функціонування насосних установок з синхронними двигунами шляхом застосування засобів діагностування їх енергетичного і технічного стану.

Список літератури

1. **Праховник А.В.** Практичний посібник з енергозбереження для об'єктів промисловості, будівництва та житлово-комунального господарства України. / [А.В. Праховник, В.В. Прокопенко, В.І. Дешко та ін.]. – Луганськ: вид-во "Місячне сяйво", 2009. - 696 с.

2. **Гольдин А.С.** Вибрация роторных машин / А.С. Гольдин. – М.: Машиностроение, 1999.- 344 с.

3.**Костюков В.Н.** Система контроля технического состояния машин возвратно-поступательного действия / В.Н. Костюков, А.П. Науменко // Контроль. Диагностика. – 2007. - №3.- С. 50-59 с.

4.**Бурковский А.Н.** Нагрев и охлаждение электродвигателей взрывонепроницаемого исполнения / А.Н. Бурковский, Е.Б. Ковалев, В.К. Коробов. – М.: Энергия, 1970. – 184 с.

5.**Петухов В.** Диагностика электродвигателей. Спектральный анализмодулей векторов Парка тока и напряжения [Електронний ресурс] /В. Петухов // Новости электротехники. - 2008. - №1(49). – Режим доступу до журн. : http://www.news.elteh.ru/arh/2008/49/10.php.

6. **Петухов В.** Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока [Електронний ресурс] / В. Петухов, В. Соколов // Новости электротехники. - 2005. - №1(31). - Режим доступу до журн. : http://www.news.elteh.ru/arh/2005/31/11.php.

7. **Чернобровов Н.В.** Релейная защита энергетических систем: Учеб. пособие для техникумов / Н.В. Чернобровов, В.А. Семенов. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 800 с.

8. **Бендат Дж.** Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. / Дж. Бендат, А. Пирсол.– М.: Мир, 1989. – 540 с.

9. **Филиппов И.Ф.** Теплообмен в электрических машинах / И.Ф. Филиппов. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 256 с.

10. **Калінов А.П.** Системи діагностики, моніторингу та керування ресурсом роботи електромеханічних комплексів на основі показників якості перетворення енергії. Підсумки роботи і перспективи розвитку наукового напрямку / А.П. Калінов // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Науково-виробничий журнал. – 2009. - №3. - С. 22 – 30.

11. **Романов Р.А.** Современные средства и методики диагностики оборудования горнодобывающей и горноперерабатывающей отрасли согласно концепции "Надежное оборудование" / Р.А. Романов, В.В. Севастьянов, А.П. Печеневский // Вибрация машин: измерение, снижение, защита. – 2008. - №2.

12. **Оборонов Т.Ю.** Моделі і засоби діагностування енергетичного і технічного стану синхронного електроприводу насосних установок /Текст дисертації/ Київ – 2017. – 160 с.

Рукопис подано до редакції 12.04.2018

УДК 536.212.2:519.632.4:517.962.8

Н.Х. САІТГАРЕЄВ, канд. техн. наук, доц., Н.Н. ШАПОВАЛОВА, ст. викладач
Криворізький національний університет

ЧИСЛОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ БІБЛІОТЕКИ НАУКОВИХ РОЗРАХУНКІВ SCIPY

Мета. Інформатизація суспільства країни – це один з факторів, який кардинально впливає на розвиток економіки, і неможливий без висококваліфікованих кадрів. Випускнику вищого навчального закладу необхідно володіти сформованими базовими професійними компетенціями, що дозволить майбутньому фахівцю стати успішним в умовах конкурентної боротьби на ринку праці. Інформатична компетентність майбутніх інженерів є невід'ємною складовою базових компетенцій. Тому метою роботи є розробка комплексу професійно-спрямованих завдань і бібліотеки їх програмної реалізації для формування компетентностей в широкій предметній області та професійної мобільності майбутніх інженерів-теплоенергетиків.

