УДК 624.042.7:627.824

ВАЙНБЕРГ А.И., док. техн. наук, проф., зам. техн. директора ПАО "Укргидропроект", г. Харьков;

СЕЙСМИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ ВОДЫ НА НАПОРНУЮ ГРАНЬ БЕТОННОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПЛОТИНЫ

В работе рассмотрено решение плоской задачи гидродинамики для определения сейсмического гидродинамического давления на вертикальную напорную грань бетонной гравитационной плотины при переменном по высоте сооружения сейсмическом ускорении.

Ключевые слова: сейсмическое ускорение, сеймостойкость, гравитационная плотина, гидродинамическое давление.

Введение. Сейсмическое давление воды на напорную грань гравитационной плотины при землетрясениях является одной из важнейших нагрузок, учитываемых при выполнении расчетов сейсмостойкости таких сооружений.

Наиболее достоверные данные о сейсмическом давлении воды на напорную грань гравитационной плотины могут быть получены на основе решения динамической задачи для системы "сооружение — основание — жидкая среда (вода в водохранилища)" в рамках волновой теории сейсмостойкости. При этом в общем случае целесообразно сооружение и основание рассматривать как неоднородное твердое деформируемое тело, а воду в водохранилище как тяжелую вязкую сжимаемую жидкость. В качестве сейсмического воздействия при решении таких задач обычно используют трехкомпонентную сейсмограмму, полученную в результате сейсмологических исследований, выполненных для площадки размещения гидроузла. В результате решения указанной динамической задачи в любой расчетный момент времени могут быть получены значения напряжений и перемещений в расчетных точках в пределах сооружения и основания, а также значения сейсмического давления и скоростей движения в расчетных точках в пределах области, занятой жидкостью. Основные положения описанного подхода изложены в ряде работ [2, 3, 6 и др.].

Следует отметить, что решение динамической задачи в рамках волновой теории сейсмостойкости является весьма трудоемким и, по сути, является серьезным численным исследованием сейсмостойкости сооружения. Такие исследования целесообразно выполнять на окончательных этапах проектирования ответственных плотин. На предварительных этапах проектирования таких плотин, а также на окончательных этапах проектирования менее ответственных плотин целесообразно использовать упрощенные сравнительно несложные методы расчета.

В настоящее время в качестве упрощенного метода расчета сейсмического давления воды на напорную грань гравитационной плотины используется подход, основанный на решении Г.М. Вестергаарда [12], которое было получено в рамках статической теории сейсмостойкости (плоская задача) для жесткой плотины с вертикальной напорной гранью. Вода в водохранилище рассматривалась в двух вариантах: как идеальная сжимаемая жидкость и как идеальная несжимаемая жидкость. Принималось, что плотина совершает горизонтальные гармонические колебания. Показано, что при глубине водохранилища до 100 м влиянием сжимаемости воды на сейсмическое давление воды можно пренебречь.

Основанный на решении Г.М. Вестергаарда упрощенный метод различными авторами рекомендуется использовать при выполнении предварительных расчетов сейсмостойкости бетонных плотин [4, 5, 9, 10 и др.]. Отметим, что этот метод рекомендуется использовать действующими в настоящее время нормами проектирования в Украине, России, США [1, 7, 8] и в ряде других зарубежных стран.

Решение Г.М. Вестергаарда получено для случая, когда расчетные горизонтальные сейсмические ускорения плотины постоянны по ее высоте и равны расчетному сейсмическому ускорению основания. Однако в настоящее время общеизвестными являются решения динамических задач, в соответствии с которыми горизонтальные сейсмические ускорения плотины являются переменными по высоте, увеличиваясь снизу вверх [1—3, 5, 6 и др.]. Наиболее простым и достаточно обоснованным является предложенное Ш.Г. Напетваридзе решение [5 и др.], в соответствии с которым горизонтальные сейсмические ускорения плоти-

