УДК 550.831

Памяти академика
Владимира Николаевича Страхова

Монтажный подход В.Н. Страхова к решению обратных задач гравиразведки: современное состояние и реальные возможности

© П. И. Балк, А. Йеске, 2013

Университет им. Гумбольдта, Берлин, Германия

Поступила 12 декабря 2012 г.

Представлено членом редколлегии В.И. Старостенко

Монтажні алгоритми В. М. Страхова для розв'язання нелінійних обернених задач гравіметрії розглянуто з точки зору концепції проблемно-орієнтовних методів умовної мінімізації, що складають ядро будь-якої технології кількісної інтерпретації даних гравірозвідки. Порівняльний аналіз монтажних алгоритмів виявив їх основне достоїнство, яке полягає у здатності обминати багато "гострих кутів" в теорії і практиці інтерпретації потенціальних полів, що стали каменем спотикання для більшості відомих підходів до розв'язання обернених задач, які спираються на класичні методи розв'язку умовно-екстремальних задач. Водночас досі залишається невирішеним питання про фактичну роздільну здатність монтажного методу, відповідь на яке може дати лише масштабний обчислювальний експеримент. У цій статті цей пропуск частково заповнений.

Fitting algorithms of V. N. Strakhov for solving non-linear inverse problems of gravity are considered from the viewpoint of a concept of problem-oriented methods of conditional minimization, which are the core of any technology of quantitative interpretation data of gravity exploration. Comparative analysis of fitting algorithms revealed their principal virtue — it is their ability to avoid many "acute angles" of the theory and practice of interpretation of potential fields, which became a sticking point for the most of known approaches to solving inverse problems based on classical methods of solving conditional-extreme problems. And with it we can not solve up to now the problem on permissive abilities of the fitting method, so only full scale computing experiment is able to give an answer. This paper supplies the gap to some extent.

Математика является языком науки в целом, но каждая отрасль науки говорит на своем диалекте этого языка.

В. Н. Страхов

Введение. В середине 70-х годов прошлого столетия В.Н. Страхов сформулировал концепцию монтажных алгоритмов решения обратных задач гравиметрии в сеточных классах моделей аномалиеобразующих объектов, представляющих принципиально новую, ориентированную на свойства потенциальных полей генерацию алгоритмов условной минимизации функционала невязки при ограничении на носитель возмущающих масс [Страхов, Лапина, 1976 а, б]. В становлении "монтажного направления" в теории интерпретации гравитационных аномалий важную роль, безусловно, сыграла и вышедшая несколькими месяцами раньше работа А. В. Овчаренко [Овчаренко, 1975], в которой предлагался подход, идейно близкий к монтажному.

Очевидные преимущества монтажного метода, заключающиеся, прежде всего, в его способности к радикальной декомпозиции процедуры учета имеющейся информации и отсутствии жестких требований к способам ее формализации (чем не могут похвастаться методы математического программирования — при определенном характере априорной информации ее не всегда просто уместить в "прокрустово ложе" стандартных ограничений типа неравенств) не остались незамеченными. Идея монтажных алгоритмов была быстро подхвачена другими исследователями и, прежде всего, украинскими геофизиками [Булах, Корчагин, 1978; Завойский, Неисжал, 1979]. Отдельно следует отметить исследования У. Шефера [Schäfer, 1990], в работе которой для обеспечения гладкости искомого приближения к носителю источников поля были предложены специальные функционалы по типу тех, что использовались при решении обратных задач гравиразведки методами регуляризации [Старостенко, 1978; Тихонов, Арсенин, 1979].

При мощности ЭВМ тех лет реализуемые на практике постановки обратных задач и соответствующее программное обеспечение объективно не могли выйти за рамки проблематики плоской обратной задачи для локального источника поля при минимуме априорных ограничений на свойства приближенного решения. На какое-то время это привело к свертыванию исследований в этом направлении. Благодаря возможностям современных вычислительных средств у монтажного подхода появилась возможность наверстать упущенное, и в последние годы он переживает своего рода ренессанс. Алгоритмическая основа подхода радикально обновлена — от исходного метода по сути осталась лишь общая идея. В первую очередь, удалось существенно расширить список типов априорной информации, доступной монтажному методу — можно смело сказать, что сейчас он включает все виды априорной информации, встречающейся на практике. Частный алгоритм регулируемой направленной кристаллизации (РНК), с которым, собственно, и ассоциировался первоначально монтажный подход, обобщен на случай многосвязных распределений, когда массы, заполняющие отдельные парциальные носители, могут иметь различные постоянные избыточные плотности (правда, пока одного знака) [Балк, 1993; 1997; Балк, Балк, 1994; 1995; 1996]. Предложены и более общие, чем в методе РНК, структуры интерационного шага, позволяющие при необходимости выходить на более низкие значения невязки [Балк, Балк, 2000; Долгаль, Мичурин, 2010]. Опубликованы первые теоретические исследования по монтажным технологиям интерпретации данных гравиразведки [Балк, Долгаль, 2009] для случая совместного оценивания геометрических и плотностных характеристик модели [Балк и др., 2011 б]. Расширен список ограничений на свойства помехи. Помимо стандартной оценки предполагаемого уровня помех в постановку задачи можно ввести довольно слабое, но, как показал опыт, достаточно эффективное условие равенства нулю медианного значения помехи [Балк и др., 2011 а]. Монтажный метод удалось распространить на структурные обратные задачи [Балк и др., 1988]. При этом обнаружилось, что концепция монтажного подхода в завуалированном виде присутствует и в других, казалось бы весьма далеких от него, подходах [Пруткин, 1986], и объединяет их идея построения структурированных итерационных процессов геофизически объяснимой и оправданной локальной деформации очередного приближения к искомому носителю источников поля с целью поиска допустимого варианта интерпретации.

Еще в работе [Балк, Балк, 1985] ее авторы спрогнозировали, что в будущем монтажным алгоритмам может быть отведена более заметная роль, чем стать очередным методом минимизации невязки. Было предложено задействовать их в технологиях интерпретации, реализующих концепцию гарантированного подхода [Балк, 1980], когда за результат интерпретации, вместо обычного, принимаются не единичные оценки параметров модели, а набор геологически содержательных инвариантов на множестве допустимых решений обратной задачи. Практически эта идея была востребована позже, в работах [Балк и др., 2009; Балк, Долгаль, 2010], основной целью которых было показать, что отдельные проблемы теории интерпретации, ранее считавшиеся прерогативой вероятностно-статистического направления, с успехом могут быть решены детерминистскими средствами. Ядро предложенных технологий интерпретации составили монтажные алгоритмы поиска отдельных допустимых вариантов интерпретации, и эффективность этих технологий всецело определяется возможностями этих алгоритмов. Здесь важно подчеркнуть, что при использовании гарантированного подхода, когда следует построить не одно решение, а семейство допустимых решений, на диалоговые системы моделирования, с помощью которых на практике пока только и удается учитывать всю имеющуюся априорную информацию, рассчитывать уже не приходится. В ряде работ, к примеру [Балк, 2000, 2002], гарантированный подход рассматривался не только в прикладном аспекте как альтернатива известным подходам к обратным задачам, но также и в методологическом плане как наглядное доказательство неадекватности ряда основных положений теории интерпретации потенциальных полей реалиям геофизической практики. При этом в качестве первопричины сложившихся противоречий называлось столкновение геофизических и общематематических интересов исследователей при выборе приоритетных направлений теоретических работ.

Можно констатировать, что за истекший период накопилось довольно большое число теоретических и алгоритмических наработок, в которых не просто "сделана ставка" на монтажный подход, как некий вспомогательный инструмент, но и реальная ценность которых всецело зависит от того, в какой мере монтажные методы обладают приписываемыми им свойствами. О важности проблемы говорит и то, что наряду с созданием специализированного искусственного интеллекта и разработкой теории некорректно поставленных задач, полностью адекватной геофизической практике, задача построения конечно-элементного подхода к обратным задачам включена в число двенадцати главных направлений в развитии теории интерпретации потенциальных полей в начале текущего века [Страхов, 2001].

