

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ МАЯТНИКОВИХ АНАЛОГІВ ІНЕРЦІОЇДА В. М. ТОЛЧИНА

Розглянуто геометричну модель руху інерціоїда В. М. Толчина, складену на основі рівняння Лагранжа другого роду, а також можливу модифікацію інерціоїда, яка базується на коливаннях у вертикальній площині двох маятників, приєднаних до візка. Було визначено нехаотичні траєкторії переміщення вантажів цих маятників, завдяки чому утворюються погоджені коливання маятників і ініціюється рух візка у горизонтальному напрямку.

Ключові слова: інерціоїд В. М. Толчина, математичний маятник, рівняння Лагранжа другого роду, фазова траєкторія.

Постановка проблеми. Усі технічні пристрої, що забезпечують переміщення тіл на поверхні й у просторі, використовують наявність певної опори. Тобто рух виникає у результаті відштовхування від якогось субстрату: земної поверхні, води, повітря. При використанні традиційних рушіїв рух виникає у результаті взаємодії рушія з навколишнім середовищем. Ця взаємодія, природно, завжди супроводжується силами тертя, на подолання яких витрачається значна частина енергії палива.

У 30-х роках минулого століття інженер В. М. Толчин створив інерціоїд [1], який складається із двох ексцентричних вантажів на важелях (негравітаційних маятників), установлених на рухомому візку (рис. 1). Ексцентрики синхронно обертаються і переміщуються назустріч один одному зі змінною неперервною кутовою швидкістю [2]. При цьому в одних секторах кола, яке описують ексцентрики, кутова швидкість повороту негравітаційних маятників збільшується, а в інших – зменшується (рис. 2).

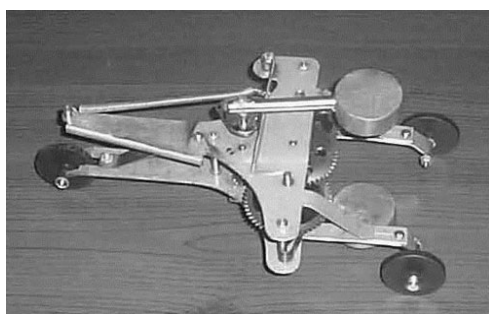


Рис. 1. Інерціоїд В. М. Толчина

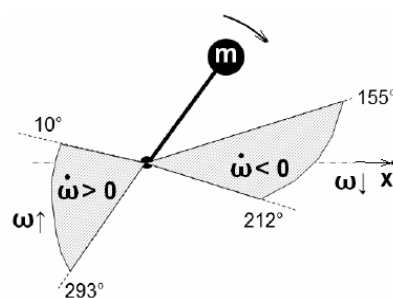


Рис. 2. Режим руху вантажу

Для популяризації та демонстрації особливостей руху інерціоїда проводилися його «змагання» на слизькій поверхні із візком із приводом на колеса. Візок із ведучими колесами прогнозовано буксував, а візок В. М. Толчина просувався по поверхні. Для різнобічного аналізу проблеми інерціоїдів доцільно буде розглянути один з їх різновидів, який базується на ініціюванні руху візка у горизонтальному напрямку за допомогою коливання у вертикальній площині вантажів двох гравітаційних маятників, які мають переміщуватися по нехаотичних траєкторіях.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Численні експерименти з демонстраціями руху інерціоїда та його різновидів викликали дискусію в наукових колах. Більша частина вчених вважає, що рух інерціоїда обумовлений присутністю в розглянутій системі сил тертя. Тоді як послідовники

В. М. Толчина вважають, що рух інерціоїда пов'язаний із виникненням сил інерції за рахунок прискореного обертання важелів із вантажами [2].

Однак така інтерпретація поведінки інерціоїда спричинює необхідність припустити, що порушуються закони механіки Ньютона. Адже можливість створення зазначеного руху суперечить закону збереження імпульсу. Тому прихильники інерціоїдів стверджують, що тут використовуються якісь «нові» властивості інерційних мас і гравітаційних полів.

Для пояснення руху різновиду інерціоїда в роботах [3, 4] розглянуто його модифікацію на базі 2d-пружинного маятника, конструкція якого забезпечує прямолінійність осі пружини в процесі коливання. Це дозволило пояснити (і унаочнити) причини руху візка, які пов'язані зі стисненням чи розтягненням пружини в певні зручні моменти положення вантажу на траєкторії його переміщення. Тобто ініціювання руху візка у горизонтальному напрямку здійснюється завдяки погодженим коливанням маятника, вантаж якого має рухатися по наперед знайденій нехаотичній траєкторії (рис. 3).