Методи. Моделювання та розрахунок розподілу температури в технологічних пристроях розглядається на прикладі рішення крайової задачі теплопровідності, яка описується в загальному вигляді диференціальним рівнянням Фур'є. Завдання для нелінійних рівнянь або навіть лінійні задачі, але в областях складної форми, дуже рідко вдається вирішити аналітично. Для вирішення рівняння Фур'є викладено чисельний метод кінцевих різниць, застосування якого дозволяє звести крайову задачу до вирішення систем алгебраїчних рівнянь.

Наукова новизна. Розробка комплексу професійно-спрямованих прикладних задач і бібліотеки програм, що реалізують чисельні методи їх вирішення.

Практична значимість. Робота має міждисциплінарний характер. Її практичне значення полягає в підвищенні якості підготовки майбутніх фахівців. При розрахунках різних типів енергетичних і технологічних систем на стадії пошукового конструювання потрібна всебічна оцінка теплообмінних процесів, знання температурних полів в агрегатах, визначення всіх необхідних енергетичних характеристик з урахуванням експлуатаційних навантажень. Студенти, що опанували рішення диференціальних рівнянь розподілу температури в багатьох процесах тепломассопереноса за допомогою чисельних методів, зможуть використовувати не тільки традиційно застосовані в інженерній практиці залежності та розрахункові співвідношення, а й методи математичного моделювання, що підвищить якість технічних рішень.

Результати. Розроблено комплекс професійно-спрямованих прикладних задач для підготовки у вищих навчальних закладах майбутніх фахівців напряму «Теплоенергетика», а також бібліотека програм, що реалізують чисельні методи їх вирішення.

Ключові слова: інформатичні компетентності, інформаційно-комунікаційні технології, стаціонарна крайова задача теплопровідності, числові методи, метод скінченних різниць, бібліотека наукових розрахунків SciPy, теплоенергетика.

doi: 10.31721/2306-5435-2018-1-103-98-104

Проблема і її зв'язок з науковими і практичними задачами. Інформатизація суспільства країни – це один з чинників, що кардинально впливає на розвиток економіки, сприяє організації продуктивної діяльності людини та соціуму в цілому. Інформатизація будь-якої галузі не можлива без висококваліфікованих кадрів. Саме тому випускнику вищого навчального закладу (ВНЗ) необхідно володіти сформованими базовими професійними компетентностями, компетентністю в широкій предметній області та професійною мобільністю, що надасть можливість майбутньому фахівцю стати успішним в умовах конкурентної боротьби на ринку праці. Таким чином, можна стверджувати, що інформатична компетентність майбутніх інженерів є невід'ємною складовою базових компетентностей.

Розвиток науки і техніки, сучасна технологія виробництва ставлять перед проектувальниками і дослідниками завдання, для яких одержання розв'язку класичними методами математичного аналізу або неможливо, або є вкрай громіздким і складним. Звідси виникає необхідність використовувати різні числові методи, які розроблюються обчислювальною математикою й дозволяють одержати кінцевий числовий результат із прийнятною для практичних цілей точністю [1, 2].

При розрахунках різних типів енергетичних і технологічних систем на стадії пошукового конструювання з вибором найбільш оптимального варіанту потрібна всебічна оцінка теплообмінних процесів, знання температурних полів в агрегатах, визначення всіх необхідних енергетичних характеристик з урахуванням експлуатаційних навантажень. Отже майбутній фахівець має володіти навичками і інструментами проектування, моделювання і розв'язання задач в своїй професійній галузі.

Аналіз досліджень і публікацій показав, що перспективним напрямом формування інформативних компетентностей майбутніх інженерів є використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у процесі навчання та розв'язання професійно-спрямованих задач.

