

# Самоорганизация и нелокальная природа геофизической турбулентности и планетарных пограничных слоев

© С. С. Зилитинкевич, 2010

Институт физики атмосферы РАН, Москва, Россия  
Российский государственный гидрометеорологический университет,  
Санкт-Петербург, Россия  
Finnish Meteorological Institute, Helsinki, Finland  
Division of Atmospheric Sciences, Department of Physics, University of Helsinki, Finland  
Nansen Environmental and Remote Sensing Centre, Bergen, Norway  
Поступила 20 августа 2010 г.

*Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко*

Згідно з класичною парадигмою, турбулентна течія представляється як суперпозиція повністю впорядкованого середнього руху і повністю хаотичної турбулентності, природа якої визначається колмогоровським прямим каскадом кінетичної енергії за напрямом від великих вихорів до менших. Відповідно до цього головними інструментами моделювання турбулентності служать концепція градієнтного перенесення (за аналогією з молекулярним перенесенням), теорія інерційного інтервалу в спектрах турбулентних флуктуацій і, в атмосферних моделях, теорія подібності Моніна—Обухова. Подібний підхід задовільно описує великий клас нейтрально стратифікованих течій у природі і в інженерних установках. Проте він погано пристосований до типових для атмосфери і океану дуже стійких і, особливо, конвективних течій. Ключова проблема полягає в тому, що, крім звичайної турбулентності з її прямим каскадом, в геофізичних течіях майже завжди присутній особливий тип хаотичних рухів, упущений у класичній парадигмі. Ці рухи, для яких пропонується назва «Дивна турбулентність», характеризуються зворотним каскадом — від менших вихорів до великих, що веде до самоорганізації у формі довгоживучих великомасштабних структур, які співіснують із звичайним середнім рухом. Запропонована альтернативна парадигма містить дивну турбулентність і організовані структури разом з середнім рухом і звичайною турбулентністю.

The classical paradigm of the theory of turbulence states that any turbulent flow can be considered as a superposition of the fully organized mean motion and the fully chaotic turbulence is characterized by the direct energy cascade (from larger to smaller eddies). Accordingly, the key tools for modeling geophysical flows are the concepts of the down-gradient turbulent transport (analogous to the molecular transport); the Kolmogorov theory of the inertial interval in the turbulence spectra; and, in atmospheric boundary-layer modeling, the Monin-Obukhov similarity theory. These tools have made a good showing as applied to a wide range of neutrally or weakly stratified geophysical and engineering flows. However, in strongly stable and especially in unstable stratification they face insurmountable difficulties. The point is that the very-high-Reynolds-number geophysical flows almost always include a type of chaotic motions, "strange turbulence", missed in the classical theory and are characterized by the inverse energy cascade: from smaller to larger eddies, which leads to the self-organization in the form of long-lived, large-scale motions coexisting with the usual mean flow. The proposed new paradigm accounts for the strange turbulence and organized structures as additional inherent features of turbulent flows.

**Классическая теория.** Теория геофизической турбулентности и физика планетарных пограничных слоев (ППС) формировалась в течение XX в. в контексте одновременно физики атмосферы и океана и теории турбулентности. Определяющая роль стратификации

плотности, устойчивой, подавляющей турбулентность, или неустойчивой, ведущей к развитию конвекции, а также влияние вращения Земли — главные отличительные черты геофизических течений и ППС (по сравнению с инженерными пограничными слоями).

В первой половине XX в. (до Второй мировой войны) были сформулированы основные понятия и проблемы физики ППС: концепция ППС как турбулентных пограничных слоев во вращающейся жидкости или газе (В. Экман); роль ППС в механизмах общей циркуляции атмосферы и океана (Л. Прандтль, Т. фон Карман, К.-Г. Россби, Дж. Тейлор); задача о влиянии стратификации плотности на турбулентность (Л. Ф. Ричардсон); проблема замыкания системы уравнений для статистических моментов турбулентного движения (А. А. Фридман) [Kelle, Fridman, 1924; Фридман, 1934]).

Формирование зрелой теории геофизической турбулентности и ППС начинается со статей А. Н. Колмогорова [Колмогоров, 1941а, б; 1942] и продолжается в течение XX века совокупными усилиями международного сообщества при значительном вкладе ныне уже покойных учеников Колмогоровской школы: А. М. Обухова, А. С. Монины, А. М. Яглома и М. Д. Миллионщикова. Современная теория волновой турбулентности основана на работах В. Е. Захарова и его школы [Zakharov et al., 1992].

