

ВИЗНАЧЕННЯ ЛОКАЛЬНОЇ ОБЛАСТІ ЗАБРУДНЕННЯ ЕКОЛОГІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИМ МЕТОДОМ

Актуальність і новина даної роботи полягає у використанні дискретно-інтерполяційного методу щодо моделювання складних багатопараметричних екологічних процесів, систем та середовищ, створенні дискретно-інтерполяційної екоматриці, як геометричної моделі таких систем, у зв'язку з суттєвим підвищенням вимог щодо якості кінцевих результатів задач прогнозування екологічної безпеки певної території та процесів, що на ній відбуваються, визначення локальних областей забруднення.

Ключові слова: дискретні моделі, інтерполяція, вузол інтерполяції, екоматриця, екологія, екологічні системи та середовища.

Екологічні процеси, системи та середовища – це структури, що мають велику кількість параметрів та компонентів, які характеризуються ще й неоднорідністю та анізотропією у просторі. Більш того, вони ще й суттєво залежать від певних зовнішніх факторів, які інколи просто неможливо передбачити. Моделювання багатопараметричних систем та середовищ є занадто складною задачею, і практично неможливо побудувати континуальну математичну модель таких систем та середовищ. Таку ситуацію можна прослідкувати на прикладі такого великого об'єкту, як, наприклад, аеропорт, де існує багато факторів, пов'язаних, у тому числі, із забрудненням довкілля та негативним впливом на здоров'я людей.

Отже, побудова дискретних геометричних моделей складних екологічних систем та середовищ є досить актуальною задачею.

У науковій літературі досить рідко зустрічаються окремі випадки розглядання питань геометричного моделювання складних багатопараметричних об'єктів та середовищ, а також побудови їх математичних моделей, і, як правило, вони носять описовий та статистичний характер. В першу чергу це стосується таких багатопараметричних об'єктів, систем і середовищ, як, наприклад, екологічні, геологічні, гідрологічні, енергетичні системи та середовища тощо, які відрізняються великою кількістю різноманітних та різноякісних параметрів, і для яких етап моделювання, подальшого проектування, попередньої експертної оцінки, аналіз та прогнозування зміненого стану є вкрай важливими практичними задачами. Зазначимо, що алгоритми та методи геометричного моделювання складних багатопараметричних саме таких об'єктів та середовищ із побудовою їх математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні. Звідки і випливають наступні цілі дослідження.

Метою даної роботи є на основі дискретно-інтерполяційного методу розробка та побудова дискретних математичних (геометричних) моделей складних багатопараметричних систем та середовищ із врахуванням певних наперед заданих умов для їх подальшого раціонального моделювання, проектування, прогнозування та експертного оцінювання.

Створення математичної, а точніше, геометричної моделі таких систем та середовищ пропонується на основі підходу, що базується на дискретно-інтерполяційному методі, розробленого автором, який передбачає побудову деяких однопараметричних множин певних математичних об'єктів, наприклад, певного чисельного масиву дійсних параметрів, що характеризують деяке екологічне середовище. Саме такою, власне кажучи, й є задача прогнозування екологічної безпеки певної території та процесів, що відбуваються на ній.

Важливим моментом є той факт, що певні параметри, або ж компоненти фактично вимірюються в деякий час і в деяких місцях. Тобто ця інформація, яка з часом, зрозуміло, змінюється, носить яскраво виражений дискретний характер.

Стає зрозумілим, що в таких випадках доцільним може бути використання саме дискретного підходу. Зазначимо, що одним з найпоширеніших та раціональним як раз і є саме дискретний спосіб

представлення інформації про об'єкт чи систему, що моделюється. Такі моделі оптимально підходять для подальшого моделювання та проектування у зв'язку з подальшим ускладненням антропогенних систем та процесів із великим рівнем їх параметричності.

У якості основи для створення дискретно-інтерполяційних геометричних моделей екологічних процесів, систем та середовищ стали інтерполяційні поліноми Лагранжа. На нашу думку, вибір саме такого базису серед інших інтерполяційних поліномів є оптимальним. Це обумовлено необов'язковим рівномірним розташуванням вузлів інтерполяції, можливістю представлення по кожній змінній своєї кількості вузлів інтерполяції, а також умовами збіжності.