Для розв'язання прикладних інженерних задач доцільним є використання спеціалізованого програмного забезпечення, що надає студентам можливість отримувати розв'язок побудованої математичної моделі задачі, отримувати геометричну інтерпретацію задачі, візуалізувати результати. Одним з таких інструментів є бібліотека мови програмування Python SciPy – це відкрита бібліотека високоякісних наукових інструментів для мови програмування Python. Бібліотека складається з модулів для оптимізації, інтегрування, спеціальних функцій, обробки сигналів, обробки зображень, генетичних алгоритмів, розв'язання диференційних рівнянь і інших задач, що зазвичай розв'язуються в науці і інженерній практиці. Бібліотека поширюється за умовами ліцензії Berkeley Software Distribution license (BSD), тому без обмежень може використовуватися в навчальних дисциплінах.

Постановка завдання. Розглянемо можливості використання SciPy на прикладі розв'язання задачі теплопровідності.

В основі математичної теорії теплопровідності лежить диференціальне рівняння теплопровідності рівняння Фур'є

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_v}{c \cdot \rho}, \tag{1}$$

де t – поточна температура тіла, $t = f(x, y, z, \tau)$; x, y, z – координати точки; τ – час; a – коефіцієнт температуропровідності, $a = \lambda / (c \cdot \rho)$; λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу тіла; c – теплоємність матеріалу тіла; ρ – щільність матеріалу тіла; q_v – кількість теплоти, яке виділяється внутрішнім джерелом.

Диференціальне рівняння (1) описує в загальному вигляді задачі теплопровідності. Для вирішення конкретного завдання необхідно до диференціального рівняння приєднати математичний опис частинних її особливостей – так звані крайові умови або умови однозначності. В результаті розв'язання диференціального рівняння теплопровідності спільно з умовами однозначності можна знайти температурне поле, а на підставі закону Фур'є – відповідні теплові потоки.

Математичні моделі, які описуються нелінійними рівняннями практично неможливо розв'язати аналітично. Слід відзначити велику кількість навчальної літератури, що стосується інженерних методів розрахунку розподілу температури в багатьох процесах тепломасопереносу. Не менша й кількість фундаментальних науково-дослідних монографій з теорії числових методів розв'язання крайових задач. Але у розв'язанні актуальних типових задач в даний час використовуються залежності та розрахункові співвідношення, що застосовуються в інженерній практиці [3-5].

Стаття присвячена практичному застосуванню відомих числових методів для розв'язання стаціонарних крайових задач теплопровідності і теплопередачі. Серед них найчастіше застосовують метод скінченних різниць (МСР) [6, 7] завдяки його універсальності й наявності добре розробленої теорії. Його реалізація складається з трьох етапів:

в області інтегрування вихідного диференціального рівняння встановлюють деяку сітку, що складається в залежності від розмірності задачі з відрізків, прямокутників або паралелепіпедів;

записують різницеву схему, приблизно заміняючи всі похідні, що входять у рівняння й крайові умови, відповідними скінченнорізницевими співвідношеннями за відповідними незалежними змінними;

різницеву схему записують для кожного вузла сітки, у результаті чого виходить система алгебраїчних рівнянь.

Вирішуючи цю систему, знаходять наближений розв'язок задачі у вузлах сітки.

Знайдемо розподіл температур в квадратній однорідній пластині зі стороною d, рівною чотирьом безрозмірним одиницям, якщо на верхній стороні підтримується постійна температура, рівна 10 безрозмірним одиницям, а на трьох інших сторонах – 0 безрозмірних одиниць за умови, що теплообмін між боковою поверхнею пластини з навколишнім середовищем відсутній.

Викладення матеріалу та результати. Спочатку виконаємо фізичну і математичну постановку задачі, враховуючи наступні міркування:

за умовами задачі потрібно знайти вже усталене розподіл температур, який є стаціонарним, оскільки з часом не змінюється, тобто $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$;

джерела теплоти всередині пластини відсутні, тобто $q_v = 0$;

через плоскопаралельного розподілу температур товщина пластини не істотна, тобто $\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$.

