

УДК 621.515:514.18

Валерій БОРИСЕНКО

borisenko.valery@gmail.com

ORCID: 0000-0002-0857-0708

Євгеній ДРУЗЬ

druzuchiha@gmail.com

ORCID: 0000-0002-9508-4045

м. Миколаїв

МОДЕЛЮВАННЯ S-ПОДІБНИХ СКЕЛЕТНИХ ЛІНІЙ ПРОФІЛІВ ЛОПАТОК ОСЬОВИХ КОМПРЕСОРІВ ДУГАМИ КІЛ

Стаття присвячена розробці методу аналітичного подання скелетних (середніх) ліній профілів плоских перерізів лопаток осьових компресорів із використанням дуг кіл. Координати центрів цих дуг та їх радіуси визначаються числовим методом.

Ключові слова: аналітичне подання, скелетна лінія, числовий метод.

Постановка проблеми. При розробці проектів потужних газотурбінних двигунів суттєва увага приділяється проектуванню рухомих і нерухомих лопаткових апаратів осьових компресорів. Саме в цих газодинамічних машинах відбуваються основні енергетичні перетворення, пов'язані зі стисненням повітря.

Аеродинамічний профіль лопатки компресора утворюється обводами спинки, коритця, вхідної та вихідної кромок. Обводи спинки і коритця, як правило, отримують шляхом вигину добре відпрацьованих симетричних або асиметричних профілів вздовж так званої скелетної (середньої) лінії. Профілі лопаток компресорів відрізняються видом рівняння скелетної лінії та формою контуру спеціального аеродинамічного профілю.

Актуальність пошуку нових підходів до моделювання скелетних ліній профілів лопаток осьових компресорів обумовлюється тим, що проєктанти цих газодинамічних машин, бажаючи підвищити їх ефективні показники і у той же час зменшити масу та габарити, змушені збільшувати перепади тиску повітря в компресорах, що призводить до зростання швидкісного режиму робочої речовини, який за певних обставин може перевищувати місцеву швидкість звуку, що провокує зростання втрат енергії в компресорі.

Розрахунки течії робочої речовини в проточних частинах осьових компресорів із застосуванням програмних продуктів обчислювальної газодинаміки та проведені підтверджуючі цей факт експериментальні дослідження показали, що для зменшення градієнта тиску на виході з решіток профілів доцільно ці профілі моделювати з так званою S-подібною формою. Ці заходи сприятимуть зменшенню ризику відриву потоку від профілів, а отже – зниженню втрат енергії робочої речовини.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Скелетна лінія профілю лопатки осьового компресора є плоскою кривою, яка описується деяким рівнянням, і, отже, має певне математичне підґрунтя. У сучасній літературі [4, 6, 7] можна знайти різні підходи до аналітичного опису плоских кривих. При цьому існують способи, які однозначно визначають криву лінію. Сюди відносяться алгебраїчні та різноманітні трансцендентні криві, тобто це криві, які мають певну аналітичну залежність, що пов'язує ординату та абсцису будь-якої точки кривої в явному або неявному вигляді.

В роботах [1–3] наведені різні підходи до моделювання скелетних ліній профілів лопаток осьових компресорів. Зокрема, в роботі [3] пропонується метод подання скелетних ліній дугами кіл, які можна застосовувати при розробці проектів лопаток статора високонавантажених осьових компресорів газотурбінних двигунів.

Метою цієї статті є розробка методу геометричного моделювання S-подібних скелетних ліній профілів лопаток осьових компресорів із застосуванням двох дуг кіл, центри і радіуси яких визначаються числовим методом в процесі побудови скелетної лінії.

Основні результати дослідження. Визначимося спочатку з вихідними даними та граничними умовами, які будуть застосовуватися при побудові S -подібної скелетної лінії профілю лопатки осьового компресора, і застосуємо їх до моделювання цієї лінії двома дугами кіл. Всі розрахунки будемо проводити у відносних координатах, коли абсциса скелетної лінії змінюватиметься в діапазоні від нуля до одиниці.

Принцип побудови S -подібної скелетної лінії впливає з розгляду рис. 1. Точку скелетної лінії, яка відповідатиме вхідній кромці профілю лопатки, розташуємо в початку координат, у цієї точки $x_1 = 0, y_1 = 0$, кут нахилу дотичної в ній дорівнює α_1 .