Як уже відзначалося у попередніх роботах автора, оригінальним і нетрадиційним є підхід, коли під вузлами інтерполяції розуміються не точки, як це у традиційному математичному розумінні, а більш складні математичні об'єкти (наприклад, масиви, матриці, тензори тощо), або ж навіть певні процеси та системи, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх властивостей та параметрів, що мають неоднорідну структуру.

Наприклад, нехай $F(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_k, \dots, \mathbf{p}_m)$ – багатопараметрична неявно задана функція. Сформуємо її у вигляді деякого функціонала $\Phi(\mathbf{p}_{i,j})$, що заданий матрицею $\mathbf{M}[i, j]$.

$$\Phi(\mathbf{p}_{i,j}) = F(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_k, \dots, \mathbf{p}_m); \mathbf{M}[i, j] = \Phi(\mathbf{p}_{i,j}),$$

де $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_k, \dots, \mathbf{p}_m$ – екологічні різноструктурні та різноякісні параметри (показники забруднення, рівень концентрації певних речовин, врахування природних особливостей середовищ тощо). Тоді, відповідно,

$\mathbf{M}[i, j]$ набуває такого виразу:

$$M[i, j] = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \dots & \dots & p_{1,n} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \dots & \dots & p_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m,1} & p_{m,2} & \dots & \dots & p_{m,n} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Очевидно, що (1) є дійсною, тому що всі її члени є такими, а також кінцевою ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$).

Тобто $\mathbf{M}[i, j]$ і є вузловою дискретно-інтерполяційною екологічною матрицею прямокутного типу. Схему розташування саме таких вузлів інтерполяції, як наведено в (1), надалі ми і будемо розуміємо під схемою інтерполяції.

Зрозуміло, що кількість параметрів (1) практично може бути занадто великою, що суттєво ускладнить роботу з такими математичними об'єктами. У зв'язку з чим можна запропонувати такий прийом, як розбиття матриці на менші прямокутні підматриці, й надалі працювати з ними, використовуючи певні ітераційні алгоритми. Взагалі, результати багатьох досліджень показують, що оптимальним є використання так званих квадратних матриць, а це, в свою чергу, створює значно більшу варіативність щодо математичного опрацювання, наприклад, розкладання, приведення до певного виду, наприклад, діагонального, на основі перетворень подібності

Зазначимо, що такий підхід щодо моделювання екологічних систем, процесів чи екологічних ситуацій у літературі практично відсутній.

Розглядаючи (1) у якості певного вузла інтерполяції, використаємо інтерполяційний поліном Лагранжа і в випадку одновимірної інтерполяції отримаємо $\Phi(\mathbf{p}_{i,j})$ як

$$\Phi(p_{i,j}) = \sum_{i=0}^{n-1} M_i(i, j) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}, \quad (2)$$

де \mathbf{u} – параметр інтерполяції, наприклад, вектор спрямованості у певному напрямку поширення впливу того чи іншого параметра; \mathbf{n} – кількість вузлів інтерполяції.

Вираз (2) являє собою узагальнену дискретно-інтерполяційну екоматрицю і є дискретною геометричною моделлю певної системи чи екологічного середовища.

Однопараметричні множини, отримані на основі даного підходу, є дискретними математичними моделями екологічних процесів, систем, та середовищ. Елементом таких множин є деяка дискретна

функція, що у загальному випадку може бути представлена, як дискретний чисельний масив, розмірність якого може варіюватись.

Враховуючи той факт, що екологічна система – це багатопараметричне середовище, її геометричну модель можна вдосконалювати, застосовуючи, наприклад, двовимірну і більше інтерполяцію. Так, у випадку двовимірної інтерполяції можна знайти вид степеневого многочлена $\Phi_{m,n}(p_{i,j}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ степеня m по \mathbf{u} та n по \mathbf{v} , та визначити значення функціонала $\Phi_{m,n}(p_{i,j}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ у довільній точці з параметрами (\mathbf{u}, \mathbf{v}) . Тоді аналогічно (2) можна отримати такий вираз для двовимірної інтерполяції за Лагранжем:

$$\Phi_{m,n}(u, v) = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} F_{i,j}(p_1, p_2, \dots, p_t) \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq i}}^{m-1} \prod_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{n-1} \frac{(u - u_i)(v - v_j)}{(u_p - u_i)(v_q - v_j)}. \quad (3)$$

Наведемо алгоритм визначення забруднення певної території з відповідною екологічною ситуацією на прикладі замкнутої пласкої області (рис. 1).

1. Геометрично кожна точка в нашому підході є локальною екоматрицею.

