

А.В. Новикова, магистр, мл. научн. сотр.
(ИГТМ НАН Украины)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СЖАТИИ СО СДВИГОМ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Аннотация. В работе рассмотрена проблема определения механических характеристик резиновых деталей, предназначенных для виброизоляции тяжёлых горных машин, при циклическом сжатии, сдвиге и сжатии со сдвигом. Приведены результаты квазистатических и динамических испытаний, проведённых с целью оценки влияния предварительного сжатия на сдвиговую жёсткость резиновых элементов.

Ключевые слова: кажущийся модуль упругости, сжатие со сдвигом, предварительное поджатие

A.V. Novikova, M. S. (Tech.), Junior Researcher
(IGTM NASU)

THE SOLUTION OF A PROBLEM OF COMPRESSION WITH SHEAR OF PRISMATIC RUBBER-METAL ELEMENTS

Abstract. The problem of definition of mechanical characteristics of the rubber details intend for vibration insulation of heavy mining machinery is considered, at cyclic compression, shear and both compression and shear. The results of quasi-static and dynamic trials, conducted for the purpose of an estimate of pre-compression influence on shear stiffness of rubber elements, are given.

Keywords: apparent elastic modulus, compression with shear, preliminary compression

1 Введение

Задача определения осадки резиновых элементов, работающих на сжатие, решалась в разное время такими авторами, как Э.Э. Лавендел [1], С.И. Дымников [2], В.Л. Бидерман, Н.А. Сухова [3, 4] и др. Большинство из них ограничивались случаем малых деформаций.

В работе [5] решалась задача определения напряжённо-деформированного состояния (НДС) резиновых виброизоляторов, предназначенных в качестве элементов вибросейсмозащиты тяжёлых машин и сооружений. Следует отметить, что виброизоляторы такого типа отличаются большими геометрическими размерами и большими деформациями. Авторами работы [5] было предложено учитывать нелинейность при больших деформациях при помощи оригинального упругого потенциала, полученного при экспериментальных исследованиях натуральных вибросейсмоблоков. При этом для учёта особенностей на торцах использовался коэффициент ужесточения β , который рассчитывался по формуле:

$$\beta = 1 + 1,03\rho^2, \quad (1)$$

полученной на основании математической обработки экспериментальных данных для массивных цилиндрических сплошных амортизаторов [6].

При помощи метода Рунге задача расчёта НДС массивного вибросейсмоизолятора была сведена к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, которая была решена численно методом Рунге-Кутты четвёртого порядка точности. Далее было проведено численное интегрирование, в результате которого получено значение осадки амортизатора. Сравнение с экспериментом показало, что использование предложенного упругого потенциала, а также формулы (1) приводит к достаточно точным результатам.

2 Исследование НДС резиновых деталей при сжатии со сдвигом

В качестве основных механических характеристик резиновых деталей горных машин обычно используются: коэффициенты жёсткости, условные (кажущиеся) модули и безразмерные параметры, водятся аналогично параметрам жёсткости в линейной теории упругости (так называемые параметры типа β) [7]. Например, при циклическом сжатии имеем следующие механические характеристики:

- коэффициент жёсткости

$$\tilde{C}_n = \tilde{N}/\tilde{U},$$

- кажущийся модуль упругости

$$\tilde{E}_\kappa = (\tilde{N}/S)/(\tilde{U}/H) = \tilde{C}_n H/S,$$

- параметр жёсткости

$$\tilde{\beta}_n = \tilde{E}_\kappa/E_0,$$

где \tilde{N} и \tilde{u} – амплитуды нагрузки и перемещения на торце РД;

$\tilde{(\cdot)} = (\cdot)' + (\cdot)''$ – комплексное представление параметров: $\tilde{N} = N' + iN''$,

$\tilde{u} = u' + iu''$ и т.д.;

S – площадь торца;

H – высота детали;

E_0 – статический модуль Юнга.

