

УДК 532.593

Валерій ПОЗДЕЄВ

pozdeev1405@gmail.com

ORCID: 0000-0003-1224-7329

Олександр МЕЛЬНИК

melnikaleksandr908@gmail.com

ORCID: 0000-0002-9778-4109

м. Миколаїв

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИМІРЮВАЛЬНОГО ТРАКТУ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ІМПУЛЬСНОГО ТИСКУ В РІДИНІ

Роботу присвячено розробці математичної моделі вимірювального тракту для визначення неспотвореного профілю імпульсного тиску у вільному полі рідкого середовища. Проведено аналіз особливостей імпульсних гідродинамічних вимірювань та навантажень на поверхні технологічних перешкод від імпульсних джерел збурень в рідині. Описано структурну схему вимірювального тракту зі сферичним датчиком імпульсного тиску.

Ключові слова: імпульсний тиск, математична модель, датчик тиску, вимірювальний тракт, рідке середовище.

Постановка проблеми

Визначення неспотвореного профілю імпульсного тиску, який генерується різноманітними імпульсними джерелами, дає важливу інформацію для удосконалення існуючих імпульсних технологій. Однак показання існуючих датчиків імпульсного тиску вже при характерному часі в межах кількох мікросекунд супроводжується значними похибками результатів. Дослідження в даному часовому діапазоні неможливі без зниження систематичних похибок при вимірюванні імпульсних тисків. Одна з основних проблем сучасної експериментальної техніки полягає в підвищенні точності вимірювання імпульсних тисків. При цьому якщо зменшення випадкових похибок вимірювання досягається збільшенням їхньої кількості і подальшою статистичною обробкою даних, то задача зниження систематичних похибок є набагато складнішою. При математичному моделюванні вимірювального тракту найбільшу складність представляє опис гідродинамічного і деформаційного елементів. У разі складної і асиметричної форми датчика аналітичний опис дифракції на його поверхні і розповсюдження пружних коливань в його тілі

наштовхується на істотні математичні труднощі. Актуальність роботи обумовлено широким застосуванням імпульсних джерел в сучасній промисловості, тому методи відновлення неспотвореного профілю тиску за результатами вимірювань можна використовувати в системах моніторингу швидкоплинних процесів в розрядноімпульсних технологіях [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Зусиллями багатьох авторів розроблено ряд методів вимірювань імпульсних тисків, створено численні конструкції датчиків [2-4]. Характерні особливості таких вимірів полягають в тому, що датчик, показує не істинний профіль збурення, а власне перетворення імпульсного тиску. Це пов'язано з тим, що як матеріальне тіло, датчик має деяку інерційність, тому миттєво не реагує на зміни зовнішнього впливу, і після припинення впливу також не може миттєво повернутися до початкового стану. Таким чином, показання датчика будуть спотворені перехідними процесами. Крім того, при електророзряді в рідині вимірювання в безпосередній близькості від плазмового каналу ускладнюються як тією обставиною, що

тиски перевищують межу міцності керамічних матеріалів і природних п'єзокристалів, так і високим рівнем електромагнітного впливу [3, 4]. Для вирішення проблеми усунення систематичних похибок імпульсних гідродинамічних вимірювань можна удосконалити апаратуру і методику вимірювання або на базі математичної моделі вимірювального тракту обробляти експериментальні дані. Найбільш доцільною представляється побудова математичної моделі вимірювального тракту, аналітичний опис процесів вимірювання і подальше усунення систематичних похибок шляхом математичної обробки даних. Така обробка може здійснюватись в режимі реального часу у складі вимірювального комплексу, що дозволить якісно вдосконалити вимірювальну апаратуру.