Підстановка перерахованих спрощень в диференціальне рівняння теплопровідності (1) дозволяє розглянутий стаціонарний процес розподілу температур без внутрішніх джерел тепла математично описати диференціальним рівнянням Лапласа

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \qquad (2)$$

з крайовими умовами $t(x=-0{,}5d)=0$; $t(x=0{,}5d)=0$; $t(y=0)=0$; $t(y=d)=10$.

Така крайова задача являє собою внутрішню задачу Діріхле або першу крайову задачу, а самі умови – умови Діріхле або перші крайові умови, коли відомо значення шуканої функції на всій межі області [8].

Для застосування МСР побудуємо на області інтегрування сітку із кроком h_x уздовж осі x і із кроком h_y уздовж осі y. Позначимо точки розподілу осі x як $x_k = x_0 + k\cdot h_x$, а точки розподілу осі y як $y_i = y_0 + i\cdot h_y$. Значення функції в точці з координатами (x_k ,y_i) позначимо $t_{i,k}$ (рис. 1a).

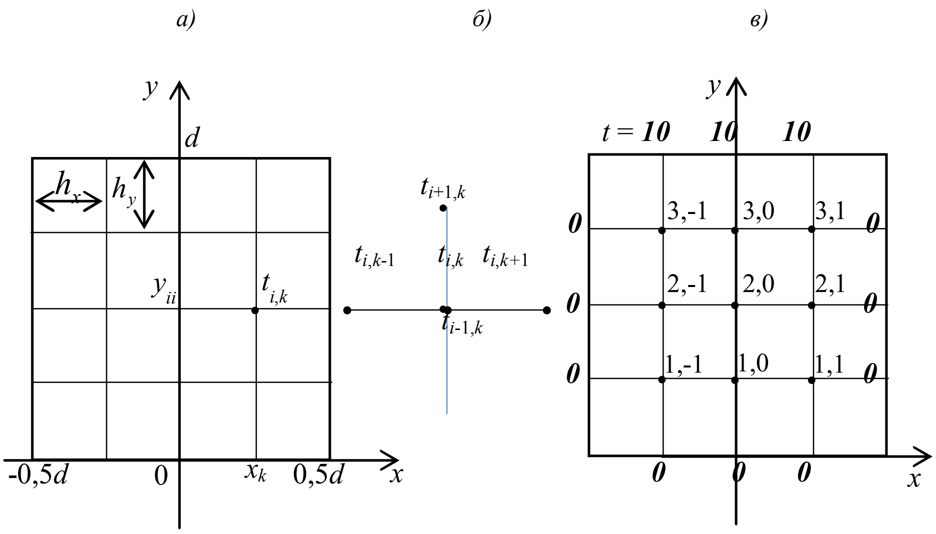

Рис. 1. Скінченнорізницева сітка

Частинні похідні замінимо скінченнорізницевими відношеннями, використовуючи при цьому значення функції у вузлах, сусідніх з вузлом *i, k* (рис. 1*б*)

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{i,k} = \frac{t_{i,k+1} - t_{i,k-1}}{2h_x}; \quad \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{i,k} = \frac{t_{i+1,k} - t_{i-1,k}}{2h_y};$$

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right)_{i,k} = \frac{t_{i,k-1} - 2t_{i,k} + t_{i,k+1}}{h_x^{\,2}}; \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right)_{i,k} = \frac{t_{i-1,k} - 2t_{i,k} + t_{i+1,k}}{h_y^{\,2}}. \tag{4}$$

Підставимо (3), (4) в рівняння Лапласа (2) і одержимо алгебраїчне рівняння із п'ятьма невідомими

$$h_x^{\,2}\, t_{i,k-1} + h_x^{\,2}\, t_{i,k+1} + h_y^2\, t_{i-1,k} + h_y^2\, t_{i+1,k} - 2(h_x^{\,2} + h_y^2)\, t_{i,k} = 0. \tag{5}$$