Точка A знаходиться в місці перегину скелетної лінії. У цій точці відомі абсциса, яка задається параметром s меншим за одиницю (цей параметр визначає віддалення точки перегину від вхідної кромки і вимірюється вздовж осі абсцис.), та кут нахилу дотичної α_s . Параметр s та кут α_s задаються з вихідними даними.

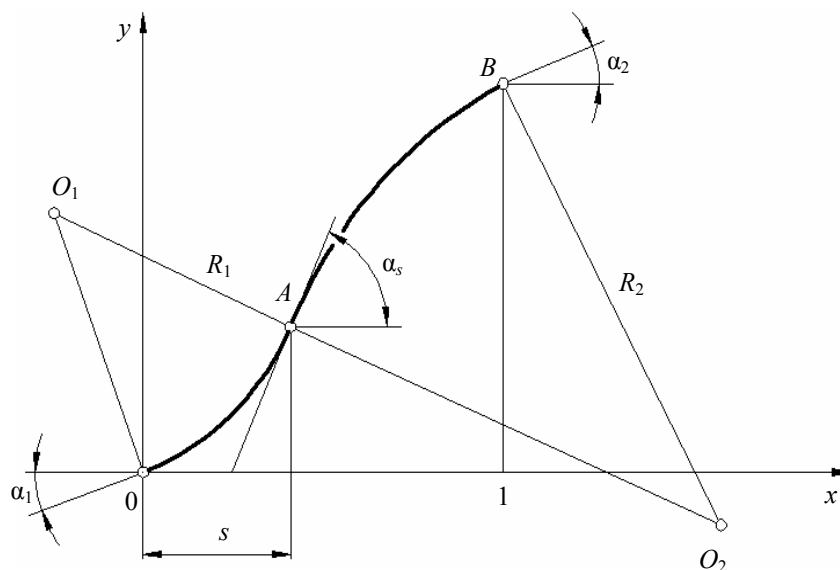


Рис. 1. Дволанкова скелетна лінія

Вихідна кромка скелетної лінії має координату $x_2 = 1$, ордината цієї точки визначається в процесі моделювання скелетної лінії і залежить від математичного виразу кривої (у даному випадку від двох дуг кіл), параметра s , а також від геометричних кутів потоку α_1 на вході в решітку профілів, α_2 на виході з неї і, нарешті, від кута α_s .

Таким чином, матимемо наступні граничні умови для моделювання S -подібної скелетної лінії:

$$\text{при } x = 0: y = 0, y' = \text{tg } \alpha_1;$$

$$\text{при } x = s: y' = \text{tg } \alpha_s;$$

$$\text{при } x = 1: y' = \text{tg } \alpha_2.$$

Для побудови дволанкової кривої, що формується двома дугами кіл, необхідно визначити координати центрів O_1 і O_2 , та радіуси R_1 і R_2 . Розв'язання задачі ускладнюється тим, що ординати точок A і B невідомі. Вони визначаються в процесі моделювання S -подібної кривої.

Центр O_1 знаходиться на перетині двох прямих $O_1 0$ і $O_1 A$ (див. рис. 1), рівняння яких мають вигляд:

$$\text{пряма } O_1 0: y = -\frac{x}{\text{tg } \alpha_1}; \quad (1)$$

$$\text{пряма } O_1 A: y = y_A - \frac{x - x_A}{\text{tg } \alpha_s}. \quad (2)$$

У виразі (2) під x_A розуміється абсциса; ордината точки A є величиною невідомою, для її знаходження формується наступний обчислювальний алгоритм.

