



УДК 532.543:519.226.2

ЯКОВЛЕВА О.М., ст. викладач,
РЯБЕНКО О.А., докт. техн. наук, професор,
Національний університет водного господарства
та природокористування, м.Рівне.



ЯКОВЛЕВА О.М.



РЯБЕНКО О.А.

ПОБУДОВА КРИВОЇ СПАДУ ПОТОКІВ ІЗ ПЛАВНОЗМІННИМ НЕРІВНОМІРНИМ УСТАЛЕНИМ РУХОМ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРИВЕДЕНОГО ЗАКОНУ ЗМІНИ МОДУЛЯ ВИТРАТ

(доповідь на VI Міжнародній конференції
"Світові тенденції та перспективи розвитку гідроенергетики України"
(14–15 березня 2013 р., Україна, м. Рівне)

Пропонується аналітичне рівняння для розрахунку координат вільної поверхні потоків з усталеним нерівномірним рухом з горизонтальним похилом. Приведені результати розрахунків за аналітичним методом на основі приведенного закону зміни модуля витрат та за рівняннями інших авторів порівнюються з натурними замірами.

Нерівномірний плавно змінний усталений рух потоку часто спостерігається в підвідних і відвідних безнапірних енергетичних водоводах при подачі розрахункових витрат до агрегатів ГЕС, ГАЕС і НС. Причому втрати напору в таких водоводах впливають на основні технічні характеристики гідроенергетичних об'єктів, до складу яких вони входять, а саме потужність і виробіток електроенергії. Для оцінки втрат напору в безнапірній деривації необхідно дослідити форму кривої вільної поверхні потоку. Остаточо, визначення величини втрат напору у водоводах гідроенергетичних установок (ГЕУ) розглядається як оптимізаційна задача, що полягає у визначенні оптимальних розмірів водоводу, які при мінімальних затратах ресурсів на їх зведення забезпечують максимальну потужність і виробіток ГЕУ [1].

Для безнапірних енергетичних водоводів втрати напору, що виникають при проходженні розрахункової витрати водоводом, визначаються як

$$h_w = \left(\frac{2gL}{C^2R} + \sum \zeta_{місц} \right) \frac{v^2}{2g} = \frac{2gL}{C^2R} K_m \frac{v^2}{2g}, \quad (1)$$

де $2g/C^2R$ – коефіцієнт втрат напору по довжині; $\sum \zeta_{місц}$ – сума коефіцієнтів усіх місцевих опорів; L – довжина водоводу; K_m – коефіцієнт, що враховує збільшення втрат напору по довжині за рахунок місцевих опорів. Так як витрати агрегатів ГЕУ змінюються в діапазоні регулювання від Q_{\min} до Q_{\max} , то визначення втрат напору полягає у розрахунку кривої зв'язку $h_w = f(Q)$, яка, в свою чергу, визначається за координатами вільної поверхні потоку.

В даній статті розглядається випадок побудови кривої вільної поверхні потоку з нерівномірним плавно змінним усталеним рухом у водоводі з горизонтальним дном ($i = 0$). В [2, 3] приведені аналітичні рівняння для випадку водоводів з прямим похилом дна ($i > 0$), отримані на основі розв'язку диференціального рівняння нерівномірного руху з використанням приведеного закону зміни модуля витрат

$$K^2 = K_B^2(1 - \cos u), \quad (2)$$

де K_B – базисний модуль витрати (модуль витрати, який відповідає базисній глибині h_B ; u – відносна приведена глибина потоку

$$u = \frac{h_{np}}{h_{B,np}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{h + \Delta h}{h_B + \Delta h} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

h – постійна поправка до глибини.