Зобразимо це рівняння схематично

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & h_y^2 & \\ \hline h_x^{\,2} & -2(h_x^{\,2} + h_y^2) & h_x^{\,2} \\ \hline & h_y^2 & \\ \hline \end{array} \quad \times\, t = 0. \tag{6}$$

Ця схема показує, що відповідно до шаблона (рис. 1*б*) при складанні рівняння для довільного внутрішнього вузла сітки необхідно функцію цього вузла помножити на коефіцієнт -2($h_x^{\,2}$ + $h_y^{\,2}$), а функцію сусіднього зверху вузла – на $h_y^{\,2}$, тощо.

Для конкретності нанесемо на область інтегрування сітку вузлів розміром 4×4 (рис. 1*а*) і одержимо 9 внутрішніх вузлів, у яких необхідно визначити функцію *t*. В інших вузлах значення функції відомо із крайової умови (2). Кількість невідомих можна істотно скоротити, якщо врахувати, що розподіл значень *t* симетричний відносно вісі ординат *y*. Будемо розглядати лише половину всієї області (рис. 1*в*, де курсивом виділено значення температури для кожного граничного вузла сітки по периметру пластини). Крайовими умовами для межі, що збігається з віссю *y*, будуть умови симетрії: $t_{3,-1} = t_{3,1}$; $t_{2,-1} = t_{2,1}$; $t_{1,-1} = t_{1,1}$. З урахуванням симетрії схема (6) запису рівнянь перетвориться в такий спосіб

$$\begin{array}{|c|c|} \hline h_y^2 & \\ \hline -2(h_x^{\,2} + h_y^2) & 2\,h_x^{\,2} \\ \hline h_y^2 & \\ \hline \end{array} \quad \times\, t = 0. \quad 0. \tag{7}$$

Використовуючи схеми (6) і (7), складемо в матричному вигляді різницеву систему рівнянь. Робимо це в такий спосіб. Наприклад, встановлюючи рівняння для вузла (2,0), за схемою (7) бачимо, що змінну $t_{2,1}$ (сусідній праворуч вузол) необхідно помножити на $2h_x^2$, а змінні $t_{1,0}$ і $t_{3,0}$ – на h_y^2. Виписуємо ці коефіцієнти в третій рядок матриці (рядок для $t_{2,0}$ у стовпці, що відповідають зазначеним змінним). Всі елементи головної діагоналі матриці однакові й рівні – $2(h_x^2+ h_y^2)$. Клітки матриці, що залишилися вільними, фактично містять нульові коефіцієнти.

$$
\begin{array}{cccccc}
t_{1,0} & t_{1,1} & t_{2,0} & t_{2,1} & t_{3,0} & t_{3,1} \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
\hline
-2(h_x^2+h_y^2) & 2h_x^2 & h_y^2 & & & \\
\hline
h_x^2 & -2(h_x^2+h_y^2) & & h_y^2 & & \\
\hline
h_y^2 & & -2(h_x^2+h_y^2) & 2h_x^2 & h_y^2 & \\
\hline
 & h_y^2 & h_x^2 & -2(h_x^2+h_y^2) & & h_y^2 \\
\hline
 & & h_y^2 & h_x^2 & -2(h_x^2+h_y^2) & 2h_x^2 \\
\hline
 & & & h_y^2 & h_x^2 & -2(h_x^2+h_y^2) \\
\hline
\end{array}
\times
\begin{array}{|c|}
\hline
t_{1,0} \\ \hline
t_{1,1} \\ \hline
t_{2,0} \\ \hline
t_{2,1} \\ \hline
t_{3,0} \\ \hline
t_{3,1} \\ \hline
\end{array}
=
\begin{array}{|c|}
\hline
0 \\ \hline
0 \\ \hline
0 \\ \hline
0 \\ \hline
-10 \\ \hline
-10 \\ \hline
\end{array}
$$