При сдвиговом и комбинированном нагружении используются аналогично вводимые величины \tilde{C}_τ , $\tilde{\beta}_\tau$ и др.

Нелинейная связь амплитуд нагрузки \tilde{N} и перемещения \tilde{u} может быть определена как секущими

$$\tilde{C}_n = \tilde{E}_\kappa \cdot S/H; \quad \tilde{E}_\kappa = \langle \tilde{\sigma} \rangle_s / \langle \tilde{\varepsilon} \rangle_n, \quad \langle \tilde{\sigma} \rangle_s = \tilde{N}/S; \quad \langle \tilde{\varepsilon} \rangle_n = \tilde{u}/H; \quad (2)$$

где $\langle \tilde{\sigma} \rangle_s$, $\langle \tilde{\varepsilon} \rangle_n$ – средние по торцу напряжения и средние деформации, так и касательными характеристиками:

$$\tilde{C}_n = \tilde{E}_\kappa S/H, \quad \tilde{E}_\kappa = \partial \langle \tilde{\sigma} \rangle_s / \partial \langle \tilde{\varepsilon} \rangle_n.$$

На практике удобнее пользоваться формулами (2), так как в этом случае не требуется интегрирование вдоль диаграммы $\tilde{N} \sim \tilde{u}$.

С помощью параметров типа β можно выразить коэффициенты жёсткости резиновых деталей через амплитудно-зависимые модули \tilde{E}_κ , \tilde{G}_κ :

$$E'_\kappa = \beta'_n E_0; \quad E''_\kappa = \beta''_n E_0; \quad (3)$$

$$G'_\kappa = \beta'_n G_0; \quad G''_\kappa = \beta''_n G_0.$$

$$\tilde{C}_n = \tilde{E}_\kappa S/H, \quad \tilde{C}_\tau = \tilde{G}_\kappa S/H. \quad (4)$$

Для определения коэффициентов жёсткости по формулам (2) необходим расчёт НДС детали.

Задача об определении НДС формулируется в терминах амплитуд механических полей – перемещений $\tilde{u}_i(\vec{x}, t)$, деформаций $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\vec{x}, t)$, напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}(\vec{x}, t)$, $i, j = 1, 2, 3$, а также усреднённой за период колебаний температуры $\theta(\vec{x}, t)$ и включает:

- уравнения квазистатического равновесия и энергии

$$\tilde{\sigma}_{ij,j} = 0, \tag{5}$$

$$C_\theta \dot{\theta} = (k_\theta \theta_{,i}) = \bar{D}; \tag{6}$$

- определяющие соотношения

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{G} \left(\tilde{\varepsilon}_{ij} + \frac{\tilde{\nu}}{1-2\tilde{\nu}} \tilde{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} \right), \tag{7}$$

$$\bar{D} = \frac{\omega}{2} (\sigma''_{ij} \varepsilon'_{ij} - \sigma'_{ij} \varepsilon''_{ij}), \tag{8}$$

- соотношения Коши

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{ij} + \tilde{u}_{j,i}),$$

- механические и тепловые граничные условия

$$\tilde{\sigma}_{ij} n_j = \tilde{t}_{0i}(\bar{x}, t) \text{ на } S_\sigma, \tag{9}$$

$$\tilde{u}_i = \tilde{u}_{0i}(\bar{x}, t) \text{ на } S_u, \tag{10}$$

$$-\lambda_\theta \frac{\partial \theta}{\partial n} + \alpha_\theta (\theta - \theta_c) = 0 \text{ на } S, \quad S = S_\sigma + S_u, \tag{11}$$

- начальное условие

$$\text{при } t=0 \quad \theta = \theta_0(\bar{x}), \tag{12}$$

где C_θ – объёмная теплоёмкость;
 λ_θ – коэффициент теплопроводности;
 α_θ – коэффициент теплоотдачи;
 θ_c – температура окружающей среды;
 $\theta_0(\bar{x}), \tilde{t}_{0i}(\bar{x}, t), \tilde{u}_{0i}(\bar{x}, t)$ – заданные функции;
 $\theta_{,i} = \partial \theta / \partial x_i, \dot{\theta} = \partial \theta / \partial t$.

