

УДК 514.18

Юрій ХОЛКОВСЬКИЙ

profiz@ukr.net

ORCID: 0000-0002-5081-3582

м. Київ

ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНІ МОДЕЛІ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ

Актуальність даної роботи полягає у розробці ефективних алгоритмів побудови дискретних геометричних моделей багатопараметричних середовищ у зв'язку з суттєвим підвищенням рівня сучасних вимог щодо якості процесів моніторингу та прогнозування стану цих середовищ.

Ключові слова: дискретно задані функції, однопараметрична множина, інтерполяція, вузол інтерполяції, багатопараметричні середовища.

Постановка проблеми

Моделювання багатопараметричних систем та середовищ, прогнозування їх стану – це досить складна й водночас надзвичайно важлива практична задача, а також суспільно-соціальна проблема, яка постає в процесі обробки результатів моніторингу таких середовищ та випрацювані певних рекомендацій та методів щодо довгострокового прогнозування їх стану, визначення антропогенного впливу.

Для визначення антропогенної складової на фоні природних біосферних процесів як раз і використовується екологічний моніторинг. А в умовах неконтрольованого впливу людини на навколишнє середовище, сучасної глобальної екологічної кризи робота з організації екологічного моніторингу, обробки його результатів та прогнозування стану певної екосистеми набуває особливої значущості.

Аналіз останніх досліджень

У літературних джерелах, зокрема, спеціалізованих, питанням дослідження складних багатопараметричних систем приділяється чимало уваги. Проте, в основному, розглядаються питання моніторингу систем та середовищ, статистичної обробки їх результатів. Питання побудови моделей, зокрема, геометричних, таких середовищ практично не зустрічаються. Моделі, якщо й будуються, то, як правило,

емпіричні й базуються на основі певних фізико-хімічних характеристик. Звідси впливають і цілі даної роботи.

Постановка завдання

Розробка ефективних алгоритмів побудови дискретних геометричних моделей багатопараметричних середовищ.

Основна частина

За усіма ознаками багатопараметричні середовища, такі, як екологічні, енергетичні, гідрологічні, метеорологічні тощо можна віднести до категорії стохастичних систем. Це впливає з того, що такі системи та середовища часто взаємопов'язані й неможливо ізольовано розглядати окрему конкретну систему. Відповідно, моделювання, прогнозування й контроль стану таких середовищ як системи є багатопараметричним і стохастичним процесом.

Цілком очевидно, що для подібних систем та середовищ неможливо створити їх континуальну модель. На нашу думку, може бути доцільним використання дискретних математичних моделей, а саме геометричних, у вигляді дискретних чисельних масивів, елементами яких є певні компоненти систем та середовищ. Розроблений автором дискретно-інтерполяційний метод моделювання багатопараметричних об'єктів, систем та середовищ, вважаємо, дозволить побудувати такі моделі. Метод базується на використанні певних дискре-

тно-інтерполяційних схем із застосуванням інтерполяційних поліномів Лагранжа. Дискретний-інтерполяційний підхід, можна вважати більш загальним, тому що від неперервно-аналітичної моделі практично завжди можна перейти до дискретної.

Підхід, що пропонується, є оригінальним. Його оригінальність полягає у розумінні під терміном "вузол інтерполяції" не точку, а більш складний об'єкт, а саме, лінію, поверхню, певний процес, систему, середовище, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх властивостей і параметрів за певною інтерполяційною схемою. Додамо, що подібний підхід щодо моделювання багатопараметричних систем та середовищ у літературі практично відсутній. Дуже важливим є той факт, що даний підхід дозволяє включати в однопараметричну множину функціонали, параметри яких що мають різну структуру і властивості.

На основі певних інтерполяційних схем отримуються однопараметричні множини, які й є дискретними математичними моделями певних процесів, систем та середовищ. Зазначимо, що під схемою інтерполяції надалі будемо розуміти схему розташування саме таких вузлів, описаних вище. При цьому інтерполяційний поліном Лагранжа набуває такого вигляду:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j},$$

де u – параметр інтерполяції, $F(p_1, p_2, \dots, p_k)$ – вузлова функція, p_1, p_2, \dots, p_k – параметри вузлової функції (показники забруднення, рівень концентрації певних речовин, врахування природних особливостей середовищ тощо), n – кількість вузлів інтерполяції. Інтерполювання таких дискретних функцій чи функціоналів здійснюється таким чином: у вузлах інтерполяції розміщуються певні базові функції, а саме дискретні масиви. У роботі [3] введено поняття дискретно-інтерполяційної екоматриці, а у подальших роботах, наприклад, енергоматриці. Подібний підхід можна

розповсюдити й на інші подібні системи та середовища.