Оскільки $h_y = h_x = 1$, система алгебраїчних рівнянь має наступний вигляд

$$
\begin{aligned}
-4t_{1,0}+2t_{1,1}+t_{2,0} &= 0;\\
t_{1,0}-4t_{1,1}+t_{2,1} &= 0;\\
t_{1,0}-4t_{2,0}+2t_{2,1}+t_{3,0} &= 0;\\
t_{1,1}+t_{2,0}-4t_{2,1}+t_{3,1} &= 0;\\
t_{2,0}+t_{2,1}-4t_{3,0}+2t_{3,1} &= -10;\\
t_{2,1}+t_{3,0}-4t_{3,1} &= -10.
\end{aligned}
$$

Істотного скорочення часу розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь великого порядку можна домогтися, застосовуючи наближені (ітераційні) методи [9]. При цьому необхідно задану систему привести до нормального вигляду, зручного для реалізації ітераційних методів

$$
\begin{aligned}
t_{1,0} &= (2t_{1,1}+t_{2,0})/4;\\
t_{1,1} &= (t_{1,0}+t_{2,1})/4;\\
t_{2,0} &= (t_{1,0}+2t_{2,1}+3t_{3,0})/4;\\
t_{2,1} &= (t_{1,1}+t_{2,0}+t_{3,1})/4;\\
t_{3,0} &= (t_{2,0}+t_{2,1}+2t_{3,1}+10)/4;\\
t_{3,1} &= (t_{2,1}+t_{3,0}+10)/4.
\end{aligned}
$$

Скористаємося одним з найпоширеніших ітераційних алгоритмів – методом Гауса-Зейделя [10]. Ітераційний процес обчислення коренів системи зазвичай продовжують до виконання умови $\left\|\mathbf{T}^{(m+1)}-\mathbf{T}^{(m)}\right\|_{1,2,3} \le \varepsilon$, де $\left\|\mathbf{T}^{(m+1)}-\mathbf{T}^{(m)}\right\|_{1,2,3}$ – будь-яка з трьох норм вектора різниці двох $\mathbf{T}^{(m+1)}$ і $\mathbf{T}^{(m)}$ наближених розв'язків системи алгебраїчних рівнянь, отриманих на $(m + 1)$ і m ітераціях; ε – задана (обрана) похибка розв'язку системи різницевих рівнянь.

Для програмної реалізації методу створимо власну бібліотеку числових методів nmethods (рис. 2).

```
import numpy as np

def seidel(A, b, eps):
    n = len(A)
    x = [.0 for i in range(n)]
    converge = False
    while not converge:
        x_new = np.copy(x)
        for i in range(n):
            s1 = sum(A[i][j] * x_new[j] for j in range(i))
            s2 = sum(A[i][j] * x[j] for j in range(i + 1, n))
            x_new[i] = (b[i] - s1 - s2) / A[i][i]
        converge = sqrt(sum((x_new[i] - x[i]) ** 2 for i in range(n))) <= eps
        x = x_new
    return x
```

Рис. 2. Створення методу seidel у власній бібліотеці nmethods

Використаємо метод seidel для розв’язання системі рівнянь методом Гауса-Зейделя, імпортувавши його з бібліотеки nmethods (рис. 3).

```
import numpy
import nmethods
a = numpy.array([[ -4., 2., 1., 0 , 0 , 0 ],
                 [ 1.,-4., 0 , 1., 0 , 0 ],
                 [ 1., 0.,-4., 2., 1., 0 ],
                 [ 0 , 1., 1.,-4., 0 , 1.],
                 [ 0 , 0 , 1., 1.,-4., 2.],
                 [ 0 , 0 , 0 , 1., 1.,-4.]])
b = numpy.array([0, 0, 0, 0, -10.,-10.])
nmethods.seidel(a, b, 0.00001)
```

```
array([ 1.0714253 ,  0.76785547,  2.74999638,  1.99999819,  5.9285691 ,
        4.48214182])
```

Рис. 3. Розв’язання системи рівнянь

Отримані значення температури для кожного вузла сітки наведені в табл. 1. Внаслідок симетрії задачі виведені значення лише у вузлах правої половини квадратної області інтегрування.