При том, что накопленный опыт успешного решения модельных и практических примеров с помощью монтажного подхода уже достаточно весом [Долгаль и др., 2012], в контексте тех масштабных задач, которые перед ним поставлены, он все же явно недостаточен — до сих пор нет ясных представлений о предельных возможностях подхода, назрела необходимость в комплексном изучении этого вопроса и, прежде всего, в продуманном вычислительном эксперименте, что также является целью данной статьи.

Современное прочтение концепции монтажных алгоритмов. Описание монтажного подхода можно найти в некоторых из цитируемых выше работ. Но для полноты изложения напомним (и частично обновим) его основные элементы.

Центральная идея, заложенная в основу монтажного подхода, заключается в обеспечении единства сеточного описания некоторой ограниченной части S пространства, заведомо заключающей в себе источники аномалии (здесь много общего с концепцией метода конечных элементов [Зенкевич, 1975]), и особого способа структурирования итерационного процесса построения допустимых решений обратной задачи. Скажем, что система $T = \{\omega_1, \omega_2, \ldots\}$ замкнутых связных множеств ω_n (в приложениях это преимущественно тела простой геометрической формы) образует замощение ограниченной области $S \subset \mathbf{R}^3$, если объединение всех элементов замощения ω_n содержит S, а общими у любых двух элементов ω_r и ω_s могут быть разве что граничные точки. Замощение является регулярным, если все его элементы конгруэнтны некоторому ω, называемому протоэлементом замощения. В декартовой системе координат простейшее регулярное замощение порождается протоэлементом в форме куба (представляет несомненный интерес, хотя никаких исследований в этом направлении пока не проводилось, случай, когда при изучении плотностных моделей крупных геологических объектов построения выполняются в сферической системе координат, а элементы ω_n — сферические прямоугольные призмы [Старостенко, Легостаева, 1998]). Объединение Ω любого числа элементов замощения называется конфигурацией, множество $Я[\Omega]$ этих элементов — ядром конфигурации, множество $O[\Omega]$ элементов $\omega_n \in T$, не принадлежащих $Я[\Omega]$, но граничащих хотя бы с одним элементом из $Я[\Omega]$, — оболочкой конфигурации Ω, а подмножество $Г[\Omega] \subset Я[\Omega]$ элементов ядра, граничащих хотя бы с одним элементам оболочки $O[\Omega]$, — его границей. Графическая иллюстрация основополагающих понятий монтажного подхода приводится в работе [Балк и др., 2011 б]. Под мощностью $Я[\Omega]$ конфигурации Ω понимается число элементов замощения, входящих в ее ядро. Система A всевозможных конфигураций $\{\Omega_m\}$, определенных на заданном замощении T, служит в монтажном подходе модельным классом носителей при решении нелинейной обратной задачи гравиразведки. Операции в A сводятся к обмену оболочки и границы конфигурации некоторыми подмножествами своих элементов ω_n и в программных реализациях выполняются в целочисленной арифметике, что существенно сокращает время счета. Среди основных свойств конфигурации важную роль играют связность и односвязность. Конфигурация Ω является связной, если для любых двух элементов замощения ω_p, $\omega_q \in Я[\Omega]$ найдется последовательность $\omega_{j(1)}$, $\omega_{j(2)}$, $\omega_{j(n)} \in Я[\Omega]$ такая, что: $\omega_p \in \in O[\omega_{j(1)}]$, $\omega_{j(k-1)} \in O[\omega_{j(k)}]$, $2 \le k \le n$, $\omega_{j(n)} \in O[\omega_q]$. Конфигурация Ω является односвязной (без "пустот"), если отыщется такая конфигурация $\Omega_1 \supset \Omega$, что разность Ω_1 / Ω является связной конфигурацией. Конструктивные способы контроля за соблюдением связности и односвязности конфигурации известны [Балк, 1993]. В двумерном случае построены экономичные критерии проверки наследования конфигурацией указанных топологических свойств при включении в ее ядро некоторого элемента замощения ω; все сводится к анализу оболочки $O[\omega]$.

В главном монтажный подход обслуживает нелинейные обратные задачи рудного типа, в которых аномалия $\Delta\hat{g}$, заданная приближенными значениями $\Delta\tilde{g}_i = \Delta\tilde{g}(X_i) = \Delta\hat{g}(X_i) + + \xi_i$ в точках произвольного рельефа земной поверхности, обусловлена массами, распределенными по заданному числу K связных (парциальных) носителей $\hat{S}_k$ с известными избыточными плотностями $\hat{\delta}_k$. Предполагается, что априорная информация G содержит сведения, позволяющие указать области $\hat{S}_k^+$, гарантированно удовлетворяюющие включению $\hat{S}_k^+ \subset \hat{S}_k$, как и сведения о том, что заданные области $\hat{S}_k^-$ не являются фрагментами носителей $\hat{S}_k^- \not\subset \hat{S}_k$, $k = 1, 2, ..., K$. Также должна быть задана оценка ε_0 нормы помех ξ_i в измерениях $\Delta\tilde{g}_i$.

Работе монтажного метода предшествует выбор интерпретатором структуры и значений геометрических параметров замощения T, после чего области $\hat{S}_k^+$ и $\hat{S}_k^-$ аппроксимируются максимальными (Ω_k^+) и минимальными (Ω_k^-) конфигурациями, удовлетворяющими включениям: $\Omega_k^+ \subset \hat{S}_k^+$, $\Omega_k^- \supset \hat{S}_k^-$, $k = 1, 2, ..., K$. Сам монтажный метод представляет собой конечный итерационный процесс, на шаге j которого очередное приближение $\Omega_j^* = (\Omega_{j,1}^*, \Omega_{j,2}^*, ..., \Omega_{j,K}^*)$ к искомому допустимому решению $\Omega^* = (\Omega_1^*, \Omega_2^*, ..., \Omega_K^*)$ образуется из предшествующего Ω_{j-1}^* путем взаимного обмена границ $\Gamma[\Omega_{j-1,k}^*]$ и оболочек $O[\Omega_{j-1,k}^*]$, $k = 1, 2, ..., K$, текущих приближений $\Omega_{j-1,k}^*$ к парциальным носителям Ω_k^* некоторыми подмножествами своих элементов по заданному правилу P. Различные правила P порождают многообразие модификаций монтажного метода. В простейшем случае, когда очередное приближение Ω_j^* образуется путем наращивания ядра какой-то одной, k-й конфигурации $\Omega_{j-1,k}^*$ только на один элемент замощения, взятый из $O[\Omega_{j-1,k}^*]$, получим расширение метода РНК (в работах В. Н. Страхова и М. И. Лапиной он рассмотрен для $K = 1$). Обратным к методу РНК является метод регулируемой направленной раскристаллизации (РНР) [Долгаль, Мичурин, 2010]; в нем начальное приближение должно заведомо содержать искомые носители, и каждое очередное приближение образуется путем изъятия из ядра предыдущего приближения одного элемента ω_n. В простом методе РНК в качестве начального приближения рекомендуется брать элемент замощения (центр кристаллизации), предположительно принадлежащий носителю $\hat{S}$. В обобщенном методе РНК приближения $\Omega_{j,k}^*$ образуют цепочки вложенных множеств $\Omega_{0,k}^* \subseteq \subseteq \Omega_{1,k}^* \subseteq ... \subseteq \Omega_k^*$, $k = 1, 2, ..., K$, а в качестве начальных приближений к каждому парциальному носителю Ω_k^* служит множество Ω_k^+. Свобода выбора правила P (другими словами, структуры итерационного шага) ограничена требованием: очередное приближение Ω_j^* обязано наследовать свойства предшествующего приближения, предписанные априорной информацией, с тем, чтобы итоговые конфигурации Ω_k^* гарантированно обладали нужными свойствами (это требование и обязывает начальное приближение Ω_0^* удовлетворять включениям $\Omega_k^+ \subseteq \subseteq \Omega_{0,k}^*$ и $\Omega_{0,k}^* \cap \Omega_k^- = \varnothing$). Начальное приближение $<\Omega_0^*, \delta_0^*>$, взятое с необходимыми плотностями $\delta_{0,k}^*$ масс, заполняющих носители $\Omega_{0,k}^*$ (о выборе значений $\delta_{j,k}^*$ дальше), не обязано доставлять "хорошее" значение невязки, что выгодно отличает монтажный метод от большинства известных алгоритмов решения обратных задач, где залогом успеха является удачное задание "хорошей" начальной модели. Если начальное приближение $\Omega_0^* = \Omega_0^+$ в принципе не в состоянии удовлетворить всем априорным ограничениям (мощность ядра $Я[\Omega_{0,k}^*]$, например, может попросту оказаться недостаточной для обеспечения требования к минимально допустимой мощности тел и т. д.), то на первых итерациях возникают задачи многокритериального выбора наилучшего среди допустимых к сравнению вариантов. Для решения этих задач можно использовать принцип Эджвота — Парето и, собственно, критерий оптимальности Парето [Штойер, 1992]. В любом случае противоречия подобного рода снимаются путем комбинирования различных правил P на отдельных стадиях процесса. К примеру, вначале решение строится без оглядки на те априорные ограничения, которые не удалось учесть в начальном приближении, а затем осуществляется его корректировка с помощью простейшей (типа перекристаллизации) деформации парциальных носителей, когда на шаге итерационного процесса осуществляется обмен между их ядрами и оболочками элементами замощения — по одному с каждой стороны.