К концу XX в. теория стратифицированной турбулентности систематизирована<sup>1</sup> и, казалось бы, окончательно сложились в том смысле, что ее дальнейшее развитие более или менее предопределено в рамках *обще-признанной парадигмы*<sup>2</sup>.

• Турбулентное течение представляет собой суперпозицию *среднего движения*, т. е. упорядоченной части движения, которая описывается осредненными уравнениями гидродинамики, и *турбулентности*, т. е. хаотической части движения, которая описывается методами теории случайных процессов.

• Природа турбулентности определяется

<sup>1</sup> Наиболее исчерпывающее и авторитетное изложение механики турбулентности дано в двухтомной монографии Монины и Яглома [Монин, Яглом, 1965, 1967], позднее доработывавшейся и переиздававшейся на разных языках: английском (два тома в 1971 и 1973 гг.), японском (четыре тома в конце 70-х годов), русском (два тома в 1992 и 1996 гг.) и, наконец, снова на английском — раздел о гидродинамической неустойчивости, существенно обновленный и пополненный А. М. Ягломом (готовится к выходу в США). Наиболее полный и авторитетный курс метеорологии пограничного слоя принадлежит Дж. Гарратту [Garraatt, 1992].

<sup>2</sup> Термин «парадигма» употреблен здесь в смысле «теории научных революций» Томаса Куна [Кун, 1962].

генерацией больших вихрей из-за неустойчивости среднего движения и прямым каскадом кинетической энергии, т.е. последовательным дроблением вихрей с передачей энергии от больших вихрей к меньшим, завершающейся ее вязкой диссипацией (переходом в тепловую энергию) на наименьших вихрях<sup>3</sup>.

Соответственно этому:

• Главными инструментами моделирования турбулентных течений служат чисто локальные концепции: идея градиентного переноса и коэффициентов турбулентной вязкости, теплопроводности и диффузии, теория инерционного интервала в спектре турбулентности и в атмосферных моделях, теория подобия Монины – Обухова [Монин, Обухов, 1954].

• Практические цели дальнейших исследований сводятся в значительной мере к уточнению знаний о коэффициентах турбулентного переноса — в их зависимости от локальных характеристик среднего движения (сдвига скорости и стратификации плотности) и кинетической энергии турбулентности (КЭТ), определяемой уравнением баланса КЭТ, а также об универсальных функциях и безразмерных универсальных константах теории подобия.

Вполне естественно, что парадигма, открывая пути для решения определенного класса проблем, одновременно отсекает проблемы, выходящие за ее рамки. Для приверженцев парадигмы такие проблемы становятся как бы невидимыми; а если их все же поднимают, то они отторгаются как заведомо абсурдные.

**Сигналы тревоги.** В конце 50-х годов XX в. выдающийся климатолог М. И. Будыко, анализируя данные о тепловом балансе земной поверхности, пришел к выводу о необходимости турбулентного (как он полагал) переноса тепла от более холодного слоя атмосферы к более тепловому. Эта идея встретила у физиков абсолютное неприятие и вызвала резкую критику со стороны А. С. Монины —

<sup>3</sup> На первый взгляд, идея прямого и только прямого каскада опирается на прочный фундамент второго начала термодинамики. Однако это только на первый взгляд; второе начало формулируется для замкнутой системы и никак не отрицает возможности существования как прямого (порядок→хаос), так и обратного (хаос→порядок) каскадов при общей тенденции к нарастанию хаоса. Идею о самоорганизации как фундаментальном свойстве турбулентности сформулировал Григорян [Григорян, 1980].

одного из создателей теории геофизической турбулентности. И неудивительно: классические концепции чисто хаотической турбулентности и коэффициентов турбулентной теплопроводности начисто исключают подобный противогradientный перенос. К концу XX в. стало ясно, что принципиально прав был Будыко: противогradientный перенос тепла действительно имеет место, например, в верхней части конвективных пограничных слоев; но осуществляется он не мелкомасштабной турбулентностью (как полагал Будыко), а самоорганизованными структурами, т.е. движениями, упущенными в классической теории турбулентности.