Совокупность соотношений (2)-(12) позволяет решить задачу расчёта параметров типа β в зависимости от амплитуды деформации и конструктивных особенностей детали при соответствующей конкретизации условий нагружения (9)-(12).

Для призматических деталей прямоугольного сечения $|x| \leq \ell, |y| \leq h$, боковая поверхность которых свободна от нагрузки, а поверхности $y = \pm h$ кинематически возбуждаются, имеют следующие граничные условия:

- механические при сдвиге

$$\tilde{u}_{yy} = 0, \quad \tilde{u}_{xx} = \pm u_{0x} \quad y = \pm h, \quad 2h = H,$$

$$\tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0 \quad x = \pm \ell, \quad 2\ell = L,$$

- при сжатии

$$\tilde{u}_{yy} = \pm u_{0x}, \quad \tilde{u}_{xx} = 0 \quad y = \pm h,$$

$$\tilde{\sigma}_{xx} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0 \quad x = \pm \ell,$$

- тепловые

$$\theta_{,x} \pm \alpha_\theta^{(1)} \lambda_\theta^{-1} (\theta - \theta_c) = 0 \quad y = \pm h,$$

$$\theta_{,y} \pm \alpha_\theta^{(2)} \lambda_\theta^{-1} (\theta - \theta_c) = 0 \quad y = \pm \ell.$$

Для кругового цилиндра $|z| \leq h, R_0 < r < R$ имеем

- при сжатии

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{zz} &= \pm u_{0z}, \quad \tilde{u}_{rr} = 0 & z = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_{rr} &= \tilde{\sigma}_{rz} = 0 & r = R_0, R;\end{aligned}$$

- при сдвиге вдоль оси на величину u_{0x}

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{rr} &= u_{0x} \cos \theta', \quad \tilde{u}_{\theta\theta'} = -u_{0x} \sin \theta', \quad \tilde{u}_{zz} = 0 & z = h, \\ \tilde{u}_{rr} &= \tilde{u}_{\theta\theta'} = \tilde{u}_{zz} = 0 & z = -h, \\ \tilde{\sigma}_{rr} &= \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{\sigma}_{r\theta'} = 0 & r = R_0, R;\end{aligned}$$

- тепловые граничные условия

$$\begin{aligned}\theta_{,z} \pm \alpha_{\theta}^{(1)} \lambda_{\theta}^{-1} (\theta - \theta_c) &= 0 & z = \pm h, \\ \theta_{,r} \pm \alpha_{\theta}^{(2)} \lambda_{\theta}^{-1} (\theta - \theta_c) &= 0 & r = R_0, R.\end{aligned}$$

В результате решения сформулированной выше задачи с соответствующими граничными условиями параметры $\tilde{\beta}_n$ и $\tilde{\beta}_{\tau}$ определяется следующими соотношениями:

- для призматических деталей при сдвиге

$$\tilde{\beta}_{\tau} = h \ell^{-1} \int_0^{\ell} \tilde{\sigma}_{xy}(x, h) dx / G_0 u_{0x};$$

- для призматических деталей при сжатии

$$\tilde{\beta}_n = h \ell^{-1} \int_0^{\ell} \tilde{\sigma}_{yy}(x, h) dx / E_0 u_{0y};$$

- для круговых цилиндрических деталей при сжатии

$$\tilde{\beta}_n = 2h(R^2 - R_0^2)^{-1} \int_0^R r \tilde{\sigma}_{zz}(r, h) dr / E_0 u_{0z};$$

- для цилиндрических деталей при сдвиге

$$\tilde{\beta}_{\tau} = h \cdot S^{-1} \int_S \tilde{t}_x dS / G_0 u_{0x}; \quad \tilde{t}_x = \tilde{\sigma}_{zr} \cos \theta' - \tilde{\sigma}_{z\theta'} \sin \theta'.$$

В случае, когда резиновый элемент подвергается сжатию со сдвигом, а сжимающая сила P направлена под углом α , то осадка Δ и жёсткость C определяются по формулам [8]:

$$\Delta = \frac{Ph}{2F(E \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha)}; \quad C = \frac{2F(E \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha)}{h},$$

где $F = ab$ – площадь поперечного сечения элемента БРМ в плоскости сдвига.