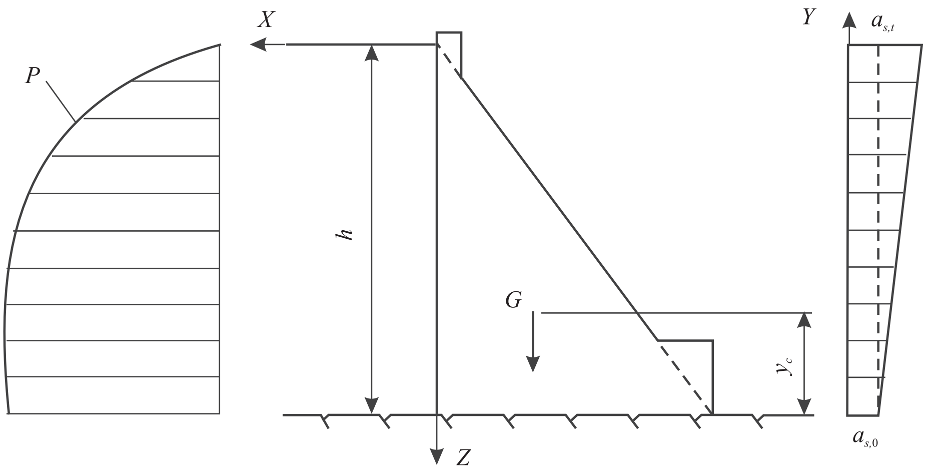

Рис. 1. **Расчетная схема к решению плоской задачи гидродинамики о сейсмических колебаниях бетонной гравитационной плотины**

ны считаются изменяющимися по высоте сооружения в соответствии с линейным законом от значения $a_{s,0}$ у дна водохранилища до значения примерно равного 2,5 $a_{s,0}$ на гребне плотины. Здесь $a_{s,0}$ — расчетное сейсмическое ускорение основания.

Очевидно, что учет переменных по высоте плотины сейсмических ускорений позволит более обоснованно определять сейсмическое гидродинамическое давление воды на напорную грань плотины при землетрясениях. Решению этого вопроса посвящена настоящая работа.

Постановка задачи гидродинамики. В рамках линейной спектральной теории Ш.Г. Напетваридзе получил решение динамической задачи для различных типов плотин [5 и др.]. На основе анализа этого решения им было показано, что для оценки сейсмостойкости любого из этих сооружений достаточно учесть лишь первый основной тон колебаний и принять линейный закон изменения сейсмических ускорений по высоте плотины. В частности, для бетонных гравитационных плотин получено следующее выражение для определения изменяющихся по высоте y расчетных сейсмических ускорений $a_s = a_s(y)$ (Рис. 1)

$$a_s(y) = a_{s,0}\left(1 + 0,5\,\frac{y}{y_c}\right),$$

где y_c — высота центра тяжести сооружения.

Это выражение может быть также представлено в виде

$$a_s(y) = a_{s,0} + (a_{s,t} - a_{s,0})\,\frac{y}{h}\text{, или}$$

$$a_s(y) = a_{s,t} - (a_{s,t} - a_{s,0})\,\frac{h-y}{h}, \qquad (1)$$

где h — высота плотины; $a_{s,t}$ — расчетное сейсмическое ускорение на отметке гребня плотины, равное

$$a_{s,t} = a_{s,0}\left(1 + 0,5\,\frac{h}{y_c}\right). \qquad (2)$$

Введем обозначение $\kappa = a_{s,t}/a_{s,0}$. Тогда второе из выражений (1) может быть переписано в виде

$$a_s(y) = a_{s,0}\left[\kappa - (\kappa - 1)\,\frac{h-y}{h}\right]. \qquad (3)$$

Перейдем к определению сейсмического гидродинамического давления воды на напорную грань плотины, которая колеблется с ускорением, изменяющимся по высоте сооружения в соответствии с (3).

Рассматривается плоская задача гидродинамики для случая малых колебаний жесткой стенки (плотины) на вертикальной границе полубесконечной расчетной области, занятой идеальной сжимаемой жидкостью, которая характеризуется плотностью ρ_w и скоростью распространения упругих волн $V_{w,e}$. Начало декартовых координат x, z и их направления показаны на Рис. 1.

Стенка высотой h совершает горизонтальные колебания в соответствии с законом

$$U(z,t) = U_a(z)F_{0,t}(t) = \left[U_t - (U_t - U_0)\,\frac{z}{h}\right]F_{0,t}(t),$$

где $U_a(z)$ — линейная функция амплитуд колебаний $U_a(z) = U_t - (U_t - U_0)\dfrac{z}{h}$.; U_t и U_0 — амплитуды колебаний соответственно верхней точки с координатой $z = 0$ и нижней точки с координатой $z = h$; $F_{0,t}(t)$ — известная функция времени t.