Как бы то ни было, именно на теории подобия и коэффициентах турбулентного переноса, определяемых через локальные значения КЭТ и внешний масштаб турбулентности, основаны алгоритмы ППС, описывающие взаимодействие атмосферы с земной поверхностью и диффузию примесей в оперативных моделях загрязнения воздуха, прогноза погоды и изменений климата. До недавнего времени они казались более или менее адекватными уровню сложности моделей. Но по мере совершенствования последних, особенно по достижении высокого пространственного разрешения и отказа от гидростатического приближения, традиционные параметризации ППС становятся тормозом дальнейшего прогресса. Главные их недостатки, а именно неприменимость к экстремальным условиям стратификации и к течениям над сложными поверхностями (такими, как город, лес, пересеченная местность или штормовое море), не удается устранить, оставаясь в рамках классической парадигмы, т. е. путем уточнения функций подобия и/или введения дальнейших поправок в традиционные турбулентные замыкания, основанные на КЭТ. Неудивительно, что качество моделирования изменений климата с помощью объединенных моделей атмосфера—гидросфера—криосфера, «склеенных» через ППС, существенно уступает качеству моделирования геосфер по отдельности (см., например, с. 619 и рис. 8.11 в гл. 8 отчета IPCC 4AR). Очевидная причина — именно в неудовлетворительной «склейке». Более того, в моделях с пространственным разрешением менее 10 км параметризации турбулентности на основе КЭТ перестают работать. В качестве альтернативы для конвективных ППС предлагается упрощенное

вихреразрешающее моделирование [Wyant et al., 2006].

Независимо от этого тревожного сигнала, в исследованиях собственно геофизической турбулентности и ППС накоплены бесспорные свидетельства несоответствий между наблюдаемыми свойствами стратифицированных (как конвективных, так и устойчивых) турбулентных течений и выводами классической теории. Более того, несоответствия вполне могли быть замечены уже в период формирования теории — экспериментальный материал для этого имелся. Однако на фоне триумфальных достижений теории, там, где она применялась к турбулентности в нейтрально или слабо стратифицированной жидкости, свидетельства против нее попросту не замечались.

Строго говоря, самоорганизация, не учитываемая в традиционных турбулентных замыканиях, наблюдается и в нейтрально стратифицированных ППС. Течение в ППС испытывает воздействие вращения Земли, влияние которой на турбулентность в некотором смысле подобно действию устойчивой стратификации. Средний профиль ветра (так называемая спираль Экмана) оказывается неустойчивым по отношению к малым возмущениям; причем последние приводят — через обратный каскад — к формированию крупномасштабных спиральных вихрей («роликов»), которые и по наблюдениям, и по вихреразрешающим численным экспериментам осуществляют более 50 % вертикального переноса количества движения. Традиционные модели этот механизм не воспроизводят.

Напомним, что Колмогоров [Колмогоров, 1941а, б; 1942] формулировал свою концепцию прямого каскада и соответственно определяющей роли диссипации КЭТ, включая замыкание, основанное на одном лишь уравнении баланса КЭТ, *имея в виду турбулентность в нейтрально стратифицированной жидкости*. А это именно тот тип турбулентных течений, который и по сей день не обнаруживает существенных расхождений с колмогоровским пониманием турбулентности. Распространение же идей Колмогорова на геофизическую турбулентность, т. е. на стратифицированную жидкость, осуществляли его последователи, *сохранив эти идеи в первозданном виде*. В результате долгие годы не замечался обратный каскад (от хаоса к порядку), играющий,

как мы знаем сейчас, доминирующую роль в турбулентной конвекции, а в оперативно используемых турбулентных замыканиях оказалось упущенным уравнение баланса потенциальной энергии турбулентности (ПЭТ), без которого моделирование сильно устойчивой турбулентности фактически зашло в тупик [Zilitinkevich et al., 2007; 2008].

