

МОДЕЛЬ ГОРИЗОНТА В В ПРОФИЛЕ ПОДЗОЛА¹ *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Россия*² *Московский инженерно-физический институт, Россия*³ *Институт ядерного синтеза РНЦ «Курчатовский институт», Россия*⁴ *Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Россия*

Сформулирована математическая макромоделю почвенного профиля подзола в виде системы уравнений гидродинамического типа для 6 «связок»: «влаги» w , «фульво» f , «фульватов» c , «осадка» F , «материнской породы» μ и нерастворимой субстанции μ^* («кремнезем»). Основнй интерес представляет формирование горизонта В, как правило, резко отделенного от горизонта А₂. Поскольку горизонт В появляется ещё до завершения формирования подзолистого горизонта А₂, горизонт В в основном рассчитывался при неизменном горизонте А₂. Поэтому ниже приводятся подробно только распределения $w(x)$, $f(x)$, $c(x)$, $F(x)$ при разных значениях коэффициентов переноса и при постоянных величинах μ и μ^* .

Ключевые слова: почвенный профиль, математическая макромоделю, подзол.

Л. О. Карпачевский¹, О. В. Кравченко², О. I. Морозов³, В. В. Савельев⁴¹ *Московський державний університет ім. М. В. Ломоносова, Росія*² *Московський інженерно-фізичний інститут, Росія*³ *Інститут ядерного синтезу РНЦ «Курчатовський інститут», Росія*⁴ *Інститут прикладної математики ім. М. В. Келдыша РАН, Росія***МОДЕЛЬ ГОРИЗОНТУ В У ПРОФІЛІ ПІДЗОЛУ**

Сформовано математичну макромоделю ґрунтового профілю підзолу у вигляді системи рівнянь гідродинамічного типу для шести «зв'язок»: «вологи» w , «фульво» f , «фульватів» c , «осаду» F , «материнської породи» μ та нерозчинної субстанції μ^* («кремнезем»). Основний інтерес викликає формування горизонту В, як правило, різко відділеного від горизонту А₂. Оскільки горизонт В з'являється ще до завершення формування підзолистого горизонту А₂, горизонт В в основному розраховувався при незмінному горизонті А₂. Тому у статті наводяться докладно лише розподілення $w(x)$, $f(x)$, $c(x)$, $F(x)$ при різних значеннях коефіцієнтів переносу та при постійних величинах μ та μ^* .

Ключові слова: ґрунтовий профіль, математична макромоделю, підзол.

L. O. Karpachevskij¹, E. V. Kravchenko², A. I. Morozov³, V. V. Savelyev⁴¹ *M. V. Lomonosov Moscow state university*² *Moscow physics-engineering institute*³ *Nuclear fusion institute RSC «Kurchatov institute»*⁴ *M. V. Keldysh applied mathematics institute of RAS***IMITATION OF THE 2ND HORIZON IN A PODSOL PROFILE**

The mathematical macromodel of the podsol soil horizon was developed. The model is a system of the six hydrodynamic equations: w (moisture), f (fulvic acids), c (fulvates), F (precipitation), μ (mother bed), μ^* (insoluble substation – silica). The analysis of the distributions of $w(x)$, $f(x)$, $c(x)$, $F(x)$ in case of the various transport factors and in the presence of the fixed μ and μ^* is given.

Keywords: soil profile, mathematical macromodel, podsol.

О необходимости, по крайней мере со временем, перехода почвоведения на математический язык говорили многие выдающиеся почвоведы, начиная с В. В. Докучаева. Однако этот процесс долгое время касался частных вопросов, например динамики влаги солей и т. п.

По-видимому, первым начал строить модель почвенного профиля в целом А. И. Морозов (1988а, 1988б, 1998), к которому потом присоединились Е. М. Самойлова, В. В. Савельев и другие (Калиткин, 1978; Морозов, 2007).