2. Вводимо ортогональну мережу з певним кроком, який обирається з міркувань проходження ліній сітки через найбільшу кількість вузлових точок.

3. Використовуємо дискретно-інтерполяційний підхід, а саме, здійснюємо інтерполяцію уздовж ліній сітки, отримуючи таким чином інтерполяційний поліном.

4. Маючи аналітичний вираз поліному, знаходимо локальний екстремум, тобто максимум, і фіксуємо його положення.

5. Цей процес проводиться уздовж кожної лінії y у разі використання двовимірної інтерполяції в двох напрямках.

6. Отримані локальні екстремуми поліномів, а це є певні вузли інтерполяції у вигляді умовних точок на схемі, дають можливість окреслити так званий локальний центр забруднення певної території, що, в свою чергу, дає можливість приймати відповідні інженерні та організаційні заходи.

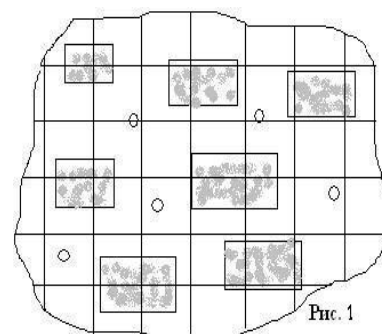


Рис. 1

Отже, при моделюванні об'єктів та середовищ, що характеризуються великою кількістю різноструктурних та різноякісних параметрів, запропонований підхід, на нашу думку, є достатньо ефективним. Наприклад, якщо йдеться про якісну та кількісну оцінку впливу екологічного забруднення на навколишнє середовище, визначення можливих найбільш забруднених місць.

На основі запропонованого методу можна поставити такі перспективні задачі щодо моделювання екологічної ситуації на певній території:

1. Визначення рівня шкідливості певних чинників екологічної ситуації: у часі й за напрямком.
2. Визначення можливих місць найбільших забруднень певних територій.
3. Перспективне прогнозування забруднення навколишньої території.
4. Прогнозування зміни стану антропогенних систем та середовищ.

Таким чином, створивши на основі дискретно-інтерполяційного методу геометричну модель екологічного середовища, що характеризується великою кількістю параметрів, у вигляді дискретно-інтерполяційної екоматриці, ми отримуємо можливість моделювання складних багатопараметричних систем та середовищ, визначення певних локальних характеристик, як то область та центр забруднення, прогнозування зміни стану середовищ тощо.

Список використаних джерел

1. Ю. Р. Холковський. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та процесів // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. — Мелітополь : ДДАТУ, 2011. — Вип. 4 — Т. 51. — С. 204—207.
2. Ю. Р. Холковський. Моделювання багатопараметричних процесів та систем на основі дискретно-інтерполяційного підходу в екології // Праці VIII Всеукраїнських наукових Таліївських читань. — Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2012. — С. 204—208.
3. Ю. Р. Холковський. Використання дискретно-інтерполяційної екоматриці для визначення локального центру забруднення екологічної системи / Збірник матеріалів XV Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання», Мелітополь, 2013. — С. 183—187.

Yuriy KHOLKOVSKY
Kyiv

DETERMINATION OF THE LOCAL POLLUTED AREA OF ECOLOGICAL ENVIRONMENT BY DISCRETE INTERPOLATION METHOD

The urgency and novelty of this work consists in the use of a discrete interpolation method in modeling complex multi-parametric ecological processes, systems and media, creating a discrete interpolation ecomatrix as a geometric model of such systems, in connection with a significant increase in the quality requirements for the final results of the tasks of forecasting the ecological safety of the territory and the processes that occur on it, the definition of local areas of pollution.

Key words: discrete models, interpolation, interpolation node, ecomatrix, ecology, ecological systems and environments.

Юрий ХОЛКОВСКИЙ
г. Киев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ДИСКРЕТНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Актуальность и новизна данной работы состоит в использовании дискретно-интерполяционного метода при моделировании сложных многопараметрических экологических процессов, систем и сред, создании дискретно-интерполяционной экоматрицы, как геометрической модели таких систем, в связи с существенным повышением требований к качеству конечных результатов задач прогнозирования экологической безопасности территории и процессов, которые на ней происходят, определения локальных областей загрязнения.

Ключевые слова: дискретные модели, интерполяция, узел интерполяции, экоматрица, экология, экологические системы и среды.

Стаття надійшла до редколегії 31.03.2017