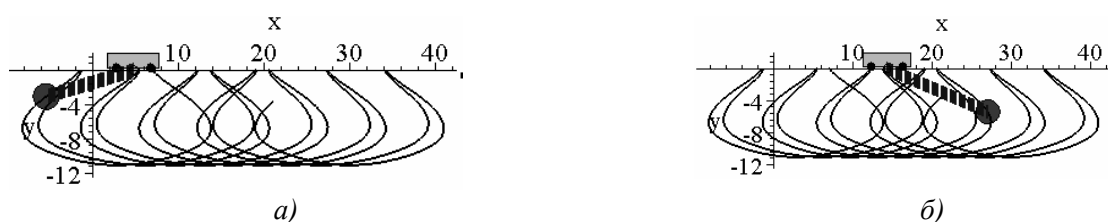


Рис. 3. Коливання 2d-пружинного маятника під візком [4]
при значеннях $m_1 = 150$; $m_2 = 40$; $k = 250$ і $d = 5$

Нехаотична траєкторія руху вантажу дозволяє узгодити з напрямком руху візка процесів розпрямлення (рис. 3, а) і стиснення пружини (рис. 3, б). Тобто у першому випадку відстань між масами штучно збільшується, а у другому – зменшується, що впливає на положення візка. В роботах [6–8] обрано такі позначення: маса візка $m_1 = 150$; маса вантажу пружинного маятника $m_2 = 40$; коефіцієнт жорсткості пружини $k = 250$ і довжина пружини у ненавантаженому стані $d = 5$.

Постановка завдання. Розробити геометричну модель руху інерціоїда В. М. Толчина, складену на основі рівняння Лагранжа другого роду, а також спосіб ініціювання руху візка у горизонтальному напрямку за допомогою коливання у вертикальній площині двох маятників, приєднаних до нього. При цьому ключовим моментом є визначення нехаотичних траєкторій переміщення вантажів цих маятників.

Виклад основного матеріалу. Для складання геометричних моделей руху пристроїв перелічимо обрані умови ідеалізації задач: а) параметри коливальної системи і початкові умови задаються в умовних числових одиницях; б) коливання маятників здійснюються у вертикальній площині; в) всі елементи системи не мають товщини, невагомі і не деформуються, опори у вузлах і опір повітря під час коливань відсутні; г) коливальна система є консервативною – тобто запас механічної енергії в процесі коливань залишається постійним (втрати енергії відсутні). Вважаємо, що процес розсіювання енергії відбувається повільно в порівнянні з характерними масштабами часу в системі.

На рис. 4 наведено схему коливальної системи інерціоїда В. М. Толчина, яка складається з візка та закріплених на ньому двох негравітаційних маятників (діють в горизонтальній площині). Для опису динаміки руху цієї коливальної системи використаємо рівняння Лагранжа другого роду.

Як узагальнені координати оберемо такі параметри: $u(t)$ – горизонтальне зміщення візка вздовж осі Ox ; $v(t)$ – кут відхилення маятників від осі Ox . Далі у формулах прийнято позначення: M – маса візка; m – маси вантажу кожного маятника; r – довжина маятників.

Лагранжиан системи інерціоїда В. М. Толчина має вигляд [2]

$$L := (M + 2m) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + mr^2 \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 - 2mr \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \sin(v(t)). \quad (1)$$

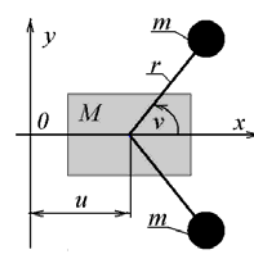


Рис. 4. Схема інерціоїда
В. М. Толчина

Система диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для консервативних систем має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial L}{\partial u} = 0, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{v}} - \frac{\partial L}{\partial v} = 0 \quad (2)$$

Після перетворення одержуємо систему рівнянь (тут і далі збережено синтаксис мови Maple):

$$2 \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) M + 4 \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) m - 2mr \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) \sin(v(t)) - 2mr \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 \cos(v(t)) = 0. \quad (3)$$

$$-2mr \left(-r \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) \sin(v(t)) \right) = 0.$$