Первой моделью (Морозов, 1988а) была «модель идеального подзола» из пяти уравнений для пяти «связок»: «влаги» w , агрессивных кислот – «фульво» f , «биофила» c , «материнской породы» μ и нерастворимого продукта разложения материнской породы – «кремнезема» μ^* . Предполагалось, что f и c переносятся конвективно влагой

$$v_f = v_w, \quad v_c = v_w \quad (1)$$

хотя к этому переносу могла добавляться диффузия f и c относительно влаги:

$$v_f = v_w - D_f \nabla f, \quad v_c = v_w - D_c \nabla c, \quad (2)$$

Кроме того, предполагались следующие процессы: 1) влага распространяется диффузно $v_w w = -D_w \nabla w$; 2) влагопоглощение корнями $q_w w$; 3) считалось, что f не поглощается корнями; 4) фульво предполагалось самораспадающейся с характерным временем распада τ_f ; 5) материнская порода μ предполагается разлагаемой под действием фульво: $\mu + f \rightarrow \mu^* + c$.

В итоге получалась система уравнений УИП-5 (Уравнения Идеального Подзола), в простейшем случае имеющая вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div}(v_w w) &= -q_w w, \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \operatorname{div}(v_f f) &= -\frac{f}{\tau_f} - \frac{M_f}{M_\mu} \beta \mu f, \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div}(v_c c) &= -\frac{c}{\tau_c} + \frac{M_c}{M_\mu} \beta \mu f, \\ \frac{\partial \mu}{\partial t} &= -\beta \mu f, \\ \frac{\mu}{M_\mu} + \frac{\mu^*}{M_{\mu^*}} &= \frac{\mu_0}{M_\mu}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $M_\mu, M_{\mu^*}, M_f, M_c$ – молекулярные массы компонент.

Эта система уравнений, применительно к расчету профиля подзола, содержит необязательную величину – биофил c , важный при расчете биогеоценозов. Для нашей цели она может быть исключена.

С другой стороны, в УИП-5 нет механизма образования иллювиального горизонта В.

Модель с выпадением осадка (УИП-6М)

Процесс подзолообразования изучается длительное время, однако многое ещё осталось неясным. Большая часть ученых рассматривает подзолообразование как результат разрушения минералов, содержащихся в горизонте А2, агрессивными фульвокислотами. Согласно этим представлениям фильтрующиеся почвенные растворы выносят продукты разрушения из горизонта А2 (который в результате этого обесцвечивается) в горизонт В, где происходит осаждение этого комплекса соединений, который будем называть условно фульватами. Существуют разные представления о причинах выпадения осадка. Мы будем предполагать, что это результат возрастания концентрации фульватов выше некоторого критического уровня.

Постановка задачи с выпадением осадка (одномерная модель).

В этой модели остаются неизменными уравнения

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \frac{\partial w}{\partial x} \right) - qw, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_f f) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_f \frac{\partial f}{\partial x} \right) - \frac{f}{\tau_f} - \frac{M_f}{M_\mu} \beta \mu f, \quad (4б)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\beta \mu f, \quad (4в)$$

$$\frac{\mu}{M_\mu} + \frac{\mu^*}{M_{\mu^*}} = \frac{\mu_0}{M_\mu}. \quad (4г)$$

Но теперь модель учитывает также выпадение в виде осадка фульватов c , растворенных в воде. Вводится новая величина $c_b = \frac{c}{w}$, характеризующая концентрацию раствора фульватов. Концентрацию насыщенного раствора обозначим c_b^* . Считаем, что концентрация фульватов не может превысить значение c_b^* . Если в некоторой точке $0 < x^* < L$ концентрация раствора превышает критическую, то при $x^* \leq x$ считаем, что излишек фульватов выпадает в осадок F . Итак, при $x < x^*$ справедливы уравнения

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_w c) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{c}{\tau_c} + \frac{M_c}{M_\mu} \beta \mu f, \quad (5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

Если $x > x^*$, то

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_w c) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{c}{\tau_c} - \frac{F}{\tau_F} + \frac{M_c}{M_\mu} \beta \mu f, \quad (6)$$

$$c = c_b^* w$$

Здесь τ_F – характерное время распада твердого вещества (осадка). При $x < x^*$ осадок отсутствует, движение растворенных в воде фульватов удовлетворяет уравнению (4в). При $x < x^*$ концентрация раствора фульватов остается постоянной, равной c_b^* . Распределение общей массы растворенного вещества и выпавшего в осадок удовлетворяет уравнению (5). Подставив соотношение $c = c_b^* w$ в уравнение (6), получим

$$c_b^* \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial t} + c_b^* \frac{\partial}{\partial x} (v_w w) = c_b^* \frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial w}{\partial x} \right) - c_b^* \frac{w}{\tau_c} - \frac{F}{\tau_F} + \frac{M_c}{M_\mu} \beta \mu f.$$