Постановка завдання

Роботу присвячено розробці математичної моделі вимірювального тракту для визначення тиску у вільному полі рідких середовищ, що дасть можливість усунення похибок результатів вимірів при подальшій обробці даних. В цьому плані сферичний датчик є найбільш простим об'єктом моделювання, і поєднання метрологічних достоїнств з можливістю аналітичного опису датчика слід вважати його істотною перевагою. Гідродинамічний і деформаційний елементи тракту доцільно розглядати в рамках однієї крайової задачі, яка допускає два підходи. Можна скористатися результатами аналізу дифракції на абсолютно твердій сфері, отримати тиск на її поверхні, прийняти його в якості граничної умови внутрішньої задачі і потім розглянути внутрішню задачу. Однак при такому підході відсутній будь-який механізм загасання внутрішніх коливань. Тому при зазначеному підході розв'язок може мати характер наростаючих коливань, які в дійсності відсутні. Введення дисипативних втрат не вважається коректним, оскільки механічна добротність кераміки досить висока. Основним механізмом витоку енергії

слід вважати випромінювання хвиль в рідину за рахунок коливань поверхні. Таким чином, необхідно розглянути спільно внутрішню і зовнішню задачі, поєднуючи розв'язок на межі.

Виклад основного матеріалу

Сформулюємо принцип побудови структурної схеми вимірювального тракту, який використано в моделі. Вимірювання включає в себе ряд послідовних перетворень величини спочатку до вигляду, зручного для порівняння з певним еталоном, а потім до вигляду, зручного для індикації. Кожне перетворення незворотне і супроводжується зростанням ентропії. Оскільки кількість інформації пов'язана з кількістю ентропії, зростання останньої рівносильне втраті і спотворенню інформації, а кожне перетворення здатне внести систематичні похибки. Тоді принцип побудови структурної схеми вимірювального тракту полягає в його розбитті на такі елементи, в кожному з яких відбувається тільки одне перетворення вимірюваної величини.

Процес вимірювання імпульсного тиску включає в себе неодноразові перетворення, а будь-яке перетворення є незворотній процес, в якому втрачається частина інформації. В першу чергу, процес необхідно розділити на структурні блоки, в кожному з яких відбувається тільки одне перетворення інформації, тобто можна вважати, що в кожному блоці відбувається деяке елементарне спотворення інформації. Розглянемо процес вимірювання тиску за допомогою п'єзокерамічного датчика та виділимо наступні елементарні перетворення:

- поле тисків у рідині перетворюється в поле тисків на поверхні датчика;
- поле тисків на поверхні датчика перетворюється в поле напружень всередині нього;
- поле напружень перетворюється в поле переміщень всередині датчика;
- поле переміщень (тензорне поле деформацій) перетворюється в поле густини електричного заряду п'єзокераміки;

– поле густини заряду перетворюється в різницю потенціалів на обкладинках п'єзокерамічного датчика;

– різниця потенціалів перетворюється в напругу на вході реєструючого приладу, де аналогова форма сигналу перетворюється в цифрову.

Розглянемо тепер більш детально кожне елементарне перетворення, звертаючи основну увагу на можливі джерела похибки. Нехай вимір проводиться керамічним датчиком. Внесення в рідину датчика, як чужорідного тіла, призводить до спотворення поля тисків. Ці спотворення, можна уявити, як результат інтерференції двох хвиль: не спотвореної, і дифракційної, що випромінюється поверхнею тіла.

Дифракційна хвиля, що випромінюється тілом кінцевих розмірів, має характер сферичної хвилі, тобто її амплітуда стає малою на відстанях, великих в порівнянні з розмірами тіла. Якщо розміри тіла малі, вже на невеликих відстанях амплітуда дифракційної хвилі стає настільки малою, що явищем дифракції при визначенні тисків у рідині можна знехтувати. Однак датчик сприймає тиск, що діє на його поверхню. Тому які б не були малі розміри датчика, дифракційний тиск буде вносити помітні спотворення в поле тисків на його поверхні. Таким чином, при вимірюванні імпульсних тисків явище дифракції необхідно враховувати навіть в разі датчиків малого розміру.

Діюче на поверхні датчика поле тисків викликає в ньому деякий коливальний процес. При цьому розподіл напружень всередині датчика може якісно відрізнитися від форми тиску на його поверхні. Наприклад, короткий імпульсний вплив здатний викликати коливання датчика на його власній частоті, причому коливання можуть спостерігатися порівняно довго після того, як зовнішнє збурення зникло.