Учитывая (3), то, что $\kappa = a_{s,t}\ a_{s,0} = U_t/U_0$ и то, что $z = h - y$, это выражение может быть записано в виде

$$U(z,t) = U_0\left[\kappa - (\kappa - 1)\,\frac{z}{h}\right]F_{0,t}(t)\ , \qquad (4)$$

Расчетная область ограничена справа колеблющейся стенкой, снизу — горизонтальным дном и сверху — свободной поверхностью. Считается, что рассматриваемая расчетная область неограниченно простирается влево от стенки.

Решение поставленной задачи сводится к определению в пределах рассматриваемой области потенциала скоростей $\varphi = \varphi(x, z, t)$, представляющего собой функцию координат x, z и времени t. Зная функцию φ, в любой точке рассматриваемой области, которая занята жидкостью, имеющей плотность ρ_w, могут быть определены компоненты векторного поля скоростей $V_x = V_x(x, z, t)$ и $V_z = V_z(x, z, t)$, а также гидродинамическое давление $p = p\ (x, z, t)$.

$$V_x = -\,\partial\varphi/\partial x,\ V_z = -\,\partial\varphi/\partial z,\ p = \rho_w\, \partial\varphi/\partial\, t\,. \quad (5)$$

В случае идеальной сжимаемой жидкости потенциал скоростей φ может быть найден в результате интегрирования известного волнового уравнения [4, 9, 12 и др.]

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = V_{w,e}^2\Delta\varphi \text{ или } \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = V_{w,e}^2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)\cdot \quad (6)$$

где $V_{w,e}$ — скорость распространения упругих волн в жидкости, которая связана с объемным модулем упругости K_0 и плотностью жидкости ρ_w известной зависимостью

$$V_{w,e} = \sqrt{K_0\,/\,\rho_w}\ . \quad (7)$$

Для воды значение $V_{w,e}$ может быть принято равным 1425 м/с, а значение K_0 — равным 2000 МПа.

При интегрировании уравнения (3) должны соблюдаться следующие граничные условия:

1. На свободной поверхности жидкости давление равно нулю $p|_{z=0}$, т. е.

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{z=0} = 0,\ \left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{z=0} = 0\cdot \quad (8)$$

2. На неподвижной поверхности дна вертикальная (нормальная к поверхности дна) скорость равна нулю $V_z|_{z=h} = 0$, т. е.

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=h} = 0\cdot \quad (9)$$

3. При $x = \infty$ движение жидкости отсутствует, т.е.

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=\infty} = 0,\left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{x=\infty} = 0,\ \varphi|_{x=\infty} = 0\cdot \quad (10)$$

4. На напорной грани стенки (плотины) при $x = 0$ горизонтальные скорости частиц жидкости $V_x|_{x=0}$ и скорости точек напорной грани V_d должны быть равны, т.е. $V_x|_{x=0} = V_d$. Учитывая, что

$$V_x|_{x=0} = -\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=0},$$

$$V_d = \frac{dU(z,\ t)}{dt} = U_0\left[\kappa - (\kappa-1)\frac{z}{h}\right]\frac{dF_{0,t}(t)}{dt}\cdot$$

граничное условие на напорной грани стенки может быть записано в виде

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=0} = -U_0\left[\kappa - (\kappa-1)\frac{z}{h}\right]\frac{dF_{0,t}(t)}{dt}\cdot \quad (11)$$

Таким образом, для определения сейсмического гидродинамического давления воды на напорную грань бетонной гравитационной плотины необходимо решить волновое уравнение (6) при граничных условиях (8)—(11).

Решение задачи гидродинамики. В работе [9] приведен общий вид решения уравнения (6) в виде бесконечного ряда при граничных условиях (8)—(11) для случая, когда стена совершает гармонические колебания по закону $U(z, t) = U_a(z)F_{0,t}(t)$, где $U_a(z)$ — произвольная функция координаты z, а $F_{0,t}(t)$ — известная гармоническая функция времени t.