Шаг итерационного монтажного метода состоит в следующем. Формируется множество всех вариантов перехода от Ω^*_{j-1} к Ω^*_j, соответствующих выбранному правилу P. Затем отбраковываются те из них, которые не обеспечивают принцип наследования текущим приближением Ω^*_j свойств предшествующего Ω^*_{j-1} (в частности, в алгоритме РНК такое возможно, когда включение какого-то элемента ω_n в оболочку связного односвязного парциального носителя $\Omega^*_{j-1,\,k}$ приводит к потере односвязности — "дырке" в $\Omega^*_{j,\,k}$). Контроль за соблюдением этого принципа осуществляется путем прямой последовательной проверки выполнения соответствующих ограничений (то обстоятельство, что предыдущее приближение удовлетворяет априорным ограничениям, а проверка их выполнения ведется независимо друг от друга и снимает в монтажных алгоритмах проблему учета разнородной априорной информации). Среди допустимых к сравнению в качестве наилучшего приближения Ω^*_j к носителю Ω^* берется тот, на котором была достигнута наименьшая из невязок, полученных в каждом из пробных вариантов. При этом в качестве плотностей $\delta^*_{j,\,k}$ масс, заполняющих области $\Omega^*_{j,\,k}$, берутся те, которые обеспечивают минимум невязки в норме, где задано ограничение на уровень помех в измерениях $\Delta\tilde{g}_i$.

Нехарактерный для классических методов минимизации и неожиданный прием с переводом известных плотностей $\hat{\delta}_k$ в число свободных оптимизируемых параметров является, быть может, главной особенностью монтажного подхода и имеет глубокий геофизический смысл. Этой важнейшей позиции, заметим, нет в алгоритме А.В. Овчаренко, где считается, что величину избыточной массы тел как-то удалось загодя оценить. Попутно отметим, что еще одной особенностью монтажных алгоритмов, которой нет у классических методов минимизации, является отсутствие четких априорных представлений о размерности решаемой задачи, что является следствием стремления минимизировать эту размерность. Если под размерностью понимать число элементов замощения, участвующих в формировании текущего приближения, то на протяжении всего итерационного процесса она является "плавающей" и определяется суммарной мощностью оболочек и границ ядер парциальных носителей. Априори ее предсказать невозможно. Критерий завершения итерационного процесса — одновременный выход подбираемых плотностей $\delta^*_{j,\,k}$ в достаточно малые окрестности истинных значений $\hat{\delta}_k$.

В случае $K \neq 1$ указанная синхронность обеспечивается благодаря тому, что плотности $\delta^*_{j,\,k}$ связываются соотношениями $\delta^*_{j,\,k} = \varphi_k(\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_k, \delta^*_{j,\,1})$ такими, что $\delta^*_{j,\,k} \to \hat{\delta}_k$ при $\delta^*_{j,\,1} \to \hat{\delta}_1$, $k = 2, 3, \ldots, K$ (этот прием впервые был предложен в работе [Балк, 1993]. Таким образом, при любом числе K тел в модели источников поля на шаге итерационного монтажного алгоритма приходится решать линейные одномерные задачи минимизации. Различные способы задания функций φ_k порождают различные "траектории движения" от Ω^*_0 к Ω^*, что предоставляет монтажному методу дополнительные возможности выйти на пару $<\Omega^*, \delta^*>$, обеспечивающую допустимое значение невязки.

Стоит отметить, что монтажный подход удачно вписывается в основную тенденцию развития вычислительных систем — повышение степени параллелизма (увеличение числа параллельно работающих блоков) и эффективности самих параллельных вычислений. Располагая грубой оценкой суммарной избыточной массы источников поля, можно достаточно уверенно рассчитать общее число пробных вариантов перехода от текущих Ω^*_{j-1} к очередным Ω^*_j приближениям к решению обратной задачи за весь итерационный процесс. Перед этим следует — на любом простом примере, но с тем же объемом априорной информации G — установить время обработки одного варианта на однопроцессорном компьютере. После этого уже несложно вывести априорную оценку времени решения задачи при том или ином числе параллельно работающих блоков [Балк и др., 2010].

Отдельно следует сказать, что сеточные (ячеистые) описания геологической среды при построении алгоритмов решения обратных задач (как линейных, так и нелинейных) стали использоваться геофизиками задолго до выхода основополагающих работ В. Н. Страхова и А. В. Овчаренко [Ломтадзе, 1968; Дядюра, Шалаев, 1968; Зидаров 1968; Шалаев 1972]. В алгоритмах набухания и концентрации, предложенных Д. Зидаровым и основанных на идее выметания масс по Пуанкаре, можно при желании увидеть некие аналоги методов РНК и РНР, а процедуру эквивалентного перераспределения массы кубика в шесть соседних, составляющая основу этих алгоритмов, трактовать как перераспределение массы элемента замощения в его оболочку. Но лишь в связке с монтажным принципом построения допустимых решений обратной задачи и подходящей структурой итерационного шага, когда — и это самое главное — удается решить проблему учета априорной информации, конечноэлементные описания среды и источников поля "заиграли" в полной мере.

Объективные условия, приведшие к возникновению монтажного подхода, и свойства монтажных алгоритмов, востребованные на практике. На многих геофизических форумах уже подымался вопрос о необходимости стандартизации и унификации формы описания имеющегося программно-алгоритмического обеспечения. Решение этой трудоемкой и вместе с тем щепетильной проблемы предполагает анализ уже известных алгоритмов с целью выявления тех из них, которые, по выражению В. Н. Страхова, должны быть "списаны в архив". Что касается новых алгоритмов решения обратной задачи, то необходимо, чтобы их описание обязательно сопровождалось анализом их преимуществ и недостатков по сравнению с известными методами.

В связи со сказанным следовало бы определиться, сколь актуальна сама постановка вопроса создания проблемно-ориентированных методов минимизации и нельзя ли обойтись классическими методами решения условно-экстремальных задач. Необходимо также обосновать выбор в пользу сеточных классов моделей источников поля, тем более что в аппроксимационном плане произвольные многогранники безусловно более привлекательны, да и эффективные методы решения прямой задачи для них имеются [Страхов, Лапина, 1982]. Иначе говоря, требуется объяснить, обусловлен выбор конечноэлементного описания плотностной среды особенностями монтажных алгоритмов или это вынужденная мера, к которой так и или иначе придется прибегнуть, если даже воспользоваться известными методами минимизации.