Яркий пример обратного каскада — развитие турбулентной конвекции в покоящейся жидкости после включения нагрева снизу. На начальном этапе конвективный слой представляет собой быстро разбухающую зону хаотической турбулентности, но затем на фоне хаоса происходит слияние мелких восходящих струек в более крупные, в результате чего развиваются хорошо выраженные организованные структуры, аналогичные ячейкам Бенара (вертикальным струям, окруженным зонами оседания, обнаруженным Бенаром в опытах с вязкой конвекцией еще в конце XIX в.). Наличие здесь обратного каскада, т. е. передачи энергии от меньших вихрей к большим, и самоорганизации от хаоса к порядку очевидно [Etling, Brown, 1993; Elperin et al., 2002, 2006; Morrison et al., 2005]. Но «гипноз» классической парадигмы сильнее очевидности: трактовка самоорганизованных конвективных структур как просто очень крупных турбулентных вихрей и попытки их моделирования с помощью аппарата теории случайных процессов продолжают до настоящего времени.

Характерный результат подобного гипноза — подгонка экспериментов под закон конвективного теплообмена, освященный более чем полувековой традицией: «число Нуссельта пропорционально числу Рейлея в степени  $1/3$ ». Вера в эту формулу, незыблемую с точки зрения классической теории, подвигала самых добросовестных экспериментаторов на искусственное подавление самоорганизующихся структур в лабораторных опытах, что только и позволяло получать ее «экспериментальное подтверждение». Виртуозные эксперименты подобного рода с конвекцией в жидком гелии докладывал на Ассамблее EGU-2009 К. Р. Сринивасан (K. R. Sreenivasan) — в то время генеральный директор Международного центра по теоретической физике имени Абдуса Салама). В природе самоорганизованные структуры определяют главный механизм теплообмена и усиливают его по сравнению с

классической формулой на порядок и более [Zilitinkevich et al., 2006].

Самоорганизация проявляется и в очень устойчивой турбулентности в форме так называемых «блинов» — сплюснутых по вертикали и протяженных по горизонтали, т. е. почти двумерных структур (см., например, [Laval et al., 2003]). Этот термин предложил О. Филипс в 1965 г. в Москве (познакомившись с русскими блинами в столовой Московского университета в перерыве между обсуждениями сплюснутых структур на международном симпозиуме по атмосферной турбулентности и распространению радиоволн). В то время блины понимались как объемы, заполненные обычной мелкомасштабной турбулентностью<sup>4</sup> и окруженные почти ламинарным течением (детальную теорию их эволюции под действием сил отрицательной плавучести разработал Г. И. Баренблатт). С нашей точки зрения, блины могут порождаться в результате двумеризации турбулентных вихрей за счет их сплюсывания силами отрицательной плавучести и последующей самоорганизации через обратный каскад энергии, типичный для двумерной турбулентности (это фундаментальное свойство двумерной турбулентности обнаружили и исследовали Р. Х. Крейчнан [Kraichnan, 1967], Дж. Бэтчелор, Р. В. Озмидов и др.).

**Альтернативная парадигма.** Пользуясь терминологией Куна [Кун, 1962], налицо кризис теории геофизической турбулентности и ППС, требующий пересмотра основной парадигмы.

**Альтернативная парадигма** в сущности уже висит в воздухе<sup>5</sup>. Вряд ли можно отрицать, что геофизические течения жидкости или газа (т.е. стратифицированные течения с очень большими числами Рейнольдса) включают отнюдь не два, а до пяти принципиально разных типов движения:

- среднее движение, понимаемое в традиционном смысле этого термина;
- «обычная» турбулентность, также определяемая традиционно как иерархия хаотических вихрей разного масштаба, характеризующихся прямым каскадом энергии от

<sup>4</sup> Турбулентность в блинах иногда называют «ископаемой турбулентностью» [Gibson, 1999].

<sup>5</sup> Концептуальный анализ современных представлений о турбулентности, включая аргументы против классической парадигмы, дан в книге А. Цинобера [Tsinober, 2009].

больших вихрей к меньшим и в конечном счете к вязкой диссипации энергии на мельчайших вихрях;

- внутренние волны, присутствующие при устойчивой стратификации, а также при вращении, и взаимодействующие с турбулентностью;

- «странная» турбулентность, которую предлагается определить как иерархию сравнительно крупных вихрей, характеризующихся обратным каскадом энергии от меньших вихрей к большим;

- и наконец, долгоживущие самоорганизованные структуры, поддерживаемые через странную турбулентность путем обратного каскада энергии.