Гармонические колебания стены характеризуются круговой частотой колебаний ω, которая связана с частотой колебаний f и с периодом колебаний T_0 известными зависимостями

$$f = \omega/2\pi\ ,\ T_0 = 2\pi/\omega. \quad (12)$$

Зная значения скорости распространения упругих волн в жидкости $V_{w,e}$ и периода колебаний T_0, можно определить длину упругой волны в жидкости λ

$$\lambda = T_0 \text{ или } \lambda = T_0\sqrt{K_0\,/\,\rho_w}\ . \quad (13)$$

Для характеристики гармонических колебаний жидкости часто используют величину θ, которую называют безразмерной частотой и определяют по формуле

$$\theta = 2\omega h/(\pi\ V_{w,e}),\ \text{или}\ \theta = 4h/(V_{w,e}T_0),$$

$$\text{или}\ \theta = 2h/\lambda\ ,\ \theta = \frac{4\,h}{T_0}\sqrt{\frac{\rho_w}{K_0}}\ . \quad (14)$$

Полученные в [9] в виде бесконечных рядов выражения для определения потенциала скоростей φ и сейсмического гидродинамического давления p с учетом граничных условий (8)—(11) имеют вид

$$\varphi = \frac{dF_{0,t}(t)}{dt}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{A_i}{\sigma_i C_i}\exp\,(-\sigma_i C_i\, x)\,\sin\,(\sigma_i z)\,, \quad (15)$$

$$p = \rho_w\frac{d^2F_{0,t}(t)}{dt^2}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{A_i}{\sigma_i C_i}\sin\,(\sigma_i\, z)\ . \quad (16)$$

В этих выражениях σ_i — параметр, значения которого определяются из граничных условий (8), (9) по формуле

$$\sigma_i = (2i + 1)\pi/2h; \quad (17)$$

C_i — параметр, учитывающий сжимаемость жидкости, равный

$$C_i = \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{(2i+1)^2}} \text{ или } C_i = \sqrt{1 - \frac{16\,\rho_w h^2}{(2i+1)^2 K_0 T_0^2}}\ ;(18)$$

A_i — коэффициенты разложения функции $U_a(z)$ в ряд Фурье, определяемые согласно выражению

$$A_i = \frac{2}{h}\int_0^h U_a(z)\sin(\sigma_i z)dz\ .$$

После подстановки в это выражение функции $U_a(z)$ в соответствии с (4) и интегрирования получим

$$A_i = \frac{2}{h}\int_0^h U_0\left[\kappa - (\kappa-1)\frac{z}{h}\right]\sin(\sigma_i z)\,dz\ \text{,или}$$

$$A_i = U_0\frac{4}{(2i+1)\,\pi}\left[\kappa - \frac{2}{\pi}\frac{\kappa-1}{2i+1}(-1)^i\right]. \quad (19)$$

Подставив выражения для определения параметров σ_i и A_i в формулу (16), можно записать

$$p = \frac{8\,\rho_w h}{\pi^2}U_0\frac{d^2F_{0,t}(t)}{dt^2}\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(2i+1)^2 C_i}\left[\kappa - \frac{2}{\pi}\frac{\kappa-1}{2i+1}(-1)^i\right]\sin\left[\frac{(2i+1)\pi}{2\,h}z\right].$$

Учитывая, что выражение $U_0\dfrac{d^2F_{0,t}(t)}{dt^2}$ представляет собой расчетное сейсмическое ускорение основания $a_{s,0}$, окончательно можно записать формулу для определения сейсмического гидродинамического давления p на напорную грань плотины, которая колеблется с ускорением, изменяющимся по высоте сооружения в соответствии с линейным законом (3)

$$p = \frac{8\,\rho_w h}{\pi^2}a_{s,0}\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(2i+1)^2 C_i}\left[\kappa - \frac{\kappa-1}{2i+1}(-1)^i\right]\sin\left[\frac{(2i+1)\pi}{2h}z\right].(20)$$

В этом выражении, как и ранее, ρ_w — плотность жидкости (воды); h — глубина воды в водохранилище перед плотиной; $a_{s,0}$ — сейсмическое ускорение основания; κ — отношение сейсмического ускорения напорной грани плотины на отметке поверхности воды $a_{s,t}$ к сейсмическому ускорению основания $a_{s,0}$, т. е. $a_{s,0}$ $\kappa = a_{s,t}/a_{s,0}$; C_i — параметр учитывающий сжимаемость жидкости, определяемый по любой из формул (18); z — глубина погружения точки, в которой определяется сейсмическое гидродинамическое давление на напорную грань плотины p; i — номер члена ряда. На Рис. 1 показана эпюра сейсмического гидродинамического давления на напорную грань плотины в соответствии с формулой (20) при $\kappa = 2{,}5$ и $\theta = 0{,}28$.