Таблиця 1

Числовий і аналітичний розв’язок в вузлах сітки

Індекси вузла сітки	1,0	1,1	2,0	2,1	3,0	3,1
Розв'язок через МСР	1,07	0,77	2,75	2,0	5,93	4,48
Розв'язок через функції Бесселя	0,95	0,68	2,50	1,82	5,40	4,32

Як видно з цих даних, результати розв'язку МСР, які отримані при досить великому кроці, добре відповідають результатам розв’язання диференційного рівняння Лапласа, рішенням якого виступають функції Бесселя [10]. Це свідчить про достовірність обчислювального експерименту. Для підвищення точності наближених результатів необхідно зменшити крок побудови сітки.

Якщо з'єднати всі точки тіла з однаковою температурою, то отримаємо поверхню рівних температур, звану ізотермічною. Так як в певній точці тіла в даний момент часу може бути тільки одна температура, ізотермічні поверхні не перетинаються; всі вони або замикаються на себе, або закінчуються на межі тіла. Перетин ізотермічних поверхонь площиною дає на ній сімейство ізотерм. Інтенсивність зміни температури в якомусь напрямі характеризується похідною, приймаючою найбільше значення в напрямку нормалі до ізотермічної поверхні.

Графічне зображення функції двох змінних можливо на площині за допомогою ізоліній (ліній рівного значення будь-якої величини) або в просторі за допомогою поверхні. На рис. 4 ліворуч показана контурна діаграма, на якій кольори представляють інтервали значень, а праворуч показана поверхня функції *t*.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy
def makeData ():
    x = numpy.arange (-2, 3, 1)
    y = numpy.arange (0, 5, 1)
    xgrid, ygrid = numpy.meshgrid(x, y)
    zgrid = numpy.array([[0,0,0,0,0], [0,0.77, 1.07,0.77,0], [0,2,2.75,2,0], [0,4.48,5.93,4.48,0], [5,10,10,10,5]])
    return xgrid, ygrid, zgrid
x, y, z = makeData()
c=('#08088A', '#045FB4', '#04B4AE','#BFFF00','#FFFF00','#FFBF00','#FF4000')
cp = plt.contourf(x, y, z, colors=c)
plt.clabel(cp, inline=5, fontsize=10,fmt = '%2.1f', colors ='black')
plt.colorbar(cp)
surf = ax.plot_wireframe(X, Y, Z)
ax.zaxis.set_major_locator(LinearLocator(10))
ax.zaxis.set_major_formatter(FormatStrFormatter('%.01f'))
plt.show()
```

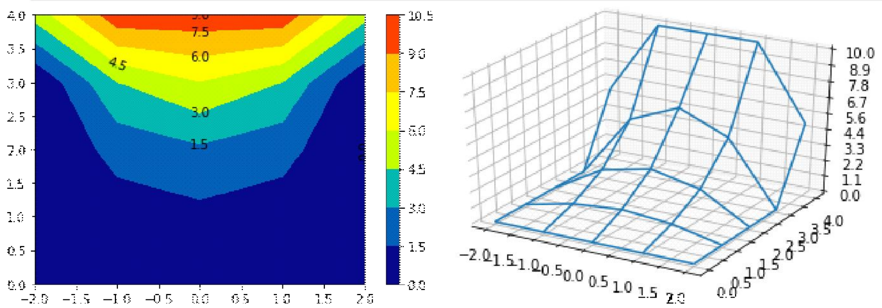

Рис. 4. Розподіл температури у пластині

Таким чином за допомогою числового методу скінченних різниць отримано розподіл температури в квадратній пластині. Слід зазначити, що якщо межа області інтегрування криволінійна, то, природно, що багато вузлів прямокутної сітки не потраплять на межу, і урахування умов ускладниться. У цьому випадку криволінійна межа приблизно замінюється ламаною лінією, а значення функції на криволінійній межі переносяться у найближчі вузли з виправленням, зробленим лінійною інтерполяцією.

Проведені обчислювальні експерименти показали можливість досить точно визначати температурні поля теплоенергетичних пристроїв і розв'язувати задачі теплопровідності та теплопередачі за допомогою власної бібліотеки числових методів.