3 Экспериментальные исследования

Для увеличения долговечности резиновых элементов, работающих на сдвиг, они устанавливаются с дополнительным поджатием. В результате сдвиговая жёсткость меняется. При этом для расчёта виброизоляционной системы очень важно знать, каким образом степень поджатия влияет сдвиговую жёсткость элемента.

С этой целью были проведены экспериментальные исследования по определению влияния величины поджатия на физико-механические характеристики элементов типа БРМ для различных марок резин. Испытания проводились следующим образом: два элемента подвергались предварительному сжатию (так называемое поджатие) в направлении, перпендикулярном металлическим пласти-

нам (вдоль оси y) (рис. 1); затем они устанавливались в обойму, наружные стенки которой фиксировались; соприкасающиеся пластины элементов подвергались деформированию вдоль оси x .

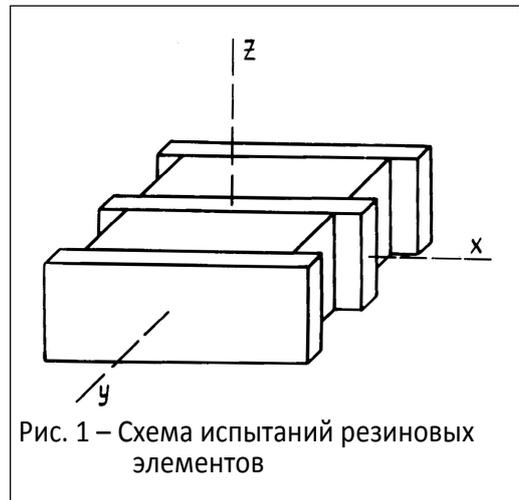


Рис. 1 – Схема испытаний резиновых элементов

Проводились квазистатические и динамические испытания. Целью квазистатических испытаний было нахождение зависимости силы сдвига P от деформации сдвига ε при различных значениях степени поджатия Δ . При этом деформация сдвига изменялась ступенчато с выдержкой на каждом значении деформации в течение 1 ч, величина силы сдвига измерялась динамометром. При динамических испытаниях деформация сдвига изменялась по гармоническому закону с частотой (10-11) Гц и амплитудой (2-12) мм. В результате была определена динамическая жёсткость C_d и коэффициент диссипации энергии ψ .

Результаты испытаний для элементов БРМ101 из резины 51-1562 представлены в табл. 1 и табл. 2, а также на рис. 2 и рис. 3.

Результаты испытаний для элементов БРМ101 из резины 51-1562 представлены в табл. 1 и табл. 2, а также на рис. 2 и рис. 3.

Таблица 1 – Результаты квазистатических испытаний

ε , мм	P , кН			
	$\Delta = 0$	$\Delta = 5,75$ мм	$\Delta = 11,5$ мм	$\Delta = 17,25$ мм
2,00	0,37	0,38	0,38	0,37
4,00	0,77	0,78	0,78	0,75
6,00	1,18	1,19	1,19	1,13
8,00	1,58	1,59	1,58	1,5
10,00	1,96	1,98	1,94	1,85

Таблица 2 – Результаты динамических испытаний

ε_d , мм	C_d , кН/м		
	$\Delta = 0$	$\Delta = 5,75$ мм	$\Delta = 11,5$ мм
2,00	529	544	529
6,00	485	507	485
10,00	460	487	450
12,00	445	467	–