Розв'язувати систему рівнянь (3) будемо чисельно за допомогою методу Рунге-Кутти у середовищі Maple. Використовуючи знайдені наближені розв'язки $U(t)$ і $V(t)$ в декартовій системі координат xOy траєкторії переміщення кожного з вантажів обох маятників побудувати за формулами:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= U(t) + r \cos(V(t)); & x_2(t) &= U(t) + r \cos(V(t)); \\ y_1(t) &= r \sin(V(t)). & y_2(t) &= -r \sin(V(t)). \end{aligned} \quad (4)$$

Далі наведемо розрахунок інерціоїда В. М. Торчина з параметрами $M = 15$; $r = 1$; $m = 3$ і з початковими умовами $u_0 = 0$; $u'_0 = Du_0$; $v_0 = 0$; $v'_0 = Dv_0$.

Зазначені умови слід інтерпретувати так. Маятники починають рухатися з початку координат (умова $u_0 = 0$) і з положення перпендикулярно осі Ox (умова $v_0 = \pi/2$). Візку у напрямку осі Ox надається початкова швидкість значенням $u'_0 = Du_0$. А кутам відхилення маятників надається початкова швидкість значенням $v'_0 = Dv_0$. Зазначимо, що при від'ємному Dv_0 «верхній» маятник буде рухатися за напрямком стрілки годинника, а «нижній» – проти напрямку стрілки годинника. В результаті візок інерціоїда буде рухатися по осі Ox праворуч. На характер руху впливатимуть як величини параметрів інерціоїда, так і значення початкових умов. При цьому головною характеристикою буде переривчастість переміщення інерціоїда праворуч. Від значень вхідних даних переміщення буде або без зупинок, або, частіше, з зупинками, а найчастіше (при довільному виборі значень параметрів і початкових умов) – з поверненням ліворуч. Задача вибору оптимальних параметрів є головною для дослідження теорії інерціоїдів.

На рис. 5 наведено приклад обчислених траєкторій руху вантажів маятників для варіанту з початковими умовами $Du_0 = 1$; $Dv_0 = -1$.

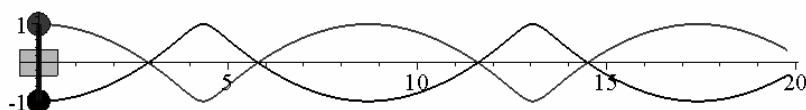


Рис. 5. Обчислені траєкторії руху вантажів маятників

Було складено програму геометричного моделювання руху інерціоїда за результатами розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду (3). На базі програми створено анімаційний фільм, кадри з якого представлені на рис. 6. Перегляд фільму дає підстави стверджувати, що наведений варіант розрахунку характеризується рухом інерціоїда праворуч без зупинок.

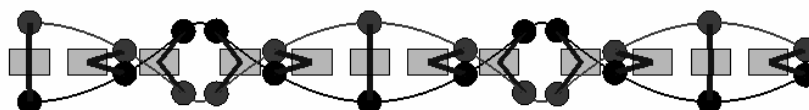


Рис. 6. Анімаційні кадри розрахованих фаз руху інерціоїда

Новим різновидом інерціоїда можна вважати пристрій, рух якого здійснюється за допомогою коливання у вертикальній площині двох гравітаційних маятників (діють у вертикальній площині), приєднаних до рухомого візка (рис. 7). При цьому вантажі маятників мають переміщуватися по завчасно обчислених нехаотичних траєкторіях. Покажемо, що зазначені коливання дозволяють ініціювати рух візка у горизонтальному напрямку.

На рис. 7 наведено схему коливної системи, яка складається з візка та підвішених до нього двох маятників. Для опису динаміки руху цієї коливної системи використаємо рівняння Лагранжа другого роду.

Як узагальнені координати оберемо такі параметри: $u(t)$ – горизонтальне зміщення візка; $v(t)$ – кут відхилення від вертикалі першого маятника; $w(t)$ – кут відхилення від вертикалі другого маятника. Далі у формулах прийнято позначення: m_0 – маса візка; m_1 – маса вантажу першого маятника; m_2 – маса вантажу другого маятника; d_1 – довжина першого маятника; d_2 – довжина другого маятника; $g = 9,81$.