Сумісним розв'язанням рівнянь (1) і (2) отримуємо координати точки O_1 – центра кола радіуса R_1

$$x_{O_1} = \frac{y_A \operatorname{tg} \alpha_s + s}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_s} \operatorname{tg} \alpha_1; \quad y_{O_1} = -\frac{y_A \operatorname{tg} \alpha_s + s}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_s}.$$

Маючи координати центра O_1 розраховуємо радіус дуги першого наближення:

$$R_1' = \sqrt{x_{x_{O_1}}^2 + y_{x_{O_1}}^2}. \quad (3)$$

З іншого боку цей радіус можна визначити як довжину відрізка O_1A

$$R_1'' = \sqrt{(x_{x_{O_1}} - s)^2 + (y_{x_{O_1}} - y_A)^2}. \quad (4)$$

Застосувавши підпрограму *ZEROIN* [6], яка сполучає безвідмовність бісекції з асимптотичною швидкістю методу січних у випадку гладких функцій та призначену для пошуку дійсного нуля функції, зводимо до нуля різницю між радіусами, визначеними залежностями (3) і (4). У цьому обчислювальному процесі величиною, що варіюється, виступає ордината точки A .

Знайдені таким чином координати центра кола O_1 і його радіус R_1 , дозволяють побудувати першу ланку S -подібної кривої.

Подібний підхід застосовано до пошуку центра кола O_2 і радіуса R_2 другої ланки скелетної лінії. Центр O_2 знаходиться як точка перетину прямих O_2A і O_2B . Рівняння цих прямих мають вигляд:

$$y = y_A - \frac{x - s}{\operatorname{tg} \alpha_s}; \quad (5)$$

$$y = y_B - \frac{x - 1}{\operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (6)$$

У цих виразах прийняті до уваги значення абсцис точок A і B .

Сумісним розв'язанням рівнянь (5) і (6) визначаємо координати центра O_2 кола другої ланки S -подібної кривої:

$$x_{O_2} = (y_A - y_B) \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_s}{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_s} + 1;$$

$$y_{O_2} = y_B + \frac{(y_A - y_B) \operatorname{tg} \alpha_s}{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_s}.$$

Далі визначаються довжини відрізків O_2A і O_2B , різниця між якими за допомогою підпрограми *ZEROIN* зводиться до нуля. Таким чином, знаходяться координати центра O_2 дуги другої ланки скелетної лінії та її радіус R_2 .

Результати моделювання трьох S -подібних скелетних ліній наведені на рис. 2. Вони отримані за таких вихідних даних: кути α_1 і α_2 дорівнювали 60° , а кут $\alpha_s - 67^\circ$. Абсциса точки A , тобто параметр s , змінювалися в межах від 0,3 до 0,5 з кроком 0,1. Як свідчать наведені дані, всі три скелетні лінії мають S -подібну форму. Точка

переходу від одної ланки до другої позначена колом невеликого радіуса. Всі криві виходять з однієї точки з однаковим кутом нахилу до осі абсцис, приходять же вони в різні точки, хоча і з однаковою абсцисою, але з дещо різними ординатами.