Диференційне рівняння нерівного руху для випадку $i = 0$ має вигляд [4–6]

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{1}{x_k^2 - j_k} i_k, \quad (4)$$

де h – глибина потоку в створі, що розглядається; s – відстань до розрахункового створу від початкового створу; i – похил дна водоводу; $x_k = K/K_k$ – відносний модуль витрати, де значення модулів витрат K і K_k визначаються за формулою Шезі

$K = \omega C\sqrt{R}$ при нерівномірному режимі течії з глибиною h і критичною глибиною h_{kp} ; j_k – коефіцієнт, який залежить від похилу дна водоводу i_k , ширини потоку поверху B_k , змоченого периметра χ_k , гідравлічного радіуса $R_k = \omega_k/\chi_k$, коефіцієнтів Шезі $C_k = R_k^y/n$ та Коріоліса α , які визначені за критичною глибиною h_{kp}

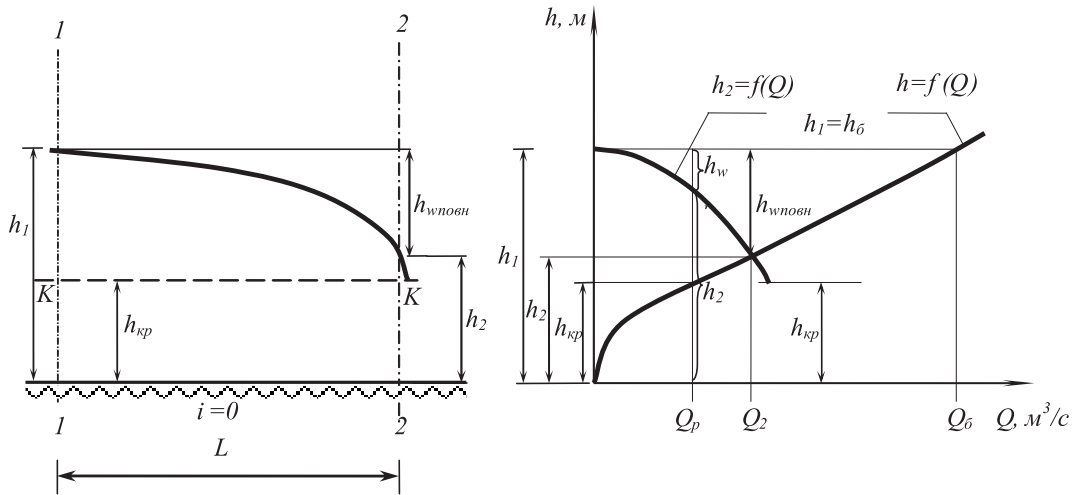


Рис. 1. Розрахункова схема та графік кривих залежностей глибини від витрат потоку з нерівномірним усталеним рухом для випадку ($i = 0$):

1–1 та 2–2 – початковий і кінцевий створи ділянки потоку довжиною L та похилом дна i ; h_1 і h_2 – глибина потоку відповідно в створі 1–1 і 2–2; h_w – втрати напору по довжині; $h_{w\text{повн}} = iL$ – повні втрати напору по довжині усїєї ділянки потоку; $h_6 = h_1$ – базисна глибина потоку (для кривої спаду типу $b_0 h_2 = h_6 - iL$); Q_6 – витрата, що відповідає базисній глибині h_6 .

$$j_k = \frac{\alpha i_k C_k^2 B_k}{g \chi_k} \quad (5)$$

Де n – шорсткість стінок водоводу; y – показник степеня за Маннінгом ($y = 1/6$); g – прискорення вільного падіння.

При відомій витраті рівняння (5) приводить-ся до вигляду

$$ds = f(h) dh \quad (6)$$

В такому випадку розв'язок диференціально-го рівняння нерівномірного руху (4) з викорис-танням приведеного закону зміни модуля витрат (2) матиме вигляд

$$\frac{\pi}{2} L G = (p_2 - p_1) (G - 1) + (\sin p_2 - \sin p_1), \quad (7)$$

де приведені глибини в створах 1–1 і 2–2 визна-чаються за залежністю (Рис. 1)

$$p_{1,2} = \frac{h_{1,2} + \Delta h}{h_B + \Delta h} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