Само по себе явление гидродинамической самоорганизации хорошо известно в метеорологии и физической океанографии<sup>6</sup>. Так, например, кучевое облако при солнечной тихой погоде развивается именно путем слияния мелких конвективных струек, восходящих от нагретой земной поверхности, т. е. их укрупнения и организации в крупномасштабную циркуляционную ячейку, состоящую из мощной центральной струи, и растекания в стороны на верхней границе ячейки (облако становится видимым благодаря адиабатическому охлаждению поднимающегося воздуха и конденсации содержащегося в нем водяного пара). Разумеется, истинная турбулентность в этой ячейке присутствует, но не она определяет механизм самоорганизации.

Рассматривать кучевое облако как очень большой турбулентный вихрь, т. е. образование хаотической природы, вряд ли кому придет в голову. Однако совершенно аналогичные по своему происхождению и своей топологии долгоживущие конвективные ячейки внутри обычных конвективных ППС до последнего времени трактовались именно как очень большие турбулентные вихри. Неудивительно, что попытки их статистического описания в контексте турбулентных замыканий традиционного типа встречают громадные трудности (см. обзорную главу в работе [Zilitinkevich et al., 1999]).

<sup>6</sup> Океанографический пример самоорганизации — так называемая «глубокая конвекция». Организована она совершенно иначе, чем в атмосфере, вследствие очень малых скоростей движения, при которых сильнейшим образом проявляется вращение Земли. Теория этого вида конвекции заложена Г. С. Голицыным [Голицын, 1980].

**Что делать?** Перечисленные выше трудности классической теории в значительной степени вызваны нечеткой трактовкой слова турбулентность. Чтобы минимизировать изменения терминологии, предлагается сохранить этот термин в его расширенном смысле, а для хаотических вихрей — с их тенденцией к разрушению, прямым каскадом энергии и прочими твердо установленными свойствами колмогоровской турбулентности — использовать термин «обычная турбулентность». Для вихрей, хотя бы и хаотических, но имеющих тенденцию к слиянию и укрупнению, т. е. к обратному каскаду и самоорганизации, предлагается название «странная турбулентность». Изучение ее природы, в том числе механизмов обратного каскада, выдвигается как физическая проблема первостепенной теоретической [Elperin et al., 2002, 2006] и технологической важности [Gad-el-Hak, 2000].

Конечный продукт обратного каскада — самоорганизованные структуры — представляет собой как бы «второй этаж» среднего движения [Григорян, 1980], т. е. вторичные циркуляции, способные, в свою очередь, порождать мелкомасштабную турбулентность за счет сдвигов скорости и тем самым усиливать турбулентный перенос в ряде случаев на порядок и более (см., например, [Hunt, Morrison, 2000; Zilitinkevich et al., 2006]). Учет самоорганизованных структур, а в устойчиво стратифицированных течениях еще и внутренних волн [Zilitinkevich, 2002; Zilitinkevich et al., 2009], необходим для адекватного описания ППС в численных моделях атмосферы и океана.

Последние два десятилетия работы в этих направлениях ведутся все более интенсивно (например, в рамках европейского проекта «Атмосферные пограничные слои: физика, моделирование и роль в земной системе», PBL-PMES, 2009-2013, <http://pbl-pmes.fmi.fi>). С точки зрения наук о Земле главная их цель — создать алгоритмы для реалистического описания ППС как связующих звеньев между геосферами (см. вклейку на с. 168) в многокомпонентных моделях земных систем, в частности, в оперативных моделях прогноза погоды, загрязнения воздуха и изменений климата.

**Благодарности.** Автор благодарит за обсуждение и замечания Г. С. Голицына, М. А. Калистратову, Н. С. Касимова, Н. Клиорина, В. Н. Лыкосова, В. С. Львова, И. Рогачевского, В. И. Старостенко, А. Цинобера, И. Н. Эзау и Т. Эльперина.