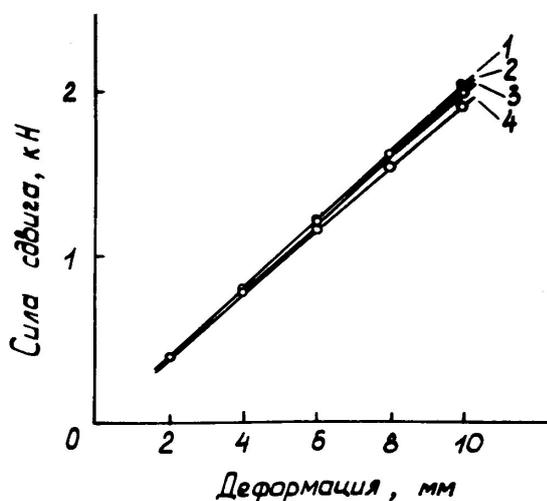
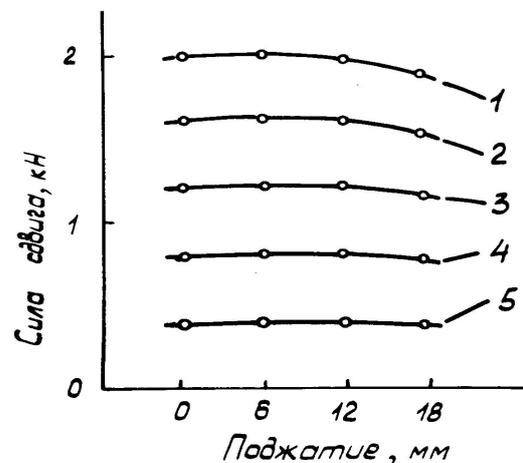


Рис. 2 – Зависимость силы сдвига от деформации



1 – $\varepsilon = 10$ мм; 2 – $\varepsilon = 8$ мм; 3 – $\varepsilon = 6$ мм; 4 – $\varepsilon = 4$ мм; 5 – $\varepsilon = 2$ мм
Рис. 3 – Зависимость силы сдвига от предварительного поджатия

Анализируя полученные результаты, приходим к выводу, что в рассматриваемых пределах деформации предварительное сжатие при $\varepsilon < 8$ мм незначительно влияет на силу сдвига (а значит, и на сдвиговую жёсткость) исследуемых элементов. По графикам также видно, что зависимость силы сдвига от деформации практически является линейной; при $\varepsilon > 8$ мм влияние предварительного сжатия на силу сдвига должно учитываться при инженерных расчетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лавендел, Э.Э. Расчет резинотехнических изделий / Э.Э. Лавендел. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
2. Дымников, С.И. Расчет резино-технических деталей при средних деформациях / С.И. Дымников // Механика полимеров. – 1968. – № 2. – С. 271-275.
3. Сухова, Н.А. К расчету резиновых амортизаторов, работающих на сжатие / Н.А. Сухова, В.Л. Бидерман // Расчеты на прочность. – 1962. – № 8. – С. 200-211.
4. Бидерман, В.Л. Расчет цилиндрических и прямоугольных длинных резиновых амортизаторов сжатия / В.Л. Бидерман, Н.А. Сухова // Расчеты на прочность. – 1968. – № 13. – С. 55-72.
5. Дырда, В.И. Решение задачи о сжатии вязкоупругого цилиндра методом Ритца / В.И. Дырда, А.В. Гончаренко, Л.В. Жарко // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – Вып. 86. – С. 113-124.
6. Обосновать параметры, разработать конструкцию, изготовить и испытать в лабораторных условиях виброзащитные опоры для сейсмозащиты многоэтажного дома (г. Ялта): Информационный отчет о НИР ИГТМ НАН Украины; рук. Дырда В.И., исполн. Лисица Н.И. [и др.]. – Днепропетровск, 2008. – 44 с. – инв. № 6875.
7. Мазнецова, А.В. Разработка прикладных методов расчета силовых резиновых деталей горных вибрационных транспортно-технологических машин: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук; 05.05.06 – «Горные машины». – 1990.
8. Булат, А.Ф. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Т. 2. Методы расчета эластомерных деталей. – 2012. – 616 с.