Действительно, в плане минимизации параметрической размерности модели класс многогранников несомненно имеет одно формальное преимущество перед классом сеточных (конфигурационных) аппроксимаций геологических тел: если в первом случае речь идет о приближении "всего лишь" поверхности, то во втором — трехмерной области. На этом преимущества класса многогранников, похоже, заканчиваются. Если (оптимизируемые) координаты вершин многогранника входят в выражение для Δg сложным нелинейным образом, то в монтажных алгоритмах поле линейно зависит от оптимизируемых плотностей, приписанных к текущим приближениям к оцениваемым парциальным носителям. И это не все. Даже в случае произвольного многоугольника последний не определяется однозначно парами координат своих вершин — необходимо указать порядок их обхода (не случайно на практике так часто используется триангуляция многоугольника). Одно дело прямая задача, когда при закрепленных вершинах и заданном порядке их обхода требуется убедиться в отсутствии пересекающихся сторон многоугольника, и другое дело обратная задача, когда следует обеспечить это условие для точек плоскости, чьи координаты вовлечены в оптимизационный процесс. И как в этом случае вычислять гравитационный эффект модельных тел? Понятно, что в случае многогранников названные проблемы только обостряются.

Само по себе преимущество сеточных классов источников поля над классом произвольных многогранников, конечно же, еще не означает, что без монтажного метода не обойтись. Альтернативными, казалось бы, могли бы стать известные алгоритмы целочисленного (точнее булевского) программирования [Схрейвер, 1991]. Действительно, пусть Ω^* — приближенное решение обратной задачи в классе конфигурационных носителей, N — число элементов замощения ω_i, участвующих в замощении области S, заведомо содержащей источники аномалии, $t_1, t_2, \ldots, t_N$ — ассоциированные с ними бинарные переменные: $t_i = 1$, если $\omega_i \in Я[\Omega^*]$, и $t_i = 0$ в противном случае. Если квадратичная норма помехи в измерениях поля известна, то задачу построения конфигурации Ω^* формально можно свести к минимизации квадратичного функционала невязки при условии $t_i \in \{0,1\}$ и неких ограничениях $(t_1, t_2, \ldots, t_N) \in H$, $H \subset \{0,1\}^N$, продиктованных априорной информацией G. Сразу бросается в глаза, что размерность N такой задачи явно выше необходимой; "крайние" элементы замощения ω_i заведомо будут присутствовать в построении номинально и не войдут в искомое решение $Я[\Omega^*]$. Но где граница области, составленной из таких элементов? С монтажными алгоритмами все обстоит иначе. Параметрическая размерность модели (если под этим понимать число элементов замощения ω_i, непосредственно участвующих в поиске очередного приближения) определяется мощностью границ и оболочек текущих приближений к Ω^*, изменяется от итерации к итерации и всегда существенно меньше N. Но главное даже не в этом. Априорная информация G чрезвычайно трудно поддается формализации в виде неравенств $\varphi_r(t_1, t_2, ..., t_N) \le 0$, как того требуют классические методы решения условно-экстремальных задач (взять хотя бы условие связности носителя Ω^* в случае $K=1$), тогда как в монтажных алгоритмах, где проверка выполнения ограничений выполняется процедурно, такая проблема не возникает.

Пойдем дальше. Если исходить из сложившихся представлений о признаках состоятельности методов решения обратных задач и оптимальности построенных с их помощью решений Ω^*, то последние должны обеспечивать глобальный минимум невязки наблюденного и подобранного поля. Но классические методы типа градиентных — это методы нахождения условных экстремумов. Проблема глобального экстремума, считают специалисты, принципиально решена только в классе унимодальных (квазивыпуклых) функций. В настоящее время наиболее успешными признаются методы стохастической оптимизации, методы, в которых поиск глобального минимума копирует механизмы биологической эволюции [Курейчик, 1999; Рубан, 2004; Кошур, 2006]. Во всех этих методах присутствует изрядная доля эвристики (что само по себе не плохо, если оценивать методы по конечному результату, а не степени их строгости), но, к сожалению, они не безупречны. Принимая во внимание перспективы, связанные с внедрением в практику интерпретации идей гарантированного подхода, когда необходимо многократно решать задачи условной минимизации, задействовать такую "тяжелую артиллерию", как методы глобального поиска на основе комбинации различных концепций с возможностью корректировки параметров алгоритма по ходу итерационного процесса, не разумно. Подобные алгоритмы рассчитаны, скорее, на "штучные" задачи, а не на массовые вычисления. Нужны более простые, наглядные, пусть не наилучшие, но достаточно эффективные методы минимизации. Специалисты едины во мнении, что для решения условно-экстремальной задачи при отсутствии априорной информации о характере глобального поведения целевой функции и структуре ее локальных экстремумов потребуются методы, осуществляющие в том или ином виде перебор и сравнение "всех точек" области определения D минимизируемой функции. Иными словами, избежать "проклятие размерности" многоэкстремальных задач не удастся и никакой сколь-угодно детальный анализ одного лишь подмножества $D_0 \subset D$, не содержащего точку экстремума, не позволяет экстраполировать результаты на все множество D, спрогнозировав достаточно узкое подмножество D_1, наверняка содержащее эту точку.

Если говорить о проблематике обратных задач гравиметрии, то попытки найти среди известных некий универсальный алгоритм минимизации предпринимались неоднократно (сошлемся на работу [Майер и др., 1985]). Отдавая должное подобным исследованиям, связанным с большим объемом "черновой работы", приходится признать — и сегодня это уже неудивительно — они были обречены на неудачу. Но необходимость в них безусловно была. Можно предположить, что в немалой степени благодаря подобным исследованиям потребность в создании силами геофизиков "своих" предметно-ориентированных методов минимизации стала очевидной. Монтажные алгоритмы, конечно же, не являются исключением и также бессильны перед проблемой глобального минимума (так, алгоритм РНК вообще не позволяет корректировать результаты предыдущих итераций, и элемент ω_n, "неудачно" присоединенный на каком-то шаге к ядру текущего приближения, неминуемо войдет в конфигурацию Ω^*). Однако — это прозвучит неожиданно — в обратных задачах гравиразведки "гордиев узел" проблем, связанных с поиском глобального экстремума, вовсе и не обязательно развязывать. Как подчеркивалось в работе [Балк, 2000] и ряде других публикаций автора указанной статьи, в обратных задачах проблема глобального минимума во многом является надуманной. Дж. Тьюки заметил, что "оптимальность становится опасной, если ее принимать слишком всерьез". То же можно сказать о проблемах сходимости последовательности приближенных решений (реализуемой лишь на бумаге) и глобального минимума, значимость которых излишне абсолютизирована. Что касается проблемы глобального минимума, то если коротко: 1) соответствующее минимуму невязки решение обратной задачи не является объективно наилучшим, тем более, единственно возможным; 2) как только все априорные ограничения учтены в множестве Q допустимых решений обратной задачи и отсутствует информация вероятностного характера, позволяющая отдать предпочтение тому или иному решению из Q, попытка вычленить из Q "оптимальное" решение по минимуму какого-то функционала лишено доказательной базы; 3) постановка задачи определения глобального минимума должна рассматриваться не как самоцель, а лишь как средство, позволяющее выйти на какое-то допустимое значение невязки; 4) при реализации концепции гарантированного подхода в обратных задачах гравиразведки, которая должна, по-видимому, потеснить концепцию оптимальных решений (об этом свидетельствует ход развития теорий в других научных областях, где возникают подобные проблемы [Черноусько, 1980; Куржанский, 1991] и где уже произошла соответствующая смена парадигм), допустимые решения задачи вообще не имеют самостоятельного значения и используются лишь для идентификации элементов замощения на предмет их принадлежности изучаемому объекту (и совершенно не важно, при каком допустимом значении невязки выполнена эта идентификация).