Отже, нехай $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m)$ – багатопараметрична неявно задана функція. Сформуємо її у вигляді деякого функціонала $\Phi(p_{i,j})$, що заданий матрицею $M[i, j]$. Визначимо, що $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m) = M[i, j]$, де

$$M[i, j] = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \dots & p_{1,n} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \dots & p_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m,1} & p_{m,2} & \dots & p_{m,n} \end{pmatrix}.$$

Тобто $M[i, j]$ і є вузловою дискретно-інтерполяційною матрицею, а $\Phi(p_{i,j})$ отримуємо як

$$\Phi(p_{i,j}) = \sum_{i=0}^{n-1} M_i[i, j] \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j},$$

де n – кількість вузлів інтерполяції, u – параметр $M_i[i, j]$, відповідний проміжному перерізу (положенню або ж стану).

Вираз $\Phi(p_{i,j})$, що являє собою узагальнену дискретно-інтерполяційну матрицю, і є дискретною геометричною моделлю певної системи чи середовища (екологічного, енергетичного, гідрологічного, геологічного, метеорологічного тощо).

Наведемо алгоритм побудови дискретно-інтерполяційних моделей багатопараметричних систем та середовищ:

1. Формуються вузлові функції у вигляді певних дискретних масивів за необхідними фізико-технічними умовами.
2. Розмірність таких масивів може бути довільною й залежить від конкретних природних та інших умов. Це є важливим на стадії попереднього моделювання.
3. Сформовані бази даних, а саме вузлові функції у вигляді дискретних чисельних масивів, використовуються в роботі основної моделюючої програми, що дозволяє отримати дискретно-інтерполяційну геометричну модель системи чи середовища, що моделюється.
4. У випадку потреби можлива 3-вимірна графічна візуалізація змодельова-

ного середовища за розподілом певних його параметрів.

Висновки й перспективи подальших досліджень

Розроблені алгоритми побудови дискретних геометричних моделей багатопараметричних середовищ дозволяють провести більш ефективний їх моніторинг,

здійснити моделювання прогнозованого стану таких середовищ. Запропонований метод має велику варіативність. Важливо підкреслити, що даний підхід дозволяє включати в однопараметричну множину об'єкти, що мають різну структуру і властивості, які часто неможливо поєднати у континуальній моделі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Холковський, Ю. Р. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та процесів [Текст] / Ю. Р. Холковський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – Вип. 4 – Т. 51. – С. 156-160.
2. Холковський, Ю.Р. Моделювання багатопараметричних процесів та систем на основі дискретно-інтерполяційного підходу в екології [Текст] / Ю.Р. Холковський // Праці VIII Всеукраїнських наукових Таліївських читань. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2012. – С. 204-208.
3. Холковський, Ю.Р. Дискретно-інтерполяційна екоматриця як геометрична модель багатопараметричних процесів та систем в екології [Текст] / Ю.Р. Холковський // Збірник наукових праць «Прикладная геометрия и инженерная графика». – Мелітополь: ТДАТУ, 2013. – Вип. 5. – С. 183-188.
4. Холковський, Ю.Р. Побудова геометричних моделей технічних об'єктів із використанням дискретно-інтерполяційного підходу [Текст] / Ю.Р. Холковський // Збірник наукових праць XVI Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання». – Мелітополь, 2014. – Вип. 1. – С. 138-143.

Yuriy KHOLKOVSKY
Kyiv

DISCRETE-INTERPOLATION MODELS MULTIPARAMETRIC ENVIRONMENTS

The construction of discrete geometric models of multiparametric environment based on non-traditional discrete-interpolation method is considered.

Keywords: discrete set of functions, one-parameter set, interpolation, the interpolation node, multiparametric environment.

Юрий ХОЛКОВСКИЙ
Киев

ДИСКРЕТНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ МОДЕЛИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СРЕД

Рассмотрено построение дискретных геометрических моделей многопараметрических сред на основе нетрадиционного дискретно-интерполяционного метода.

Ключевые слова: дискретно заданные функции, однопараметрическое множество, интерполяция, узел интерполяции, многопараметрические среды.

Стаття надійшла до редколегії 22.10.2017