Висновки та напрямок подальших досліджень. При підготовці майбутніх інженерів слід приділяти увагу розвитку не лише фаховим, а й загальним компетентностям, що сприяє подальшому професійному зростанню студентів та робить їх конкурентоспроможними на вітчизняному та світовому ринках праці. Застосування спеціалізованого програмного забезпечення для вирішення прикладних задач в навчанні інформатичних дисциплін забезпечує розвиток навчальної активності студентів, креативності, надає можливість забезпечити міждисциплінарний зв'язок і сприяє розвитку професійних та інформатичних компетентностей майбутніх інженерів-теплоенергетиків.

Список літератури

1. **Карташев Э. М.** Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел / Э. М. Карташев; изд. 3-е, перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 2001. – 550 с.
2. **Исаченко В. П.** Теплопередача : учеб. для втузов / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел; – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоиздат, 1981. – 416 с.
3. **Краснощеков Е. А.** Задачник по теплопередаче: учеб. пособие для вузов / Е. А. Краснощеков, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1980. – 288 с.
4. **Демидович Б. П.** Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1970. – 583 с.
5. **Копченова Н. В.** Вычислительная математика в примерах и задачах / Н. В. Копченова, И. А. Марон. – М. : Наука, 1972. – 368 с.
6. **Крейт Ф.** Основы теплопередачи / Ф. Крейт, У. Блэк; пер. с англ. – М. : Мир, 1983. – 512 с.
7. **Михеев М. А.** Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – М. : Энергия, 1977. – 344 с.
8. **Юдаев Б. Н.** Теплопередача : учеб. для втузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 1981. – 319 с.
9. **Волков Е. А.** Численные методы : учеб. пособие / Е. А. Волков – М. : Наука, 1982. – 256 с.
10. **Рыбальченко Г. Н.** Численные методы решения задач строительства на ЭВМ : учеб. пособие / Г. Н. Рыбальченко. – К. : УМК ВО, 1989. – 148 с.
11. **Вінніченко Є. Ф.** Розвиток творчих здібностей старшокласників у процесі навчання інформаційних технологій розв’язування математичних задач : дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики / Євгеній Федорович Вінніченко ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2006. – 234 с.

Рукопис подано до редакції 28.11.2017

УДК 622.788

С.Г. САВЕЛЬЕВ,* канд. техн. наук, доц.
Криворожский национальный университет

АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ОКИСЛЕННЫХ ЖЕЛЕЗОРУДНЫХ ОКАТЫШЕЙ

Целью работы является сравнительный анализ интенсивности работы основных технологических агрегатов фабрик окомкования – окомкователей железорудной шихты и установок для упрочняющего окислительного обжига сырых окатышей.

Методы научного исследования. В работе использованы общелогические методы научного исследования – анализ и синтез, аналогия, обобщение.

Научная новизна работы состоит в развитии представлений о теоретических методах расчета удельной производительности окомкователей и трубчатых вращающихся печей для обжига окатышей, работающих в составе комбинированных установок, включающих колосниковую решетку, вращающуюся печь, кольцевой охладитель (РПО). Выполнен сравнительный расчет удельных поверхностных и объемных производительностей промышленных окомкователей различных типов и размеров. Показано, что факторы, снижающие потребность слоя во внешнем теплоносителе и увеличивающие его газопроницаемость, повышают производительность зон и обжигового агрегата в целом.