Или

$$\frac{\partial F}{\partial t} = c_b^* \left(-\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (v_w w) - \frac{w}{\tau_c} \right) + c_b^* \frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{F}{\tau_F} + \frac{M_c}{M_\mu} \beta \mu f.$$

Подставляя в (6) сначала соотношение $v_w w = -D_w \frac{\partial w}{\partial x}$, а затем уравнение (4а), получим уравнение для F при $x < x^*$:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = c_b^* w \left(q - \frac{1}{\tau_c} \right) + c_b^* \frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{F}{\tau_F} + \frac{M_c}{M_\mu} \beta \mu f. \quad (7)$$

Систему уравнений (4а), (4б), (4в), (4г), (5), (6), (7) будем называть системой УИП-6М.

Выбор иллюстрированных решений системы УИП-6М

Выписанная система уравнений содержит почти 10 параметров, не считая отношений масс компонентов: это $q_w, D_w, D_f, D_c, \tau_f, \tau_c, \tau_F, \beta, c_w^*$, а также параметры, определяющие значения основных величин на верхней границе почвы: w_0, f_0, c_0 .

Каждый из этих параметров может в реальных условиях принимать различные значения в широких интервалах. Для определенности будем предполагать – 10 значений. Отсюда сразу вытекает оценка огромного количества вариантов профилей ($\geq 10^{13}$), которые могут быть построены в рамках данной модели УИП-6М. Конечно, большинство из них можно будет сгруппировать в существенно меньшее число типов. Но все равно их будет много. Кроме того, такая классификация – дело непростое, и пока мы ограничимся небольшим числом достаточно случайных вариантов. Заметим, что расчет множества возможных «идеальных подзолов» осложнен наличием двух групп процессов – быстрых и медленных.

К быстрым относятся процессы с w, f, c, F . К медленным – с μ и μ^* .

Мы приведем два примера медленных процессов с сильно увеличенным значением β и 16 примеров быстрых процессов.

Эти расчеты были выполнены для определенности в рамках некоего «базового режима».

Вот его параметры (рис. 1):

толщина почвенного слоя $L=1$ м, глубина залегания корней $l=1/2$ м, плотность корневого поглощения – ступенчатая

$$q_w = \begin{cases} 0.1 \text{ сутки}^{-1} & 0 < x < l, \\ 0 & l < x < L \end{cases}$$

Коэффициенты диффузии:

$$D_w = 0,01 \text{ м}^2/\text{сут}, \quad D_f = 0, \quad D_c = 0.$$

Время самораспада:

$$\tau_f = 5 \text{ суток}, \quad \tau_c = 60 \text{ суток}, \quad \tau_F = 60 \text{ суток}.$$

На верхней границе

$$W_0 = 60000 \text{ г/м}^3, \quad f_0 = 3 \cdot 10^3 \text{ г/м}^3, \quad c_0 = 30 \text{ г/м}^3.$$

На нижней границе $\frac{\partial w}{\partial x} = -kw$ $\Big|_{x=L}$ и коэффициент просачивания влаги $k = 0,1 \text{ м}^{-1}$.

Начальная плотность материнской породы $\mu_0 = 10^6 \text{ г/м}^3$.

Коэффициент скорости разложения μ : $\beta = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{г} \cdot \text{сут}$.

Молекулярные массы: $M_f/M_\mu \sim M_c/M_\mu \sim 1$.

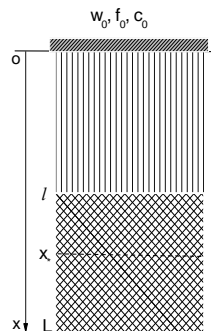


Рис. 1

Если какие-либо параметры брались при конкретных расчетах, отличных от приведенных («базовых»), то это специально оговаривается.

Формирование горизонта А2

Система уравнений УИП-6М позволяет рассчитать при заданных кинетических коэффициентах и граничных условиях полную эволюцию профиля от зарождения почвы до её «зрелого» состояния. Но такой расчет достаточно громоздкий, и для начального знакомства с УИП-6М мы рассмотрим две группы фрагментарных решений.

Прежде всего рассмотрим формирование горизонта А2, пренебрегая выпадением осадка, то есть образованием горизонта В.