Приведенные доводы уже достаточны, чтобы утверждать, что по многим основным признакам монтажный подход явился тем "рабочим инструментом", которого недоставало теории интерпретации гравитационных аномалий. Но "лакмусовой бумажкой", способной поставить точку в вопросе эффективности монтажных алгоритмов, может стать продуманный вычислительный эксперимент. Если признать, что монтажный подход обладает универсальными возможностями в вопросе учета априорной информации, а при использовании гарантированного подхода, упомянутого выше, вся вина (или заслуга) за качество результатов интерпретации возлагается на априорную информацию и природу потенциальных полей, то вычислительный эксперимент призван дать ответ лишь на один вопрос: в состоянии ли монтажные алгоритмы для достаточно сложных моделей, представляющих интерес на практике, обеспечить за реальное время приемлемое значение невязки, согласованное с уровнем помех в измерениях поля.

Результаты численного эксперимента. "Заявление о том, что метод легко обобщается на трехмерный случай, остается в большинстве случаев чистой декларацией" [Старостенко, 1999] — этот вывод мог бы стать как эпиграфом, так и своего рода предостережением к любой статье, посвященной новым, и по заявлениям их авторов, конкурентоспособным и эффективным алгоритмам решения обратной задачи гравиметрии. Но если каких-то 15—20 лет тому назад сомнения в возможности обобщения алгоритма на трехмерный случай во многом были обусловлены относительно низкой производительностью вычислительных средств того периода, то сегодня на первый план выдвигаются уже соображения принципиального, теоретического характера.

Вопрос об эффективности монтажного подхода по сути сводится к одному. Что "перевесит": принципиальные трудности решения многоэкстремальных задач оптимизации, препятствующие "выходу" алгоритма на приемлемое значение невязки, или ε-эквивалентность, являющаяся здесь союзником и обеспечивающая широкий выбор при поиске допустимого решения.

Авторы исходят из того, что выводы, сделанные по результатам единичного решения для случайно взятой модели источников и выборки случайных чисел в роли помех в измерениях, также носят случайный характер. Еще хуже, если демонстрируются специально подобранные примеры. Большей степенью доказательности безусловно обладают результаты серийных расчетов, когда набранная статистика позволяет отчасти компенсировать отсутствие строгих вероятностных оценок. В дальнейшем с целью объективизации выводов во всех случаях, кроме оговоренных, модельный носитель $\widehat{S}$ формируется случайным образом.

При выполнении серийных расчетов для однотипных примеров изменяется форма подачи иллюстрационного материала. Чем распылять внимание читателя на частных (и случайных) особенностях графиков истинного и подобранного полей и контуров фактического и приближенного носителей масс в одном, наугад взятом примере, лучше привести обобщенные (статистические) характеристики полученных решений, отражающих важные закономерности.

При изучении возможностей алгоритма обеспечить допустимую невязку целесообразно для чистоты эксперимента брать в качестве $\widehat{S}$ элемент модельного класса, а поле без помех; в этом случае значение глобального минимума невязки известно априори (оно равно нулю) и можно точно оценить погрешность его определения. Если за истинное решение принять объединение $\hat{\Omega}$ из K связных конфигураций $\hat{\Omega}_k$, то последние будем формировать с помощью итерационного процесса. Для $k = 1, 2, ..., K$: $Я[\hat{\Omega}_{k,0}] = \{\omega_{k(0)}\}$, $Я[\hat{\Omega}_{k,j}] = Я[\hat{\Omega}_{k,j-1}] \cup \cup \{\omega_{k(j)}\}$, $\omega_{k(j)} \in O'[\hat{\Omega}_{k,j-1}]$, $j = 1, 2, ..., n_k$, $Я[\hat{\Omega}_k] = Я[\hat{\Omega}_{k,n}]$, где элементы замощения $\omega_{k(j)}$ случайным образом выбираются из множества $O'[\hat{\Omega}_{k,j-1}] \subset O[\hat{\Omega}_{k,j-1}]$ элементов замощения, включение любого одного из которых на шаге j в ядро $Я[\hat{\Omega}_{k,j-1}]$ не противоречит априорной информации G. Это позволит максимально разнообразить модельные примеры; среди них могут попадаться такие, где носители имеют достаточно причудливую форму, а аномалии поля — относительно сложный рельеф. Значения n_k задают мощности $\left| Я[\hat{\Omega}_k] \right|$ ядер модельных носителей $\hat{\Omega}_k$. Расчеты ведутся в безразмерных единицах и гравитационная постоянная условно принимается равной единице.

Хотя конкурентоспособность монтажного подхода в конечном счете следует оценивать по его возможностями в трехмерных постановках обратной задачи, начнем все же с истоков — метода В. Н. Страхова регулируемой направленной кристаллизации для плоской модели источников поля, тем более, что некоторые вопросы можно решить и не выходя за рамки двумерной постановки.

Пример 1. Возьмем простейший случай, изучавшийся в основополагающей работе [Страхов, Лапина, 1976 а]: двумерная постановка задачи, аномалия Δg обусловлена локальным источником поля ($K=1$) плотности $\hat{\delta} = 1$, априорная информация G исчерпывается условием связности носителя $\hat{\Omega}$. Выполнена серия расчетов, содержащая $N = 200$ вариантов, выполненных с различными, случайно выбранными (по уже описанной схеме) модельными носителями $\hat{\Omega} \subset S = \{(x, z): 0 \le x \le 10{,}1 \le z \le 11\}$, ядра которых состоят из $n = 80$ квадратных элементов замощения. Протоэлемент замощения (он же принимается в качестве начального элемента, с которого начинается построение модели $\hat{\Omega}$, и в качестве начального приближения к решению обратной задачи) — квадрат со стороной $h = 0{,}1$ и центром в точке с координатами $x = \bar{x}_0 = 5{,}0$ и $z = \bar{z}_0 = 2{,}1$. Поле задано в точках $x_i = 0{,}1i$, $i = 1, 2, ..., 100$, без помех. Среднеквадратическое значение невязки, достигнутой в каждом из вариантов t, $t = 1, 2, ..., N$, обозначим как ε_t.

Приведем основные характеристики полученных решений — среднее значение $\bar{\varepsilon}$ невязок ε_t, $t = 1, 2, ..., N$, и среднеквадратическое отклонение $\sigma(\varepsilon)$ этих невязок относительно $\bar{\varepsilon}$:

$$\bar{\varepsilon} = 0{,}0011,$$

$$\sigma(\varepsilon) = 0{,}0004.$$

Добавим, что минимальное $\varepsilon^{(\min)}$ значение ε_t равно 0,00023, максимальное $\varepsilon^{(\max)}$ всего 0,0024. И хотя ни в одном из двухсот вариантов глобальный минимум невязки и, соответственно, точное решение задачи не были достигнуты (такая цель и не стояла), во всех вариантах, кроме одного, невязка не превысила даже пол-процента от усредненного (по всем N вариантам) среднеквадратического значения $\Delta\bar{g} = 0{,}426$ аномалии в точках x_i, а в 122 вариантах — четверть процента. Если экстраполировать результаты на случай зашумленного поля, то их можно интерпретировать так: в сходных условиях при фактическом уровне помех в измерениях не ниже пол-процента от $\Delta\bar{g}$ почти во всех случаях можно ожидать, что метод РНК выйдет на допустимое решение обратной задачи.