Приведена критична глибина

$$p_k = \frac{h_k + \Delta h}{h_B + \Delta h} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad (9)$$

$$G = \bar{j}_k (1 - \cos p_k), \quad (10);$$

$$\Delta h = \frac{\pi h_k - 2f h_B}{2f - \pi}, \quad (11);$$

$$f = \arccos \left[1 - \left(\frac{K_k}{K_B} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

За методом Бахметева розв'язок дифе-ренціального рівняння нерівномірного руху (4) має вигляд

$$\frac{i_k L}{h_k} = (\bar{j}_k - 1) (\xi_2 - \xi_1) - [\varphi(\xi_2) - \varphi(\xi_1)]. \quad (13)$$

де L – довжина ділянки водовода між створами

1–1 і 2–2; $\xi_1 = h_1/h_k$, $\xi_2 = h_2/h_k$ – відносна гли-бина відповідно на початку і в кінці даної ділян-ки водовода; j_k – середнє значення коефіцієнта, обчислене за параметрами середнього перерізу; $\varphi(\xi_1)$, $\varphi(\xi_2)$ – функції Бахметева для випадку $i=0$. Дане рівняння отримане шляхом інтегруван-ня диференціального рівняння (4) з викорис-танням показникової залежності модуля витрат

$$K = K_k \sqrt{(h/h_k)^X}, \quad (14)$$

де X – гідравлічний показник русла

$$X = 2 \{ \lg(K - K_k) / (\lg(h - h_k)) \}.$$

За способом Чарномського задача побудови кривої спаду вирішується шляхом послідовного визначення глибин в кінцевому створі за рівнянням

$$ds = \frac{1}{i_k} (j_k - x_k^2) dh. \quad (15)$$

В [7, 8] приведені параметри дослідної установ-ки, яка представляє собою прямокутний лотік ши-риною по дну 8 см, в якому при пропуску витрат $Q = 2,46; 5,0; 7,82$ л/с моделювалась крива спаду.

Також в [8] приведені результати оцінки на адекватність даних, отриманих розрахунками кривих вільної поверхні за методами різних ав-торів, експериментальним даним. Перевірка ви-конувалась шляхом співставлення результатів розрахунків за аналітичним рівнянням (7), запро-понованим автором, з результатами вимірювань на фізичній моделі та розрахунковими методами Бахметева і Чарномського.

Для перевірки адекватності розрахункових значень з експериментальними даними викорис-товувався F критерій Фішера [8]

$$F = S_a / S_{cep} \quad \text{або} \quad S_{cep} / S_a \quad (16)$$



Таблиця 1. Розрахунок координат кривої спаду b_0 за різними методами (дослід № 32) при $Q = 2,46$ л/с

Експеримент		створ	$h_{1,м}$	h_{cp}	ω_{cp}	χ_{cp}	R_{cp}	C_{cp}	B_{cp}	j_{cp}
$l, м$	$h, м$									
0	3,11	$h_{кр}$	0,0462	0,0462	0,0037	0,173	0,022	52,77	0,081	1
0,06	3,05	8	0,049	0,0476	0,0039	0,176	0,022	52,89	0,081	0,989
0,558	2,55	7	0,059	0,0526	0,0043	0,186	0,023	53,28	0,081	0,95
1,308	1,8	6	0,0685	0,0574	0,0046	0,196	0,024	53,61	0,081	0,915
2,058	1,05	5	0,0715	0,0589	0,0048	0,199	0,024	53,7	0,081	0,904
2,609	0,5	4	0,076	0,0611	0,0049	0,203	0,024	53,84	0,081	0,888
3,108	0	3	0,0785	0,0624	0,0051	0,206	0,025	53,91	0,081	0,88