Это позволит рассматривать усеченно систему (УИП-4), содержащую w, f, μ, μ^* . Такого рода расчеты уже проводились ранее (Морозов, 2007) для одного набора кинетических коэффициентов. Здесь же мы рассмотрим профили при двух наборах кинетических коэффициентов. Это не только даст больше информации, но и избавит читателя от поиска работы (Морозов, 2007).

При реальных значениях β формирование горизонта А2 – медленный процесс. Поэтому для расчета УИП-4 был взят коэффициент $\beta = 10^{-7} \text{ м}^3/\text{г}\cdot\text{сут.}$ и появилась возможность наблюдать значительные изменения $\mu(x, t)$ за относительно короткое время.

Результаты расчетов $\mu(x, t)$ и $\mu^*(x, t)$ при разных значениях τ_f и q_w представлены на рис. 2, 3. На приведенных рисунках хорошо видна роль поглощения влаги корнями без поглощения фульво. Обращает на себя внимание и сильное влияние на профиль $\mu(x, t)$, а значит и на $\mu^*(x, t)$, времени самораспада фульво. Интересным моментом распределений является существенное смещение области наиболее интенсивного разложения μ при изменении q_w и τ_f .

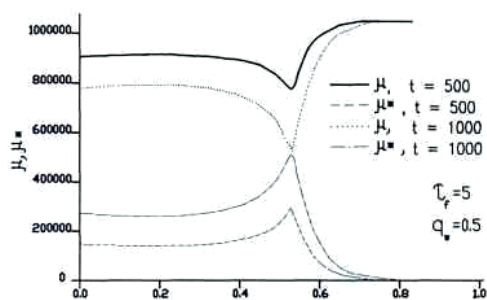


Рис. 2

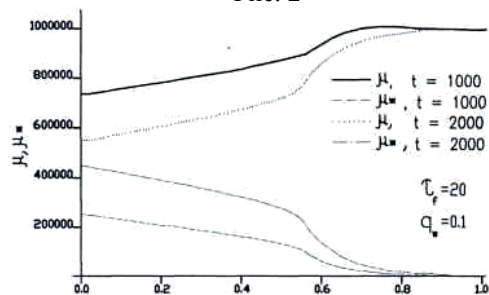


Рис. 3

Особенности горизонта В

Расчеты профиля почв с особым вниманием к горизонту В проводились 16 раз, причем каждый раз в основу брался базовый набор кинетических коэффициентов, но с вариациями одного из этих коэффициентов.

При этом μ и μ^* считались постоянными. Иными словами, рассматривалась динамика четырех параметров, но теперь это были «быстрые» параметры (w, f, c, F).

Результаты расчетов представлены на рис. 4. Введенный коэффициент распада твердых фульватов положим равным коэффициенту для раствора $\tau_F = \tau_c = 60 \text{ сут.}$, $\tau_f = 5 \text{ сут.}$ Критическое значение концентрации раствора возьмем равным $c_b^* = 5 \cdot 10^3$.

Здесь сразу обращает на себя внимание профиль осадка. Он выглядит «столбом» с вертикальными стенками. Как показывают подробные расчеты и анализ (Морозов, 2007), этот столб постоянно растет, но в то же время самораспадается. Конкуренция этих взаимно противоположных процессов и определяет высоту столба в установившемся режиме.

Остальные черты распределений быстрых компонент достаточно очевидны, и мы не будем останавливаться на их обсуждении.

Численное решение уравнений УИП-6М проведено разностными методами. Применялась противотоковая явная аппроксимация конвективных членов и симметричная аппроксимация вторых пространственных производных с верхнего временного слоя. Системы трехдиагональных уравнений решаются стандартным методом прогонки (Калиткин, 1978).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Калиткин Н. Н.** Численные методы. – М.: Наука, 1978.
- Морозов А. И.** Замкнутая математическая модель идеального подзола // Докл. АН СССР. – 1988а. – Т. 302, № 2.
- Морозов А. И.** О природе почвы // Информационные проблемы изучения биосферы. – М.: Наука, 1988б.
- Морозов А. И.** Модель эволюции «идеального подзола» в стационарных условиях / А. И. Морозов, В. В. Савельев, Е. М. Самойлова и др. // Вести МГУ. – 1998. – № 3. – С. 17.
- Морозов А. И.** О почве и почвоведении. Взгляд со стороны. – М.: Геос, 2007.

Надійшла до редколегії 12.03.09