Желаемую информацию невозможно извлечь из данных, если ее в этих данных попросту нет. Как только все априорные ограничения G учтены, разрешающие возможности гравиметрии всецело определяются структурой и мощностью множества Q допустимых решений обратной задачи. Иначе, удовлетворительное либо не удовлетворительное качество результатов интерпретации не является в этом случае заслугой либо недостатком математического алгоритма, а лишь следствием возможностей геофизического метода в конкретных условиях интерпретации — вся ответственность, если так выразиться, ложится на природу гравитационного поля. Как бы то ни было, читателя, безусловно, заинтересуют средние показатели точности решения обратных задач — усредненное (по всем N вариантам) значение $\bar{\rho}$ расстояний $\rho_t(\Omega^*, \hat{\Omega})$ между истинными и построенными носителями в каждом из N вариантов t, а также среднеквадратический разброс $\sigma(\rho)$ этих расстояний относительно среднего $\bar{\rho}$. В случае связного носителя $\hat{\Omega}$ ошибку ρ_t приближенного решения Ω^* в каждом варианте t будем оценивать с помощью метрики Штайнхауса [Marczewski, Steinhaus, 1958]:

$$\rho(\Omega^*, \widehat{\Omega}) = 1 - \frac{\mu(\Omega^* \cap \widehat{\Omega})}{\mu(\Omega^* \cup \widehat{\Omega})},$$

где μ — классическая мера Лебега. В идеализированном случае, когда носители Ω^* и $\widehat{\Omega}$ совпадают (либо разнятся на множество меры нуль) $\rho(\Omega^*, \widehat{\Omega}) = 0$, а в самом неблагополучном случае, когда общими у обоих носителей является множество точек меры нуль, $\rho(\Omega^*, \widehat{\Omega}) = 1$. Понятно, что при такой скудной априорной информации, как в этом примере, ожидать высокое качество результатов не приходится:

$$\bar{\rho} = 0{,}499, \quad \sigma(\rho) = 0{,}053.$$

Среди двухсот значений ρ_t самый лучший результат (наименьшее значение ρ_t), показанный в одном из вариантов — $\rho^{\min} = 0{,}356$ (это означает что приблизительно 78 % построенного носителя Ω^* является также и фрагментом истинного носителя $\widehat{\Omega}$). Самый худший результат — $\rho^{\max} = 0{,}691$ (это означает, что общий фрагмент носителей Ω^* и $\widehat{\Omega}$ составляет менее половины каждого из них).

Мы увеличили вдвое число элементов в ядрах конфигурационных источников поля ($n = 160$) и повторили серию расчетов. При том, что $\overline{\Delta g} = 0{,}854$, в качественном отношении результаты практически те же:

$$\bar{\varepsilon} = 0{,}0017, \quad \sigma(\varepsilon) = 0{,}0005,$$

$$\bar{\rho} = 0{,}472, \quad \sigma(\rho) = 0{,}049.$$

Пример 2. Посмотрим, как априорная информация отражается на достигнутом значении невязки (заодно, и на точности построенных решений обратной задачи). Внесем в условия предыдущего примера (при $n = 80$) одно ограничение: носители Ω^* обязаны принадлежать области $D = \{(x, z) : |x - \bar{x}_0| \le \Delta x, |z - \bar{z}_0| \le \Delta z\}$ (в целях соблюдения адекватности истинные модельные конфигурации $\widehat{\Omega}$ хотя и строятся случайным образом, но при тех же ограничениях). Расчеты выполнены при различной степени жесткости ограничений.

При $\Delta x = 1{,}0$, $\Delta z = 1{,}0$:

$$\bar{\varepsilon} = 9{,}7 \cdot 10^{-4}, \quad \sigma(\varepsilon) = 2{,}48 \cdot 10^{-5},$$

$$\bar{\rho} = 0{,}4997, \quad \sigma(\rho) = 0{,}0551.$$

При $\Delta x = 0{,}8$, $\Delta z = 0{,}8$:

$$\bar{\varepsilon} = 9{,}6 \cdot 10^{-4}, \quad \sigma(\varepsilon) = 2{,}48 \cdot 10^{-5},$$

$$\bar{\rho} = 0{,}4905, \quad \sigma(\rho) = 0{,}0575.$$

При $\Delta x = 0{,}5$, $\Delta z = 0{,}5$:

$$\bar{\varepsilon} = 7{,}7 \cdot 10^{-4}, \quad \sigma(\varepsilon) = 1{,}6 \cdot 10^{-5},$$

$$\bar{\rho} = 0{,}4200, \quad \sigma(\rho) = 0{,}0624.$$

Как и можно было ожидать, сужение области ε-эквивалентных решений приводит к повышению средней точности $\bar{\rho}$ решений обратной задачи.

Пример 3. Выполним повторно серию расчетов из предыдущего примера с той разницей, что теперь измерения $\Delta\tilde{g}_i$ содержат равномерно распределенную помеху, максимальное значение которой составляет 0,5 % от нормы полезного сигнала. Как и ожидалось, полученные при $\Delta x = 0{,}8$ и $\Delta z = 0{,}8$ результаты — $\bar{\varepsilon} = 0{,}0016$, $\sigma(\varepsilon) = 1{,}73 \cdot 10^{-5}$, $\bar{\rho} = 0{,}4953$, $\sigma(\rho) = 0{,}0477$ — хорошо согласуются с результатами предыдущего примера (во всех вариантах было достигнуто допустимое значение невязки), что действительно делает целесообразным изучение аппроксимационных возможностей монтажных алгоритмов на "чистых" моделях, когда истинное решение $\widehat{S}$ принадлежит классу конфигурационных носителей, а решение обратной задачи выполняется по значениям аномалии, не отягощенным помехами.

Пример 4. Поставим задачу оценить дополнительные резервы монтажного подхода, связанные с использованием более сложных структур итерационного шага. Приближенное решение Ω^* обратной задачи, построенное по методу РНК, примем за начальное приближение в итерационном процессе регулируемой направленной перекристаллизации (РНП), когда очередное приближение Ω^*_j образуется из Ω^*_{j-1} путем обмена множеств $\Gamma[\Omega^*_{j-1}]$ и $O[\Omega^*_{j-1}]$ элементами замощения — по одному с каждой стороны. Среди всех возможных вариантов обмена, не выводящих очередное приближение за рамки множества допустимых решений, наилучшим признается тот, при котором достигается наименьшее значение невязки. При этом возможны два критерия прерывания итерационного процесса. В первом случае он завершается, как только на очередном шаге невозможно достичь значение невязки меньше того, что было на предыдущей итерации. Во втором —

число итераций M задается априори (преимущество здесь в том, что итерационному процессу позволяется "проскакивать" отдельные локальные минимумы невязки).

Вернемся к предыдущему примеру и дополним алгоритм его решения процедурой РНП. Результаты расчетов, выполненные с $M=50$, показали, что даже с помощью такой незатейливой процедуры (правда, достаточно трудоемкой) значение невязки удается понизить в среднем на 40 %. Любопытно, что среднее значение точности $\bar{\rho}$ решения остается едва-ли не прежним, что лишний раз подтверждает уже сказанное: как только удалось построить какое-то допустимое решение, дальнейшая минимизация невязки лишена особого смысла.

Пример 5. Просматривая публикации по тематике монтажного подхода, не удалось обнаружить ни одного примера для $K>3$ даже в случае двумерной постановки. Попытаемся "поднять планку" и рассмотрим случай, когда поле Δg обусловлено массами, распределенными по $K=8$ случайно выбранным сеточным носителям $\hat{\Omega}_k \subset S$, $S=\{(x, z): 10 \le x \le 30;\ 2 \le z \le 10\}$, причем элементы замощения $\omega_{k(0)}$, с которых по описанному выше алгоритму начинается построение таких носителей, равномерно распределены по области S (при реализации алгоритма РНК эти элементы считаются известными и служат начальными приближениями к неизвестным парциальным носителям $\hat{\Omega}_k$). Аномалия $\Delta\hat{g}$ задается в точках $x_i = 0{,}2\,i$, $i = 1, 2, ..., 200$; плотность масс $\hat{\delta}_k$, заполняющих носители $\hat{\Omega}_k$, для всех k равна единице. Мощности каждого из ядер $Я[\hat{\Omega}_k]$ задаются случайным образом, но так, чтобы сумма этих мощностей (суммарное число элементов замощения, входящих в ядра всех парциальных носителей) равнялось 400. Элементы замощения имеют форму квадрата со стороной $h=0{,}1$. Априорные ограничения сводятся к требованию связности конфигураций Ω^*_k.

Из общих соображений разновеликость ядер парциальных носителей $\hat{\Omega}_k$ должна затруднить выход на малое значение невязки. Можно отметить, что по сложности примеры с разновеликими парциальными носителями при одинаковой плотности масс в каждом носителе эквивалентны примерам, в которых эти плотности различны. Поэтому можно считать, что данный пример отчасти показывает возможности обобщенного метода РНК на случай неоднородного распределения источников поля.