## Список литературы

- Голицын Г. С. Геострофическая конвекция // Докл. АН СССР. — 1980. — **251**, № 6. — С. 1356—1360.
- Григорян С. С. Об осреднении физических полей // Докл. АН СССР. — 1980. — **254**, № 4. — С. 846—850.
- Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. — 1941а. — **30**, № 4. — С. 299—303.
- Колмогоров А. Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности // Докл. АН СССР. — 1941б. — **32**, № 1. — С. 19—21.
- Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР, сер. физ. — 1942. — **6**, № 1—2. — С. 56—58.
- Кун Т. Структура научных революций (1962). — Рус. пер. — Москва: Изд. АСТ, 2003. — 605 с.
- Монин А. С., Обухов А. М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое воздуха // Тр. Геофиз. ин-та АН СССР. — 1954. — № 24 (151). — С. 163—187.
- Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. — Москва: Наука, 1965. — Том 1. — 639 с.; 1967. — Том 2. — 720 с.
- Фридман А. А. Опыт гидродинамики сжимаемой жидкости. — Ленинград—Москва, 1934.
- Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I., Zilitinkevich S. Formation of large-scale semi-organised structures in turbulent convection // Phys. Rev. E. — 2002. — **66**. — P. 1—15.
- Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I., Zilitinkevich S. Turbulence and coherent structures in geophysical convection // Boundary-Layer Meteorol. — 2006. — **119**. — P. 449—472.
- Etling D., Brown R. A. Roll vortices in the planetary boundary layer: A review // Boundary-Layer Meteorol. — 1993. — **65**. — P. 215—248.
- Gad-el-Hak M. Flow Control: Passive, Active and Reactive Flow Management. — London: Cambridge University Press, 2000.
- Garratt J. R. The Atmospheric Boundary Layer. — London: Cambridge University Press. — 1992. — 316 p.
- Gibson C. H. Fossil turbulence revisited // J. Marine Systems. — 1999. — **21**, № 1—4. — P. 147—167.
- Hunt J. C. R., Morrison J. F. Eddy structure in turbulent boundary layers. // Eur. J. Mech. B-Fluid. — 2000. — **19**. — P. 673—694.
- Keller L. V., Fridman A. A. Differentialgleichung für die turbulente Bewegung einer kompressiblen Flüssigkeit // Proc. 1<sup>st</sup> Intern. Congr. Appl. Mech., Delft. — 1924. — P. 395—405.
- Kraichnan R. H. Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence // Physics of Fluids. — 1967. — **10**. — P. 1417—1423.
- Laval J.-P., McWilliams J., Dubrille B. Forced stratified turbulence: successive transitions with Reynolds number // Phys. Rev. — **E 68**. — P. 247—257.
- Morrison I., Businger S., Marks F., Dodge P., Businger J. A. An observational case for the prevalence of roll vortices in the hurricane boundary layer // J. Atmos. Sci. — 2005. — **62**. — P. 2662—2673.
- Tsinober A. An Informal Conceptual Introduction to Turbulence. — Springer, 2009. — 464 p.
- Wyant M. C., Khairoutdinov M., Bretherton C. S. Climate sensitivity and cloud response of a GCM with a superparameterization. // Geophys. Res. Lett. — 2006. — **33**, L06714 (DOI: 10.1029/2005GL025464).
- Zakharov V. E., L'vov V. S., Falkovich G. Kolmogorov Spectra of Turbulence I: Wave Turbulence. — Springer-Verlag, 1992.
- Zilitinkevich S. Third-order transport due to internal waves and non-local turbulence in the stably stratified surface layer // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2002. — **128**. — P. 913—925.
- Zilitinkevich S. S., Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I. Energy- and flux-budget (EFB) turbulence closure model for the stably stratified flows. Part I: Steady-state, homogeneous regimes // Boundary-Layer Meteorol. — 2007. — **125**. — P. 167—192.
- Zilitinkevich S. S., Gryanik V. M., Lykossov V. N., Mironov D. V. A new concept of the third-order transport and hierarchy of non-local turbulence closures for convective boundary layers // J. Atmos. Sci. — 1999. — **56**. — P. 3463—3477.
- Zilitinkevich S. S., Elperin T., Kleeorin N., L'vov V., Rogachevskii I. Energy- and flux-budget (EFB) turbulence closure model for stably stratified flows. Part II: The role of internal gravity waves. // Boundary-Layer Meteorol. — 2009. — **133**. — P. 139—164.
- Zilitinkevich S. S., Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I., Esau I., Mauritsen T., Miles M. W. Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: strong and weak mixing regimes // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2008. — **134**. — P. 793—799.
- Zilitinkevich S. S., Hunt J. C. R., Grachev A. A., Esau I. N., Lalas D. P., Akylas E., Tombrou M., Fairall C. W., Fernando H. J. S., Baklanov A., Joffe S. M. The influence of large convective eddies on the surface layer turbulence // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2006. — **132**. — P. 1423—1456.