — 1973. — 38, № 6. — P. 1053—1061.
- Chiu S. K., Butler P. 2D/3D coherent noise attenuation by locally adaptive modeling and removal on prestack data // 67th SEG Meeting: Expand. Abstr. — 1997. — P. 1309—1311.
- Galbraith J. N., Wiggins R. A. Characteristics of optimum multichannel stacking filters // Geophysics. — 1968. — 33, № 1. — P. 36—48.
- Green P. E., Kelly E. J., Levin M. J. A comparison of seismic array processing methods // Geophys. J. R. Astronom. Soc. — 1966. — 11, № 1-2. — P. 67—84.
- Hanna M. T., Simaan M. Optimum simultaneous suppression of coherent and random noise in seismic

- data // 55th SEG Meeting: Expand. Abstr. — 1985. — P. 627—629.
- Kelamis P. G., Mitchell A. R.* Slant-stack processing // First Break. — 1989. — **7**, № 2. — P. 43—54.
- Linville A. F., Meek R. A.* A procedure for optimally removing localized coherent noise // Geophysics. — 1995. — **60**, № 1. — P. 191—203.
- Lu W.* Adaptive noise attenuation of seismic images based on singular value decomposition and texture direction detection // J. Geophys. Eng. — 2006. — **3**, № 1. — P. 28—34.
- Lu W.* Localized 2-D filter-based linear coherent noise attenuation // IEEE Trans. Image Proc. — 2001. — **10**, № 9. — P. 1379—1383.
- Lu W., Zhang X., Li Y.* Multiple removal based on detection and estimation of localized coherent signal // Geophysics. — 2003. — **68**, № 2. — P. 745—750.
- March D. W., Bailey A. D.* A review of the two-dimensional transform and its use in seismic processing // First Break. — 1983. — **1**, № 1. — P. 9—21.
- Meyerhoff H. J.* Horizontal stacking and multichannel filtering applied to common depth point seismic data // Geophys. Prosp. — 1966. — **14**, № 4. — P. 441—454.
- Schneider W. A., Prince E. R., Giles B. F.* A new data-processing technique for multiple attenuation exploiting differential normal moveout // Geophysics. — 1965. — **30**, № 3. — P. 348—362.
- Sengbush R. L., Foster M. R.* Optimum multichannel velocity filters // Geophysics. — 1968. — **33**, № 1. — P. 11—35.
- Simaan M., Love P. L.* Optimum suppression of coherent signals with linear moveout in seismic data // Geophysics. — 1984. — **49**, № 3. — P. 215—226.
- Spitzer R., Nitsche F. O., Green A. G.* Reducing source-generated noise in shallow seismic data using linear and hyperbolic  $\tau$ - $p$  transforms // Geophysics. — 2001. — **66**, № 5. — P. 1612—1621.
- Тяпкин Ю. К., Ли С.-Д.* Optimum stacking of seismic data with irregular noise: P. 1. — Theory and method // Petroleum Science (China). — 2001a. — **4**, № 1. — P. 1—7.
- Тяпкин Ю. К., Ли С.-Д.* Optimum stacking of seismic data with irregular noise: P. 2. — Inefficiency of simplified approaches and field data cases // Petroleum Science (China). — 2001b. — **4**, № 1. — P. 8—15.
- Тяпкин Ю. К., Урсин В., Роганов Ю. К., Некрасов И. А.* Optimum seismic signal estimation with complicated models of coherent and random noise // 76th SEG Meeting: Expand. Abstr. — 2006. — P. 2867—2871.
- Тяпкин Ю., Урсин В.* Optimum stacking of seismic record with irregular noise // J. Geophys. Eng. — 2005. — **2**, № 3. — P. 177—187.
- Тяпкин Ю., Урсин В., Роганов Ю., Некрасов И., Шумилянская Г.* Least-squares signal estimation with complicated mathematical models of seismic data // 69th EAGE Conference: Extend. Abstr. — 2007. — paper PO26.