Приведем усредненные результаты интерпретации, выполненной в $N=500$ вариантах случайного выбора (многосвязного) модельного носителя. При среднем значении $\Delta\bar{g} = 0{,}572$ нормы аномалии:

$$\bar{\varepsilon} = 0{,}0031, \quad \sigma(\varepsilon) = 3{,}4 \cdot 10^{-4},$$

$$\bar{\rho} = 0{,}881, \quad \sigma(\rho) = 0{,}0172.$$

К тому же, в 131 варианте невязка не превысила 0,5 %, а во всех 500 вариантах 1 % от среднего значения аномалии в точках измерения. Как и следовало ожидать, при столь общей априорной информации и случайным образом сконструированных модельных носителей (среди которых могут встретиться конфигурации $\hat{\Omega}$ достаточно причудливой формы) на удовлетворительное значение $\bar{\rho}$ рассчитывать не приходится.

Оценивая результаты вычислительного эксперимента в отношении плоских моделей источников поля, можно отметить, что во всех примерах достигнутые значения невязки, изучение которых и было целью модельных расчетов, оказались ниже того уровня геологических помех, который во многих случаях принимается при решении практических задач.

Пример 6. Первые результаты применения монтажного подхода к решению трехмерной обратной задачи были опубликованы в работе [Schäfer, Balk, 1993]. В целом же за истекшие 20 лет возможности монтажного подхода исследовались на двумерных задачах. Принимая во внимание, что принципиальных препятствий для учета разнородной априорной информации в трехмерном варианте нет, и то, что на многие сопутствующие вопросы ответ уже был получен не выходя за рамки двумерной постановки, сразу зададимся главным вопросом: сколь сложной может быть модель трехмерных источников поля, при которой удается обеспечить допустимую близость подбора наблюденного поля за приемлемое время. В работе не ставится задача определения точной верхней грани сложности модели, которая еще доступна монтажному подходу (к тому же она является функцией производительности используемого компьютера и искусства программирования), и потому приведем лишь один пример. Насколько он убедителен, пусть судит сам читатель.

Рассмотрим случай, когда аномалия Δg обусловлена шестью локальными источниками $\hat{S}_k$ плотности $\hat{\delta} = 1$ призматической формы, расположенными на различных глубинах:

$$\hat{S}_k = \{(x, y, z): |x - \bar{x}_k| \le 0{,}5;$$
$$|y - \bar{y}_k| \le 0{,}5;\ |z - \bar{z}_k| \le 1\}.$$

Координаты центров тяжести призм таковы: $\bar{x}_k = 3k - 1$, $\bar{y}_k = 3$, $\bar{z}_k = 1 + 0{,}5k$ при $k = 1, 2, 3$ и $\bar{x}_k = 3(k - 3)$, $\bar{y}_k = 7$, $\bar{z}_k = 4{,}5 - 0{,}5k$ при $k = 4, 5, 6$. Аномалия задана в 2500 узлах регулярной сети: (x_i, y_j), $x_i = -5 + 0{,}2i$, $y_j = 0{,}2j$, $i, j = 1, 2, \ldots, 50$. Замощение области $S = \{(x, y, z) : 0 \le x, y \le 10{,}0 \le z \le 5\}$, заведомо содержащей возмущающие тела, образовано кубическими элементами ω_n со стороной $h = 0{,}2$. Таким образом, каждое из модельных тел $\widehat{S}_k$ в точности является конфигурацией $(\widehat{\Omega}_k)$, состоящей из $\left| Я[\widehat{\Omega}_k] \right| = 250$ элементов ω_n, и при решении обратной задачи по значениям поля без помех можно указать погрешность определения глобального минимума невязки с помощью монтажного алгоритма. Во избежание спорных моментов, включим в оболочку каждого элемента ω_n лишь те шесть соседних элементов, которые граничат с ним по полной грани.

Интерпретация выполняется с помощью обобщенного алгоритма РНК. В качестве начального приближения к каждому из шести тел $\widehat{\Omega}_k$ берется элемент замощения, помещенный приблизительно в центр тяжести соответствующего тела. Относительно каждого из носителей $\widehat{\Omega}_k$ считается априори известным лишь то, что он является связным.

Результаты расчетов говорят сами за себя: среднеквадратическое значение достигнутой невязки (оно же и погрешность определения глобального минимума функционала невязки) составило всего 0,69 % от среднеквадратического значения аномалии в точках измерения.

Заключение. Программное обеспечение монтажного подхода, безусловно, еще существенно отстает от теоретических наработок — результаты вычислительного эксперимента, приведенные в статье, не в состоянии раскрыть все возможности известных на сегодня подходов к конструированию монтажных алгоритмов. Нет сомнения в том, что и в теоретическом плане ресурсы монтажного подхода также исчерпаны далеко не полностью. Так, нет никакого смысла использовать более "мелкие" замощения, чем те, что обеспечены априорной информацией, и в этом плане пока не задействован такой ресурс, как использование нерегулярных (типа палеточных) замощений, где средние значения поля каждого из его элементов совпадают между собой. Такого типа замощения способны радикально сократить время счета. Схожая идея заключается в том, чтобы интерпретацию осуществлять два этапа, используя на первом из них достаточно грубое замощение, а затем корректируя и детализируя границу полученного приближения с помощью элементов более мелкого замощения. Монтажный подход не претендует на гегемонию — грубое приближение может быть получено с помощью уже испытанных технологий в рамках привычных модельных классов источников, например уступов [Булах, 2010]. Можно пойти еще дальше (принципиальных ограничений здесь нет) и использовать различные замощения для отдельных областей геологического пространства (если по морфологии гравитационного поля удается установить предположительный угол падения какого-то из тел, входящих в модель, то для части пространства, априори содержащей это тело, целесообразно использовать специальное, отличное от основного, замощение; например наклонными призмами). Если постановка задачи целочисленного программирования на всем замощении не эффективна, то представляется весьма перспективным комбинирование монтажного подхода и методов целочисленного программирования, когда на итерационном шаге осуществляется обмен между границей и оболочкой текущего приближения некоторыми наборами элементов замощения. Перед целочисленным программированием здесь ставится задача определить тот из вариантов обмена, который минимизирует невязку на данном шаге. Также не лишен логики подход, когда основополагающее требование наследования очередным приближением свойств предшествующего приближения разрешается несколько ослабить — хотя бы в отношении отдельных априорных ограничений — что должно способствовать выходу на меньшую невязку; затем уже полученное решение нужным образом корректируется (в автоматическом режиме) с использованием подходящей структуры итерационного шага). Надо признать, что до сих пор опыт работы с различными структурами итерационных шагов в монтажном подходе полностью отсутствует.

Образно выражаясь, все те исследования в области монтажных алгоритмов, которые были выполнены за истекшие 35 лет, — это лишь "вершина айсберга" тех возможностей (во всяком случае, не изученных потенциальных ресурсов), которые таит в себе монтажный подход, а более общо, концепция конечноэлементного подхода к обратным задачам гравиметрии. Монтажные алгоритмы уже сыграли заметную роль в становлении гарантированного подхода к обратным задачам гравиметрии. Как "рабочий инструмент" они оказались весьма полезными при обосновании ошибочности устоявшихся взглядов на некоторые важные проблемы теории интерпретации потенциальных полей. Как бы ни сложилась в дальнейшем судьба монтажного подхода, он уже доказал, что в недрах самой геофизики за счет верно расставленных приоритетов, адекватных истинным целям интерпретации, могут быть построены специализированные, пробемно-ориентированные методы минимизации, способные конкурировать с классическими методами решения условно-экстремальных задач, составляющих основу современных технологий интерпретации данных гравиразведки.

Теоретическая часть работы написана П.И. Балком, компьютерные программы и подбор примеров принадлежат обоим авторам.

Список литературы

Балк П.И. Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии в рамках монтажного подхода // Физика Земли. — 1993. — № 5. — С. 59—71.

Балк П.И. Математический формализм и невостребованные идеи в теории интерпретации потенциальных полей // Геофизика. — 2002. — № 2. — С. 41—46.