Об авторе

Новикова Алина Вячеславовна, магистр, младший научный сотрудник, учёный секретарь отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, a_v_novikova@mail.ru

About the author

Novikova Alina Vyacheslavovna, Master of Science (Tech.), Junior Researcher, Scientific Secretary of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, a_v_novikova@mail.ru

Є.В. Калганков, інженер, ст. викладач
(ДДАУ)

ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ ГІДРОАБРАЗИВНО-ВТОМНОГО ЗНОСУ ДЕТАЛЕЙ ОБ'ЄМНОГО ГІДРОПРИВОДУ МОБІЛЬНИХ МАШИН

Анотація. Розглянуто важливі проблеми гідроабразивно-втомного зносу деталей, що лімітують працездатність гідроприводу. Отримані дані пропонується використовувати при розробці узагальненої теорії зносу деталей гідроприводу.

Ключові слова: гідроабразивно-втомне руйнування, гідропривід

Ye.V. Kalgankov, Engineer, Senior Teacher
(DSAU)

SOME PROBLEMS OF HYDROABRASIVE-FATIGUE WEAR OF DETAILS OF VOLUME HYDRAULIC DRIVE OF MOBILE MACHINES

Abstract. The important problems of hydroabrasive-fatigue wear of details, limiting the capacity of hydraulic drive, are considered. It is suggested to use findings while developing of the generalized theory of wear of hydraulic drive parts.

Keywords: hydroabrasive-fatigue fracture, hydraulic drive

В сучасному машинобудуванні гідропривід отримав широке застосування. Так, наприклад, на різних марках комбайнів встановлено до 20 гідромоторів надійність яких суттєво впливає на надійність машини в цілому. Як показують статистичні дослідження у 85-90 % випадків причиною виходу з ладу гідроагрегатів є знос вузлів та деталей; на подолання тертя витрачається близько 30-40 % виробленої енергії [1-3]. Тому створення енергоощадної технології завдяки оптимізації параметрів деталей та підвищення надійності гідроагрегатів являється важливою проблемою.

Для визначення та прогнозування зносу використовуються різноманітні методи і засоби випробування на тертя та зношування. Як правило більшість методик вирішують певну задачу і можуть бути використані для конкретної пари тертя, це призводить до значних витрат праці та коштів, бо в машинах використовуються різноманітні з'єднання з різних матеріалів, працюють в різних умовах та середовищах.

Актуальною задачею є розроблення уніфікованих теорій, та критеріїв руйнування, визначення величини зносу та триботехнічних властивостей контактуючих матеріалів. В такій ситуації важливим питанням є створення теорії зносу (гідроабразивно-втомного руйнування деталей агрегатів гідроприводу).

Проблемі тертя й зношування твердих тіл присвячена численна література. Дослідженням процесів тертя та зношування у різні часи займалися як закордонні вчені, так і вітчизняні [1-23]. Для нас найбільш близькими є основи теорії тертя та зношування, сформовані радянськими вченими Н.П. Петровим, П.А. Ребіндером, Б. Дерягиним, В.Д. Кузнецовим, Л.К. Зайцевим, І.В. Крагельским, М.М. Хрущевим, Б.І. Костецьким та іншими вченими [4-7]. Дослідженням процесів зношування гідроагрегатів займалися Т.М. Башта, Н.В. Камчагуров, В.Н. Лозовський [8-10].

Роботи, пов'язані з вивченням тертя, умовно можна розділити на п'ять основних теорій: механічна, молекулярна, молекулярно-механічна, гідродинамічна та енергетична. Основною методикою визначення зношування матеріалів є визначення ваги та лінійних розмірів зразків до і після випробування на машині тертя.