Створ	метод Бахметева				метод Чарномського				пропонований метод				
	x_1	$j(x_1)$	x_2-x_1	$j(x_2)-j(x_1)$	$l, м$	$j(h)$	$j(h+1)+j(h)$	d_s	$l, м$	$p_1, м$	D	E	$l, м$
$h_{кр}$	1	0,33	0	0	0	0			0	0,47	0,109	0,244	0
8	1,06	0,4	-0,06	-0,064	0,028	-0,12	-0,125	0,024	0,024	0,516	0,107	0,247	0,02
7	1,28	0,69	-0,28	-0,361	0,628	-0,63	-0,755	0,526	0,55	0,68	0,103	0,257	0,47
6	1,48	1,09	-0,48	-0,753	2,003	-1,2	-1,828	1,209	1,759	0,836	0,099	0,267	1,53
5	1,55	1,24	-0,55	-0,902	2,617	-1,39	-2,592	0,541	2,3	0,885	0,098	0,27	2,01
4	1,65	1,48	-0,64	-1,150	3,712	-1,71	-3,100	0,971	3,271	0,959	0,096	0,275	2,87
3	1,70	1,63	-0,7	-1,301	4,413	-1,89	-3,592	0,625	3,896	1	0,096	0,278	3,42

Таблиця 2. Розрахунок координат кривої спаду b_0 за різними методами (дослід № 34) при $Q = 5,0$ л/с

Експеримент		створ	$h_{1,м}$	h_{cp}	ω_{cp}	χ_{cp}	R_{cp}	C_{cp}	B_{cp}	j_{cp}
$l, м$	$h, м$									
0	2,99	$h_{кр}$	0,0742	0,0742	0,006	0,229	0,026	54,5	0,081	1
0,438	2,55	7	0,0875	0,0808	0,0065	0,243	0,027	54,77	0,081	0,954
1,188	1,8	6	0,102	0,0881	0,0071	0,257	0,028	55,02	0,081	0,909
1,938	1,05	5	0,106	0,0901	0,0073	0,261	0,028	55,09	0,081	0,897
2,489	0,5	4	0,112	0,0931	0,0075	0,267	0,028	55,18	0,081	0,88
2,988	0	3	0,115	0,0946	0,0077	0,27	0,028	55,22	0,081	0,872

Створ	метод Бахметева				метод Чарномського				пропонований метод				
	x_1	$j(x_1)$	x_2-x_1	$j(x_2)-j(x_1)$	$l, м$	$j(h)$	$j(h+1)+j(h)$	d_s	$l, м$	$p_1, м$	D	E	$l, м$
$h_{кр}$	1	0,33	0	0	0	0			0	0,548	0,146	0,189	0
7	1,18	0,55	-0,18	-0,214	0,354	-0,39	-0,392	0,294	0,294	0,695	0,139	0,198	0,26
6	1,38	0,87	-0,38	-0,534	1,605	-0,89	-1,284	1,045	1,339	0,856	0,133	0,208	1,19
5	1,43	0,97	-0,43	-0,640	2,122	-1,04	-1,935	0,434	1,773	0,9	0,131	0,21	1,58
4	1,51	1,15	-0,51	-0,815	3,047	-1,28	-2,324	0,783	2,556	0,967	0,129	0,214	2,28
3	1,55	1,24	-0,55	-0,910	3,578	-1,4	-2,686	0,452	3,009	1	0,128	0,216	2,68

де S_a – значення дисперсії адекватності і $S_{сер}$ – дисперсія середніх значень.

Якщо розрахунковий критерій Фішера буде менше табличного значення, то функція матема-

тичної моделі вважається адекватною. У випадку, якщо різниця між максимальною і мінімальною дисперсіями буде незначна, то розрахункове значення критерію Фішера F_p буде менше табличного F_T відповідно до рівня значущості і ступенів свободи дисперсій, що порівнюються, а отже, ще більше незначною буде різниця між усіма іншими дисперсіями.