Анализ полученного решения. Формула (20) позволяет определять сейсмическое гидродинамическое давление на вертикальную напорную грань жесткой плотины, когда сооружение совершает малые гармонические колебания, амплитуда которых изменяется по высоте в соответствии с линейным законом. При этом вода в водохранилище перед плотиной рассматривается как идеальная сжимаемая жидкость.

Входящий в выражение (20) параметр κ характеризует степень изменения сейсмических ускорений по высоте плотины в соответствии с линейным законом. Значению $\kappa = a_{s,t}/a_{s,0} = 1$ соответствует постоянное по высоте сооружения сейсмическое ускорение $a_{s,0}$. В этом случае, как и следовало ожидать, выражение (20) принимает вид, совпадающий с решением, полученным Г.М. Вестергаардом [12]

$$p = \frac{8\,\rho_w h}{\pi^2}a_{s,0}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(2i+1)^2 C_i}\sin\left[\frac{(2i+1)\pi}{2h}z\right]. (21)$$

Если пренебречь сжимаемостью жидкости, значение объемного модуля упругости может быть принято равным $K_0 = \infty$ и тогда значение безразмерной частоты может быть принято равным $\theta = 0$, значения параметра C_i становятся равными 1 и выражение (20) принимает вид

$$p = \frac{8\,\rho_w h}{\pi^2}a_{s,0}\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(2i+1)^2}\left[\kappa - \frac{\kappa-1}{2i+1}(-1)^i\right]\sin\left[\frac{(2i+1)\pi}{2h}z\right].(22)$$

Нами проведены численные исследования влияния сжимаемости жидкости (воды в водохранилище) на значение сейсмического гидродинамического давления на плотину при гармонических колебаниях жесткой плотины, амплитуда которых изменяется по высоте в соответствии с линейным законом. При выполнении этих исследований вода рассматривалась как сжимаемая жидкость, которая характеризуется плотностью $\rho_w = 1000$ кг/м^3 и объемным модулем упругости $K_0 = 2000$ МПа. Считалось, что период колебаний плотины при землетрясении составляет порядка $T_0 = 1$ с, как это принималось в работе [12]. В результате исследований установлено, что если глубина воды в водохранилище менее 100 м и, следовательно, значение безразмерной частоты θ не больше чем 0,28 при значениях κ в пределах от 1 до 2,5 сейсмическое гидродинамическое давление на плотину, определенное с учетом сжимаемости жидкости по формуле (20), превышает соответствующее давление, определенное без учета сжимаемости жидкости по формуле (22), не более, чем на 5 %. Этот результат корреспондируется с данными, приведенными в работе [12] для условий, когда ускорения точек напорной грани плотины постоянны по ее высоте. Поэтому в большинстве практически важных расчетов сжимаемость воды может не учитываться.

Рассмотрим теперь, как влияет значение параметра κ на значения и характер распределения сейсмического гидродинамического давления на плотину. Ограничимся случаем, когда сжимаемостью воды можно пренебречь. На Рис. 2 приведены эпюры относительного сейсмического гидродинамического давления (в долях $\rho_w h\, a_{s,0}$) на вертикальную грань жесткой гравитационной плотины при различных значениях параметра κ, а в Табл. 1 — данные, по которым построены эти эпюры. Кроме того, в Табл. 2 дополнительно приведены данные об относительных значениях максимального сейсмического гидродинамического давления p_{max} в долях $\rho_w h\, a_{s,0}$, а также усилиях, которые вызываются этим давлением и воспринимаются плотиной: сила сейсмического давления P в долях $\rho_w h^2 a_{s,0}$ и момент этой силы относительно подошвы плотины M в долях $\rho_w h^3 a_{s,0}$.