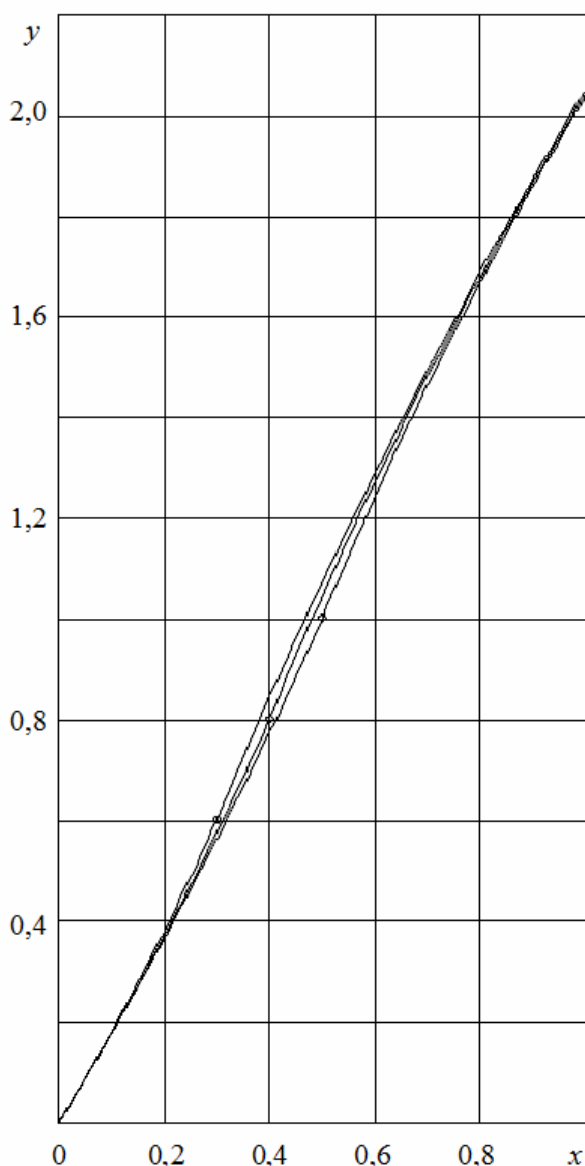


Рис. 2. Дволанкові S -подібні скелетні лінії

Висновки та перспективи подальших досліджень. Застосування двох дуг кіл дозволило моделювати S-подібні скелетні лінії, які можна застосовувати при проектуванні рухомих і нерухомих лопаткових апаратів проточних частин багатоступінчастих осьових компресорів.

Розроблений програмний код і проведені розрахунки підтвердили працездатність запропонованого методу аналітичного подання скелетних ліній профілів лопаток осьових компресорів.

Подальші дослідження треба спрямувати на розробку заходів, які б забезпечували проходження скелетних ліній через задані проєктантом кінцеві точки, а також розробити алгоритми розміщення симетричних або асиметричних профілів вздовж скелетних ліній, які відповідають розрахованим значенням кутів входу і виходу потоку.

Список використаних джерел

1. Борисенко В. Д. Геометричне моделювання дволанкових s-подібних кривих [Електронний ресурс] / В. Д. Борисенко, С. А. Устенко, Є. І. Друзь // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. — Мелітополь : ТДАТУ, 2016. — Вип. 6, Т. 2. — С. 14—21.
2. Борисенко В. Д. Метод аналітичного подання скелетних ліній профілів лопаток осьових компресорів [Текст] / В. Д. Борисенко, Є. І. Друзь // Прикладна геометрія та інформаційні технології в моделюванні об'єктів, явищ і процесів: Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції. — Миколаїв : МНУ імені В. О. Сухомлинського, 2016. — С. 55—58.
3. Борисенко В. Д. Побудова дуги кола, що проходить через дві точки і має в них задані кути нахилу дотичних [Текст] / В. Д. Борисенко, Є. І. Друзь // Інформаційні технології в моделюванні: Матеріали II-ої всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. — Миколаїв : МНУ імені В. О. Сухомлинського, 2017. — С. 7—10.
4. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование [Текст] / Н. Н. Голованов. — М. : Физматлит, 2002. — 472 с.
5. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений [Текст] / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. — М. : Мир, 1980. — 270 с.
6. Шикин Е. В. Кривые на плоскости и в пространстве [Текст] / Е. В. Шикин, М. М. Каменецкий. — М. : Фазис, 1997. — 325 с.
7. Farin G. Curves and surfaces for computer-aided geometric design: [a practical guide] [Text] / G. Farin. — Academic Press Inc., 1997. — 447 p.

Валерий БОРИСЕНКО, Евгений ДРУЗЬ

г. Николаев

МОДЕЛИРОВАНИЕ S-ПОДОБНЫХ СКЕЛЕТНЫХ ЛИНИЙ ПРОФИЛЕЙ ЛОПАТОК ОСЕВЫХ КОМПРЕССОРОВ ДУГАМИ ОКРУЖНОСТЕЙ

Статья посвящена разработке метода аналитического описания скелетных (средних) линий профилей плоских сечений лопаток осевых компрессоров с использованием дуг окружностей. Координаты центров этих дуг и их радиусы определяются численным методом.

Ключевые слова: аналитическое описание, скелетная линия, численный метод.

Valeriy BORISENKO, Yevheniy DRUZ

Mykolaiv

MODELLING OF S-SIMILAR SKELETAL LINES PROFILES FOR AXIAL COMPRESSORS BY CIRCULAR ARCS

The article is devoted to the development of the method of analytical description of skeleton (average) lines of profiles of flat sections of axial compressor blades using arc arcs. The coordinates of the centers of these arcs and their radii are determined by the numerical method.

Key words: analytical description, skeleton line, numerical method.

Стаття надійшла до редколегії 12.04.2017