Для прикладу, приведеного в [8], за даними дослідів № 32, № 34, № 38 розрахований критерій Фішера для оцінки адекватності методу розрахунку автора з експериментальними даними

$$F_p = 1,546 \times 10^{-4} / 1,122 \times 10^{-4} = 1,377,$$

що менше відповідного табличного значення $F_T = 4,8$ на рівні значимості 0,05. Це свідчить, що математична модель, представлена аналітичним

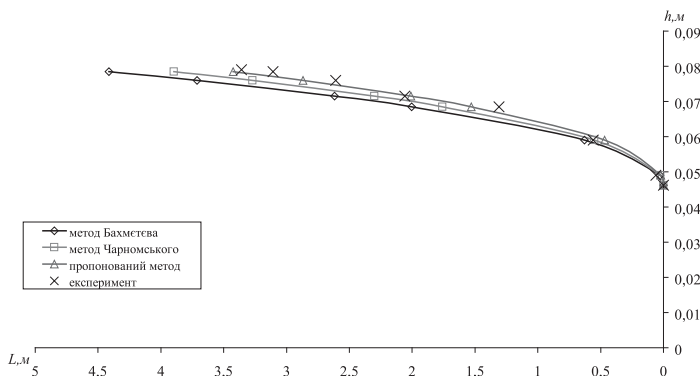
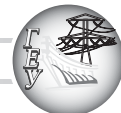


Рис. 2. Розрахункові та експериментальні координати кривої спаду b_0 (дослід № 32)



Таблиця 3. Розрахунок координат кривої спаду b_0 за різними методами (дослід № 38) при $Q = 7,82$ л/с

Експеримент		створ	$h_1, м$	h_{cp}	ω_{cp}	χ_{cp}	R_{cp}	C_{cp}	B_{cp}	j_{cp}
$l, м$	$h, м$									
0	3,07	$h_{кр}$	0,0999	0,0999	0,0081	0,281	0,029	55,37	0,081	1
0,02	3,05	8	0,102	0,1009	0,0082	0,283	0,029	55,4	0,081	0,994
0,518	2,55	7	0,122	0,1109	0,009	0,303	0,03	55,64	0,081	0,936
1,268	1,8	6	0,134	0,1169	0,0095	0,315	0,03	55,77	0,081	0,905
2,018	1,05	5	0,14	0,1199	0,0097	0,321	0,03	55,83	0,081	0,89
2,569	0,5	4	0,147	0,1234	0,01	0,328	0,03	55,89	0,081	0,873
3,068	0	3	0,151	0,1254	0,0102	0,332	0,031	55,93	0,081	0,863

Створ	метод Бахметева				метод Чарномського				пропонований метод				
	x_1	$j(x_1)$	x_2-x_1	$j(x_2)-j(x_1)$	$l, м$	$j(h)$	$j(h+1)+j(h)$	d_s	$l, м$	$p_1, м$	D	E	$l, м$
$h_{кр}$	1	0,33	0	0	0	0			0	0,576	0,161	0,166	0
8	1,02	0,35	-0,02	-0,021	0,006	-0,04	-0,042	0,004	0,004	0,593	0,160	0,167	0,004
7	1,22	0,61	-0,22	-0,274	0,631	-0,49	-0,533	0,505	0,51	0,759	0,151	0,177	0,44
6	1,34	0,8	-0,34	-0,471	1,535	-0,8	-1,290	0,733	1,243	0,859	0,146	0,184	1,09
5	1,40	0,92	-0,4	-0,584	2,147	-0,96	-1,763	0,501	1,743	0,909	0,143	0,187	1,53
4	1,47	1,06	-0,47	-0,729	3,000	-1,17	-2,129	0,705	2,449	0,967	0,141	0,19	2,15
3	1,51	1,15	-0,51	-0,818	3,557	-1,28	-2,450	0,464	2,912	1,000	0,139	0,192	2,55

рівнянням (7), адекватно відображає нерівномірний плавно змінний усталений рух потоку у відкритих водоводах.