Система рівнянь Лагранжа другого роду має вигляд:

$$\begin{aligned} (m_0 + m_1 + m_2) \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) - m_1 d_1 \cos(v(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) - m_2 d_2 \cos(w(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} w(t) \right) + \\ + m_1 d_1 \sin(v(t)) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 + m_2 d_2 \sin(w(t)) \left(\frac{d}{dt} w(t) \right)^2 = 0. \\ -m_1 d_1 \cos(v(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) + m_1 d_1^2 \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + m_1 d_1 g \sin(v(t)) = 0. \\ -m_2 d_2 \cos(w(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) + m_2 d_2^2 \left(\frac{d^2}{dt^2} w(t) \right) + m_2 d_2 g \sin(w(t)) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'язувати систему рівнянь (5) будемо чисельно за допомогою методу Рунге-Кутти з параметрами $d_1 = 4$; $d_2 = 8$; $m_0 = 1$; $m_1 = 1$ і з початковими умовами $u0 = 0$; $u'0 = 0$; $v0 = 0$; $v'0 = 1$; $w0 = 1$ і $w'0 = -1$.

З умов слідує, що стартове положення візка на початку координат (умова $u0 = 0$) без початкової швидкості (умова $u'0 = 0$). Перший маятник починає рух з вертикального положення (умова $v0 = 0$), якому надано швидкості умовної одиниці у напрямку проти годинникової стрілки (умова $v'0 = 1$). Другий маятник починає рух з відхиленого положення (умова $w0 = 1$), якому надано швидкості величиною від'ємної умовної одиниці у напрямку за годинниковою стрілкою (умова $w'0 = -1$). В результаті візок буде рухатися по осі Ox праворуч. На характер руху впливатимуть величини параметрів інерції і значення початкових умов. При цьому головною «експлуатаційною» характеристикою також буде переривчастість переміщення візка праворуч.

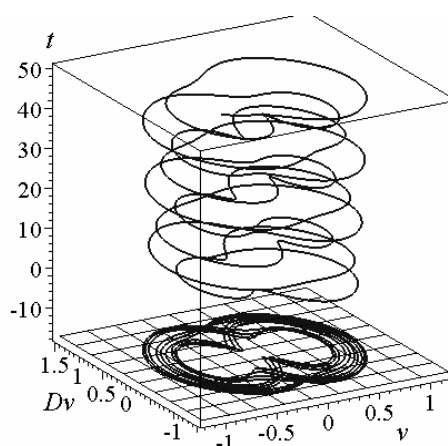


Рис. 8. Інтегральна крива і фазова траєкторія узагальненої координати $v(t)$ для довільного значення m_2

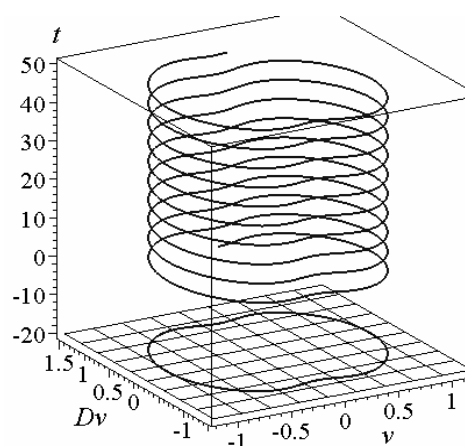


Рис. 9. Інтегральна крива і фазова траєкторія узагальненої координати $v(t)$ для значення параметра $m_2 = 2$

Розрахунок коливань маятникової системи (рис. 7) виконаємо за умови визначення невідомого значення маси m_2 залежно від інших відомих параметрів схеми. Для обчислення критичного значення

m_2 використаємо спосіб проекційного фокусування [6–10]. Для цього побудуємо наближене зображення інтегральної кривої у фазовому просторі однієї з функцій узагальнених координат, що залежатиме від певного значення параметра m_2 . При довільному значенні m_2 у фазовому просторі одержимо «заплутану» інтегральну криву. Її проекція на фазову площину також матиме вигляд «заплутаної» фазової кривої (рис. 8). При значенні $m_2 = 2$ одержуємо проекційне фокусування (рис. 9).

На рис. 10, 11 зображено «сфокусовані» інтегральні криві і фазові траєкторії узагальнених координат $u(t)$ і $w(t)$ для значення параметра $m_2 = 2$.