Залежність між напругою і деформацією з високою точністю описується законом Гука в диференціальній формі. Таким чином, релаксаційні ефекти в даному пере-

творенні відсутні, залежність лінійна з високим ступенем точності, оскільки для кераміки вихід в область нелінійної деформації рівносильний руйнуванню. Отже, даний етап перетворення не вносить суттєвого спотворення інформації.

Перетворення деформації в густину електричного заряду характеризується такими ж властивостями, що розглянуто вище: лінійність і диференційний характер. Таким чином, і при цьому перетворенні не відбувається помітних спотворень інформації.

Перетворення об'ємного розподілу густини заряду в різницю потенціалів на обкладинках датчика є перехід від величини, що має чотири ступеня свободи, до величини з одним ступенем свободи. На перший погляд, при цьому відбувається втрата певної кількості інформації. Однак вимірювана величина – залежність від часу тиску в певній точці простору насправді має один ступень свободи. Решта ступенів з'являються на проміжних стадіях перетворення. Тому деякі втрати інформації в результаті інтегрування по об'єму відбуваються, проте вони менше, ніж можна було очікувати.

Датчик, вхідний ланцюг реєструючого приладу і кабель, що їх з'єднує, утворюють вимірювальний ланцюг. П'єзокерамічний датчик можна представити як генератор напруги з ємнісним внутрішнім опором. Кабель являє собою довгу лінію з розподіленими параметрами: опором, ємністю і індуктивністю. Вхідні ланцюги більшості реєструючих приладів мають досить малу ємність і являють собою навантаження, що наближається до активного. У деяких випадках у вхідному ланцюзі є розділовий конденсатор. Спотворення інформації на цьому етапі перетворень виникає в результаті перехідних процесів у вимірювальному ланцюзі. Таким чином, аналіз спотворень сигналу в разі керамічного датчика вимагає розв'язання зовнішньої дифракційної задачі, внутрішньої задачі теорії пружності та задачі про перехідні процеси в еквівалентному ланцюзі.

У запропонованій математичній моделі використовується сферична система координат r, θ, η центр якої збігається з поверхнею датчика, а вертикальну вісь $\theta = 0$ спрямовано назустріч падаючій хвилі ортогонально до її фронту. Відлік часу ведеться з моменту контакту фронту хвилі з поверхнею сфери. Рух рідини характеризується потенціалом швидкостей Y , переміщення в твердому тілі – скалярним потенціалом переміщень Φ . Позначимо параметри Ламе матеріалу λ і μ , густину рідини ρ_0 і швидкість звуку в рідині c_0 . Потенціал швидкостей рідини представлено у вигляді суми потенціалів падаючої Y_0 і дифракційної Y_1 хвиль, причому в дифракційну хвилю входить і хвиля, що випромінюється поверхнею. В математичну модель включено:

рівняння

$$\frac{\partial^2 Y_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial Y_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 Y_1}{\partial t^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0;$$

початкові умови

$$Y_1|_{t=0} = \frac{\partial Y_1}{\partial t}|_{t=0} = \Phi|_{t=0} = \frac{\partial \Phi}{\partial t}|_{t=0} = 0;$$

граничні умови

$$\lim_{r \rightarrow \infty} Y_1 = 0; \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right| < \infty;$$

умова непротікання на поверхні

$$\frac{\partial Y_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial t} \Big|_{r=r_0};$$

динамічна умова на поверхні

$$P_{rr} \Big|_{r=r_0} = P \Big|_{r=r_0},$$

де

$$P_{rr} = \lambda \Delta \Phi + 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}; \quad P = -\rho_0 \frac{\partial Y}{\partial t}.$$

Таким чином, динамічна умова приймає вид

$$\left(\lambda \Delta \Phi + 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right) \Big|_{r=r_0} = -\rho_0 \frac{\partial Y}{\partial t} \Big|_{r=r_0}.$$

Метод розв'язання поставленої задачі базується на перетвореннях Лапласу за часом і розкладанні в ряд за поліномами Лежандра за кутом θ .