Анализ данных, приведенных на Рис. 2 и в Табл. 1, 2 показывает, что значение параметра κ, характеризующего степень изменения сейсмических ускорений по высоте плотины, значительно влияет на форму эпюры сейсмического гидродинамического давления, его максимальное значение p_{max}, а также на значения усилий P и M от этого давления, которые передаются на сооружение. Значение величины p_{max}, определенное при κ = 2,5, больше, чем соответствующее значение, найденное при κ = 1,0, на 42,3 %. Увеличение значений величин P и M, определенных при κ = 2,5, по сравнению со значениями этих величин, определенными при κ = 1,0, составляет соответственно 60,2 % и 70,6 %.

Как показано в работе [12], для бетонной гравитационной плотины значение параметра κ может быть принято равным κ = 2,5. Поэтому, учитывая результаты приведенного выше анализа, именно это значение κ следует использовать при выполнении расчетов сейсмического гидродинамического давления на вертикальную напорную грань бетонной гравитационной плотины.

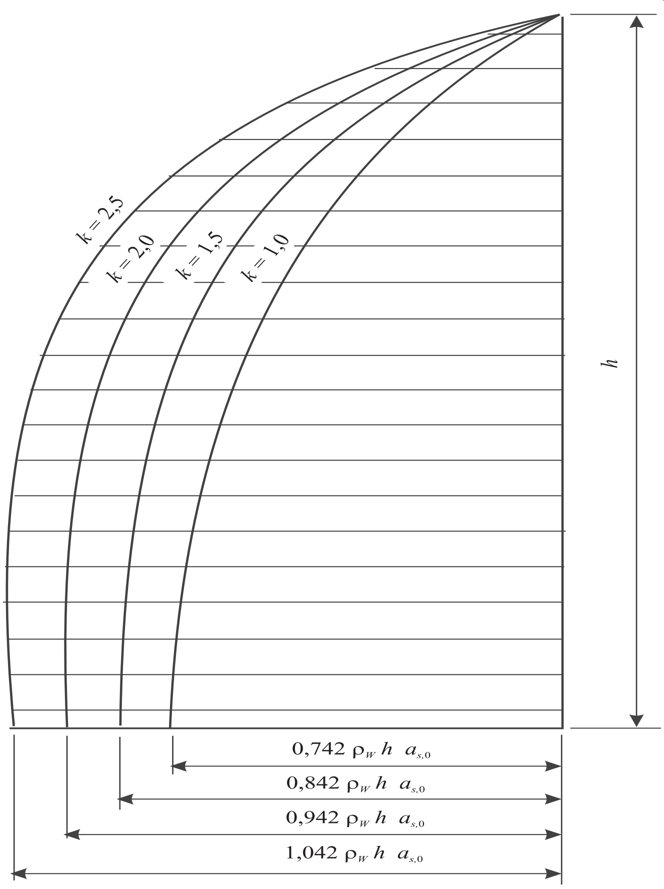

Рис. 2. **Эпюры сейсмического гидродинамического давления на вертикальную грань гравитационной плотины при различных значениях параметра κ.**

Таблица 1. **Ординаты эпюр сейсмического гидродинамического давления на вертикальную грань гравитационной плотины при различных значениях параметра κ.**

	Значения сейсмического гидродинамического давления pв долях $\rho_w h\, a_{s,0}$ при различных значениях параметра κ			
	κ =1,0	κ =1,5	κ =2,0	κ =2,5
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1	0,226	0,301	0,377	0,453
0,2	0,363	0,470	0,578	0,686
0,3	0,466	0,590	0,714	0,837
0,4	0,547	0,677	0,807	0,938
0,5	0,610	0,741	0,871	1,001
0,6	0,660	0,786	0,912	1,038
0,7	0,697	0,816	0,935	1,054
0,8	0,722	0,833	0,944	1,056
0,9	0,737	0,841	0,945	1,049
1,0	0,742	0,842	0,942	1,042

Таблица 2. **Основные характеристики сейсмического гидродинамического давления на вертикальную грань гравитационной плотины при различных значениях параметра κ.**

Значение κ	Максимальное сейсмическое давление воды $p_{\max}$ в долях $\rho_w h\, a_{s,0}$	Сила сейсмического давления воды P в долях $\rho_w h^2 a_{s,0}$	Момент силы сейсмического давления воды относительно подошвы плотины M в долях $\rho_w h^3 a_{s,0}$
1,0	0,742	0,542	0,218
1,5	0,842	0,652	0,269
2,0	0,946	0,761	0,321
2,5	1,056	0,868	0,372

В случае наклонной напорной грани плотины сейсмическое гидродинамическое давление ps меньше, чем давление, определяемое для вертикальной напорной грани p [1, 4, 5, 7 — 9 и др.]. Согласно рекомендациям Ш.Г. Напетваридзе [5 и др.] значения могут быть найдены по формуле

$$p = p\sin^2(\alpha), \tag{23}$$

где α — угол наклона напорной грани плотины к горизонту.