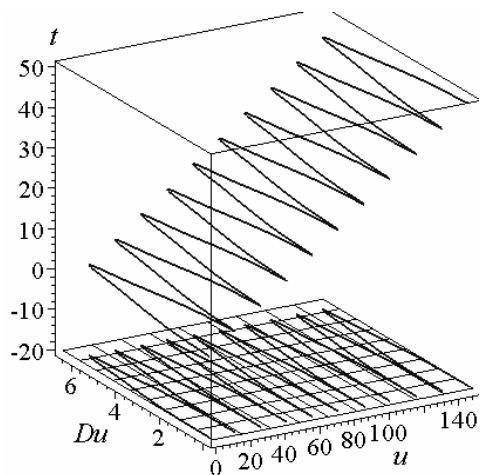


Рис. 10. Інтегральна крива і фазова траєкторія узагальненої координати $u(t)$ для значення параметра $m_2 = 2$

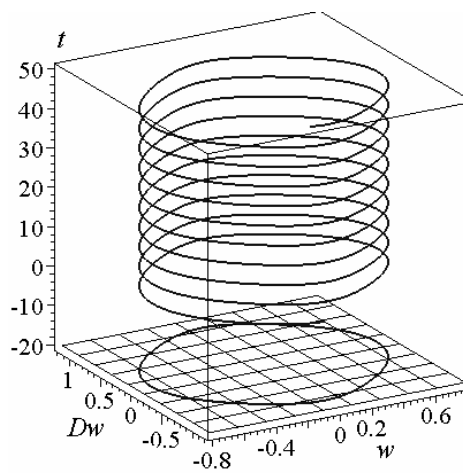


Рис. 11. Інтегральна крива і фазова траєкторія узагальненої координати $w(t)$ для значення параметра $m_2 = 2$

В роботах [3, 4] показано, що при поєднанні критичного значення параметра (у нашому випадку m_2) з іншими вихідними параметрами коливальної системи дозволяє знайти шукані наближені розв'язки диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду. В результаті обчислень було знайдено набір значень параметрів $d_1 = 4$; $d_2 = 8$; $m_0 = 1$; $m = 1$; $m_2 = 2$ і початкових умов $u_0 = 0$; $u'_0 = 0$; $v_0 = 0$; $v'_0 = 1$; $w_0 = 1$ і $w'_0 = -1$, які забезпечують існування двох нехаотичних траєкторій переміщення обох вантажів маятників.

На рис. 12 наведено розраховані нехаотичні траєкторії руху вантажів маятників для обраного варіанту.

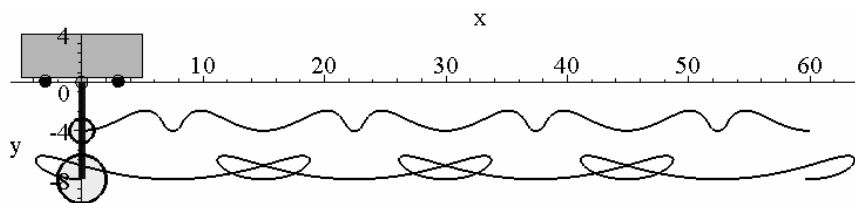


Рис. 12. Обчислені траєкторії руху вантажів маятників

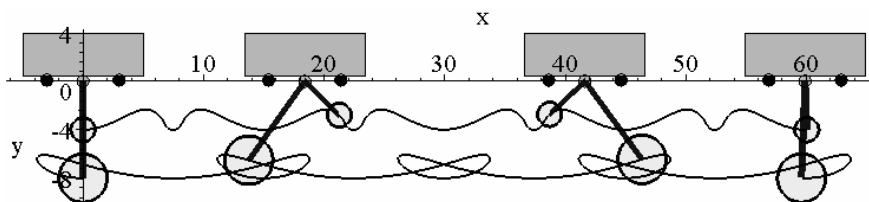


Рис. 13. Зображення деяких фаз коливань маятників під візком

Було складено програму геометричного моделювання руху візка з маятниками за результатами розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду (5). На базі програми створено анімаційний фільм, кадри з якого представлені на рис. 13. Перегляд фільму дає підстави стверджувати, що наведений варіант розрахунку характеризується рухом візка праворуч без зупинок завдяки організованим рухам вантажів по обчисленій траєкторії.

Висновки і перспективи досліджень. Розроблений спосіб дозволяє визначати параметри нехаотичних коливань у вертикальній площині вантажів двох маятників під рухомим візком. Ці коливання здатні ініціювати рух візка у горизонтальному напрямку. Причину переміщення візка можна пояснити погодженими змінами моментів обертання маятників у наперед виявлені моменти положення обох вантажів на обчислених траєкторіях їх переміщення. Проведені дослідження будуть корисними для аналізу причин руху різновидів інерціоїдів маятникового типу.