Балк П.И. О надежности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий // Изв. АН СССР, Физика Земли. — 1980. — № 6. — С. 65—83.

Балк П.И. Проблема параметризации и достоверности решения нелинейной обратной задачи гравиметрии // Физика Земли. — 1997. — № 10. — С. 14—32.

Балк П.И. Столкновение геофизических и математических интересов — главный источник противоречий в современной теории интерпретации потенциальных полей // Геофиз. журн. — 2000. — **22**, № 4. — С. 3—20.

Балк П.И., Балк Т.П. О решении нелинейной обратной задачи гравиметрии с использованием конечноэлементных представлений источников поля // Доклады РАН. — 2000. — **371**, № 2. — С. 231—234.

Балк П.И., Балк Т.В. Резервы детерминистского подхода в повышении эффективности интерпретации гравитационных аномалий // Геология и геофизика. — 1985. — № 12. — С. 104—112.

Балк П.И., Балк Т.В. Совмещенная обратная задача грави- и магнитометрии // Физика Земли. — 1996. — № 2. — С. 16—30.

Балк П.И., Балк Т.В. Структура минимизируемого функционала в монтажных алгоритмах поиска допустимых решений обратной задачи гравиметрии // Физика Земли. — 1994. — № 7—8. — С. 98—106.

Балк П.И., Балк Т.В. Структурно-рудная обратная задача гравиметрии // Физика Земли. — 1995. — № 6. — С. 32—41.

Балк П.И., Деменев А.Г., Долгаль А.С., Леденцов О.В., Мичурин А.В. Эффективность применения многопроцессорных вычислительных систем с целью оценки достоверности решения обратной задачи гравиметрии // Вестн. Перм. ун-та. Сер. Геология. — 2010. — Вып. 1 (9). — С. 50—57.

Балк П.И., Долгаль А.С. Детерминированный подход к проблеме достоверности результатов интерпретации гравиметрических данных // Докл. РАН. — 2010. — **431**, № 1. — С. 334—338.

Балк П.И., Долгаль А.С. Трехмерные монтажные технологии интерпретации гравиметрических данных // Докл. РАН. — 2009. — **427**, № 3. — С. 380—383.

Балк П.И., Долгаль А.С., Мичурин А.В. Смешанный вероятностно-детерминистский подход к интерпретации данных гравиразведки, магниторазведки и электроразведки // Докл. РАН. — 2011 а. — **438**, № 4. — С. 532—537.

Балк П.И., Долгаль А.С., Христенко Л.А. Резервы повышения эффективности автоматизированных систем интерпретации гравиметрических данных (гарантированный подход и монтажные технологии решения обратных задач) // Геоинформатика. — 2009. — № 3. — С. 30—36.

Балк П.И., Долгаль А.С., Христенко Л.А. Синтез линейной и нелинейной постановок обратной задачи в гравиразведке и магниторазведки // Геофиз. журн. — 2011 б — **33**, № 5. — С. 51—65.

Балк Т.В., Новоселова М.Р., Балк П.И., Турутанов Е.Х. О точности определения нижней границы геологического объекта по гравиметрическим данным // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1988. — № 3. — С. 81—86.

Булах Е.Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии. — Киев: Наук. думка, 2010. — 464 с.

Булах Е.Г., Корчагин И.Н. О подборе аномальных источников гравитационного поля методом последовательных приращений модели // Докл. АН УССР. Сер. Б. — 1978. — № 10. — С. 1059—1062.

Долгаль А.С., Мичурин А.В. Новая модификация монтажного метода решения нелинейной обратной задачи гравиметрии // Урал. геофиз. вестн. — 2010. — № 2. — С. 34—40.

Долгаль А. С., Балк П. И., Деменев А. Г., Мичурин А.В., Новикова П.Н., Рашидов В.А., Христенко Л.А., Шархимуллин А.Ф. Использование метода конечных элементов при интерпретации данных гравиразведки и магниторазведки // Вестн. КРАУНЦ. — 2012. — **1**, № 19. — С. 108—127.

Дядюра В.А., Шалаев С.В. Определение местоположения локальных геологических объектов по гравитационным аномалиям // Вопр. развед. геофизики. — 1968. — Вып. 8. — С. 31—36.

Завойский В.Н., Неисжал Ю.Е. Декомпозиционно-итерационный метод решения обратной задачи магниторазведки // Геофиз. журн. — 1979. — **1**, № 12 — С. 46—52.

Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — Москва: Мир, 1975. — 271 с.

Зидаров Д. О решении некоторых обратных задач потенциальных полей и их приложения к вопросам геофизики. — София: Изд-во Болгарской АН, 1968. — 143 с.

Кошур В. Д. Адаптивный алгоритм глобальной оптимизации на основе взвешенного усреднения координат и нечетко-нейронных сетей // Нейроинформатика. — 2006. — **1**, № 2. — С. 106—123.

Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. Состояние. Проблемы. Перспективы // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 1999. — № 1. — С. 144—160.

Куржанский А.Б. Задача идентификации — теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. — 1991. — № 4. — С. 3—26.

Ломтадзе В.В. Интерпретация гравитационных аномалий способом эквивалентных призм // Вопр. развед. геофизики. — 1968. — Вып. 8. — С. 36—40.

Майер В.И., Никонова Ф.И., Федорова Н.В. Численная оптимизация при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1985. — № 5. — С. 46—57.

Овчаренко А.В. Подбор сечения двумерного тела по гравитационному полю // Вопросы нефтяной и рудной геофизики. — Алма-Ата: Изд-во Казах. политехн. ин-та, 1975. — Вып. 2. — С. 71—75.

Пруткин И.Л. О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей методом локальных поправок // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1986. — № 1. — С. 67—77.

Рубан А.И. Глобальная оптимизация методом усреднения координат. — Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 2004. — 302 с.

Старостенко В.И. О теории и методах интерпретации данных гравиразведки и магниторазведки: некоторые соображения о потребностях сегодняшнего дня // Геофизика и математика. Матер. 1-й Всерос. конф. — Москва: Изд-во ОИФЗ РАН, 1999. — С. 126—127.

Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. — Киев: Наук. думка, 1978. — 228 с.

Старостенко В.И., Легостаева О.В. Прямая задача гравиметрии для неоднородной произвольно усеченной вертикальной прямоугольной призмы // Физика Земли. — 1998. — № 12. — С. 31—44.

Страхов В.Н. Главнейшая задача в развитии теории и практики интерпретации потенциальных полей в начале XXI века — разрушение господствующего стереотипа мышления // Геофизика. — 2001. — № 1. — С. 3—18.

Страхов В.Н., Лапина М.И. Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии // ДАН СССР. — 1976 а. — **227**, № 2. — С. 344—347.

Страхов В.Н., Лапина М.И. О монтажном принципе построения решений обратной задачи гравиметрии // Геофиз. сборник АН УССР. — 1976 б. — Вып. 74. — С. 3—19.

Страхов В.Н., Лапина М.И. Прямые задачи гравиметрии и магнитометрии для произвольных однородных многогранников // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1982. — № 4. — С. 45—67.

Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования. — Москва: Мир, 1991. — 360 с.

Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — Москва: Наука, 1979. — 284 с.

Черноусько Ф.Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1980. — № 3. — С. 3—11.

Шалаев С.В. Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования. — Ленинград: Недра, 1972. — 142 с.

Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. — Москва: Радио и связь, 1992. — 504 с.

Marczewski F., Steinhaus H. On certain distance of sets and the corresponding distance of function // Colloquium Math. — 1958. — № 6. — P. 319—326.

Schäfer U. Die Lösung einer inversen Aufgabe für gravimetrische und geomagnetische Anomalien mittels der Montagemethode. — Potsdam: Zentralinstitut für Physik der Erde, 1990. — 137 s.

Schäfer U., Balk P. The Inversion of Potential Field Anomalies by the Assembling Method: The Third Dimension // Proc. LAG. Symp. № 122. — Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1993. — P. 237—241.