Отже, запропонована математична модель нерівномірного плавно змінного усталеного руху потоку, отримана на основі приведеного закону зміни модуля витрат у вигляді аналітичного виразу з використанням тригонометричних функцій, дозволяє отримати рішення без попереднього обчислення інтегральних функцій як у випадку чисельних методів. Даний аналітичний метод визначення координат вільної поверхні потоків дозволяє проаналізувати вплив окремих факторів на результати рішень, так як між параметрами системи присутній явний функціональний зв'язок, що доволі складно при використанні чисельних методів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гидроэлектрические станции.* /Под ред. В.Я. Карелина, Г.И. Кривченко. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 464 с.
2. *Крисенков М.І.* Аналітичний розв'язок рівняння нерівномірної течії у призматичних руслах// Вісник РДТУ. Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Збірник наукових праць. Спеціальний випуск. — Рівне: Видавництво РДТУ, 1999. — С. 138–145.
3. *Крысенок Н.И., Яковлева О.М.* Построение кривых подпора в естественных руслах с использованием приведенного закона изменения модуля расходов.//Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб.наук.праць. Вип.31. — Рівне: НУВГП, 2007. — 243–251с.
4. *Науменко І.І.* Гидравлика. — Рівне: видавництво РДТУ, 2001. — 361 с.
5. *Чугаев Р.Р.* Гидравлика. — Л.: Энергия, 1970. — 552 с.
6. *Чертоусов М.Д.* Гидравлика (специальный курс). — М. —Л.: Госэнергоиздат, 1957. — 640 с.
7. *Крисенков М.І., Яковлева О.М.* До питання оптимізації енергетичних параметрів гідроелектростанцій в складі гідро-

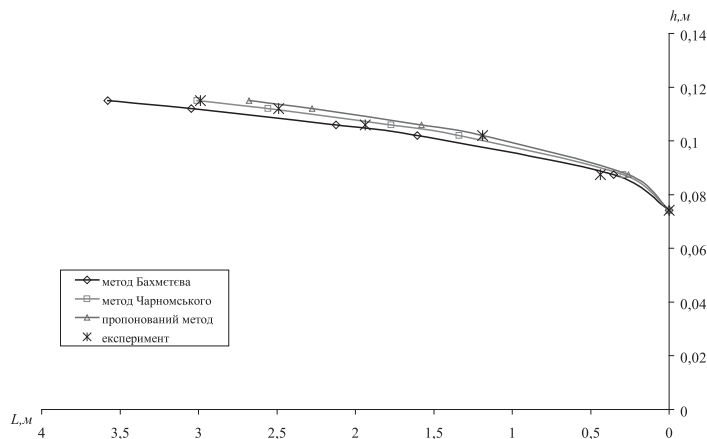


Рис. 3. Розрахункові та експериментальні координати кривої спаду b_0 (дослід № 34)

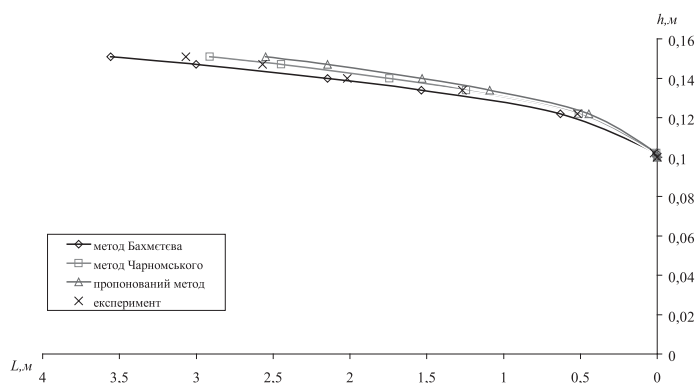


Рис. 4. Розрахункові та експериментальні координати кривої спаду b_0 (дослід № 38)

вузлів протиповеневих заходів// Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб. наук. праць. Вип. 26. — Рівне: РДТУ, 2001. — с.175–184.

8. *Крисенков М.І., Яковлева О.М.* Методика лабораторних гідравлічних досліджень нерівномірного усталеного руху в безнапірних водоводах.//Вісник НУВГП. Зб. наук. праць. Вип. 3 (47). Частина 1. — Рівне: НУВГП, 2009. — С. 377–384.