Список використаних джерел

1. Толчин В. Н. Инерциод. Силы инерции как источник поступательного движения / В. Н. Толчин. — Пермь, Пермское книжное издательство, 1977 г. — 103 с. Електронний ресурс. Режим доступу: http://second-physics.ru/lib/books/tolchin_inertcioid.djvu.
2. Шипов Г. И. 4D гироскоп в механике Декарта / Г. И. Шипов // Кирилица, 2006, 74 с. Електронний ресурс. Режим доступу: http://www.shipov.com/files/021209_tolchdescart.pdf.
3. Семків О. М. Графічний комп'ютерний спосіб визначення нехаотичних траєкторій коливань маятникових систем / О. М. Семків // Вестник Харьковского нац. автомобильно-дорожного университета. — Харьков : ХНАДУ, 2016. — Вып. 72. — С. 94—101.
4. Куценко Л. М. Дослідження ініціювання руху візка за допомогою коливання 2d-пружинного маятника / Л. М. Куценко, О. М. Семків // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / Мелітополь : МДПУ імені Б. Хмельницького — 2016. — Вып. 6. — С. 71—76.
5. Semkiv O. M. Computer graphics of the oscillaton trajectories of 2-d spring pendulum weight / O. M. Semkiv // ORT Publishing — European Applied Sciences: challenges and solutions: 5th International scientific conference. — Stuttgart (Germany), 2015. — P. 63—70.
6. Семків О. М. Метод визначення особливих траєкторій коливань вантажу 2-d – пружинного маятника / О. М. Семків // Вестник Харьковского нац. автомобильно-дорожного университета. — Харьков : ХНАДУ, 2015. — Вып. 71. — С. 36—44.
7. Семків О. М. Визначення параметрів нехаотичних траєкторій коливань вантажу маятника з рухомим підвісом / О. М. Семків // Прикладна геометрія та інженерна графіка / Вып. 93. — К. : КНУБА, 2015. — С. 74—79.
8. Семків О. М. Визначення параметрів нехаотичних коливань вантажу маятника машини Атвуда / О. М. Семків // Прикладна геометрія та інженерна графіка / Вып. 92. — К. : КНУБА, 2014. — С. 113—118.
9. Семків О. М. Графічний комп'ютерний спосіб визначення нехаотичних траєкторій коливань маятникових систем / О. М. Семків // Вестник Харьковского нац. автомобильно-дорожного университета. — Харьков : ХНАДУ, 2016. — Вып. 72. — С. 94—101.
10. Семків О. М. Метод визначення нехаотичної траєкторії вантажу 2D-пружинного маятника / О. М. Семків // Сборник научных трудов международной конференции «Современные инновационные технологии подготовки инженерных кадров для горной промышленности и транспорта 2016» (26—27 мая 2016 г.). — Днепропетровск : НГУ, 2016. — С. 384—393.

Leonid KUTSENKO, Elena SUKCHARKOVA
Kharkiv

GEOMETRICAL MODELING OF MOTION PENDULUM ANALOGUES TOLCHIN'S INERTCIOID

The geometrical model of motion of Tolchin's inertcioid, made on the basis of equalization of Lagrange the second family, and also possible modification of инерциоида, that is based on vibrations in the vertical plane of two pendulums added to the light cart. The unchaotic trajectories of moving of loads of these pendulums were certain, due to what the concerted vibrations of pendulums appear and motion of light cart is initiated in horizontal direction.

Key words: Tolchin's inertcioid, mathematical pendulum, equations of Lagrange the second family, phase trajectory.

Леонид КУЦЕНКО, Елена СУХАРЬКОВА
г. Харьков

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАЯТНИКОВЫХ АНАЛОГОВ ИНЕРЦИОИДА В. Н. ТОЛЧИНА

Рассмотрена геометрическая модель движения инерциоида В. Н. Толчина, составленную на основе уравнения Лагранжа второго рода, а также возможную модификацию инерциоида, которая базируется на колебаниях в вертикальной плоскости двух маятников, присоединенных к тележке. Были определены нехаотические траектории перемещения грузов этих маятников, благодаря чему образуются согласованные колебания маятников и инициируется движение тележки в горизонтальном направлении.

Ключевые слова: инерциоид В. Н. Толчина, математический маятник, уравнение Лагранжа второго рода, фазовая траектория.

Стаття надійшла до редколегії 12.03.2017