Необходимо отметить, что использование формулы (22) приводит к достаточно громоздким вычислениям, которые связаны с необходимостью выполнения удержания достаточного числа членов ряда, для обеспечения требуемой точности. Нами предложена следующая, сравнительно простая, формула для определения сейсмического гидродинамического давления на вертикальную напорную грань гравитационной плотины

$$p = a\left[1 - \exp\left(-b\frac{z}{h}\right)\right]. \tag{24}$$

где a и b — параметры, определяемые из выражений

$$a = 0{,}548 + 0{,}223\,\kappa, \tag{25}$$

$$b = 3{,}195 + 1{,}347\ln(\kappa). \tag{26}$$

Ошибка при использовании формулы (24) по сравнению с формулой (22) не превышает 1 %.

Выводы:

1. Получено решение плоской задачи гидродинамики в виде бесконечного ряда для определения сейсмического гидродинамического давления на вертикальную напорную грань бетонной гравитационной плотины при переменном по высоте сооружения сейсмическом ускорении.

2. Показано, что характерное для бетонной гравитационной плотины изменение сейсмических ускорений по высоте сооружения оказывает значительное влияние на вид эпюры сейсмического гидродинамического давления, его максимальное значение, а также на значения усилий, которые передаются на сооружение от этого давления.

3. Предложена сравнительно несложная формула, позволяющая достаточно точно определять сейсмическое гидродинамическое давление на вертикальную напорную грань бетонной гравитационной плотины при переменном по высоте сооружения сейсмическом ускорении.

ЛИТЕРАТУРА:

1. *ДБН* В.1.1-12:2014. Захист від небезпечних геологічних процесів, шкідливих експлуатаційних впливів, від пожежі. Будівництво в сейсмічних районах України. / Мінбуд України. — К.: ДП Укрархбудінформ, 2014. — 118 с.

2. *Дятловицкий Л.И., Лемберг Э.Д., Калиниченко Д.М.* Неустановившиеся колебания гравитационных плотин на скальных основаниях. Труды координационных совещаний по гидротехнике. Вып. 54. — Л.: Энергия, 1970. С. 289—302.

3. *Дятловицкий Л.И., Калиниченко Д.М.* К вопросу о колебаниях плотин при сейсмических воздействиях. // Труды Гидропроекта. Сборник XX.Сейсмические воздействия на гидротехнические сооружения. — М., 1971. С. 109—113.

4. *Кульмач П.П.* Гидродинамика гидротехнических сооружений (основные плоские задачи). — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 190 с.

5. *Напетваридзе Ш.Г.* Сейсмостойкость гидротехнических сооружений. — М.: Госстройиздат, 1959. — 216 с.

6. *Сеймов В.М., Островерх Б.Н., Ермоленко А.И.* Динамика и сейсмостойкость гидротехнических сооружений. — К.: Наук. думка, 1983. — 320 с.

7. *СП* 14.13330.2014 Строительство в сейсмических районах. СНиП II-7-81*. М.: Изд. ФАУ "ФЦС", 2014. — 126 с.

8. *Учет* сейсмических воздействий при проектировании гидротехнических сооружений (пособие к разделу 5 Гидротехнические сооружения СНиП II-7-81) П 17-85 / ВНИИГ. — Л.: Изд-во ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1986. — 310 с.

9. *Шейнин И.С.* Колебания конструкций гидросооружений в жидкости (Справочное пособие по динамике гидросооружений, часть 1). — Л.: Энергия, Ленинград. отд., 1967. — 314 с.

10. *Шульман С.Г.* Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. — М.: Энергия, 1976. — 336 с.

11. *EM* 1110-2-2200. Gravity Dam Design, 1995, US Army Corps of Engineers.

12. *Westergaard H.W.* Water Pressure on Dams during Earthquakes. Proc. Am. Soc. Eng. — 1931. — Vol. 57. — № 9,