Розглянута дифракційна задача має своєю кінцевою метою отримання передавальних функцій датчиків тиску. Отримання спільного розв'язку поставленої дифракційної задачі у вигляді нескінченного ряду пов'язано з надзвичайно громіздкими викладками. Але для отримання передавальної функції вимірювального тракту необхідний лише нульовий член розкладів.

Зауважимо, що в ряді випадків, коли імпеданс ядра датчика значно перевищує імпеданс рідини, а товщина п'єзокерамічної оболонки мала в порівнянні з радіусом датчика, для опису останнього можливо використовувати модель абсолютно твердого тіла. В цьому випадку із структурної схеми тракту виключається деформаційний елемент. Тоді подальший аналіз доцільно проводити спочатку для більш простої моделі абсолютно жорсткого датчика.

В даний час спостерігається тенденція до підвищення вхідного опору реєструючих приладів. При цьому спотворення, що внесено перехідними процесами до вимірювального ланцюга, стають малими та їхніми значеннями можна знехтувати. Нарешті, можна отримати зв'язок напруги на вході реєструючого приладу з профілем падаючої хвилі для випадку, коли вимірювання проводяться сферичним п'єзокерамічним датчиком з урахуванням хвильових процесів, що відбуваються в ньому.

Висновки і перспективи досліджень

На базі проведеного аналізу характерних особливостей імпульсних гідродинамічних вимірювань розроблено математичну модель вимірювального тракту для визначення неспотвореного профілю імпульсного тиску у вільному полі рідкого сере-

довища. Застосування розробленої моделі та дотримання наведених рекомендацій забезпечить стабільність і достовірність показань реєструючої апаратури в складі

інформаційно-вимірювальних комплексів з моніторингу швидкоплинних процесів в імпульсних технологіях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гулый, Г.А. Основы разрядноимпульсных технологий [Текст] // Г.А. Гулый – К.: Наукова думка, 1990. – 208 с.
2. Шарапов, В.М. Датчики: справочное пособие [Текст] // В.М. Шарапов, Е.С. Полищук, Н.Д. Кошевой. – М.: Техносфера, 2012. – 624 с.
3. Суркаев, А.Л. Исследование импульсного волнового пьезодатчика давления [Текст] / А.Л. Суркаев, В.Г. Кульков // Акустический журнал. – 2006. – т. 52, №2. – С. 264-268.
4. Жекул, В.Г. Пьезоэлектрический волноводный датчик для измерения импульсного давления в замкнутых объемах жидкости при высоковольтном электрическом разряде [Текст] / В.Г. Жекул, А.П. Смирнов, Э.И. Тафтай [и др.] // Електротехніка і Електромеханіка. – 2017. – №5. – С. 31-35.

Valeriy POZDEEV, Alexandr MELNIK
Mykolaiv

MATHEMATICAL MODELING OF THE MEASURING TRACT FOR DETERMINATION OF PULSE PRESSURE IN LIQUID

The work is devoted to the development of a mathematical model of the measuring path for determining the undistorted pulse pressure profile in the free field of a liquid medium. The analysis of the features of pulsed hydrodynamic measurements and loads on the surface of technological barriers from pulsed sources of disturbances in a liquid was carried out. The block diagram of the measuring path with a spherical pulse pressure sensor is described.

Keywords: pulse pressure, mathematical model, pressure sensor, measuring path, liquid medium.

Валерий ПОЗДЕЕВ, Александр МЕЛЬНИК
Николаев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАКТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ

Работа посвящена разработке математической модели измерительного тракта для определения неискаженного профиля импульсного давления в свободном поле жидкой среды. Проведен анализ особенностей импульсных гидродинамических измерений и нагрузок на поверхности технологических преград от импульсных источников возмущений в жидкости. Описана структурная схема измерительного тракта со сферическим датчиком импульсного давления.

Ключевые слова: импульсное давление, математическая модель, датчик давления, измерительный тракт, жидкая среда.

Стаття надійшла до редколегії 21.10.2018