

**П.Б. Машихина**, канд. техн. наук, доцент  
(ДНУЖТ ім. В. Лазаряна)

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ ПРИ ГОРЕНИИ ШАХТНЫХ ОТВАЛОВ**

**П.Б. Машихіна**, канд. техн. наук, доцент  
(ДНУЗТ ім. В. Лазаряна)

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАБРУДНЕННЯ ПОВІТРЯНОГО СЕРЕДОВИЩА ПРИ ГОРІННІ ШАХТНИХ ВІДВАЛІВ**

**P.B. Mashyshina**, Ph.D. (Tech.), Associate professor  
(DNURT named after V. Lazaryan)

## **MATHEMATICAL SIMULATION OF THE AIR POLLUTION WHEN THE MINE WASTE DUMPS BURN**

**Аннотация.** Отвалы породы являются долгосрочными источниками выделения в атмосферу различных, в том числе, опасных веществ. Поэтому возникает важная задача прогноза качества воздушной среды вблизи отвалов. В настоящее время для решения этой задачи широко используется эмпирическая модель ОНД-86 или же аналитические модели. Данные модели не позволяют учесть при прогнозировании профиль скорости ветра, геометрическую форму отвала. В этой связи возникает важная задача по разработке эффективных методов прогноза уровня загрязнения атмосферы от отвалов. В работе рассмотрена численная модель, позволяющая решить данную задачу. В основу модели положено уравнение движения идеальной жидкости и уравнение массопереноса. Для численного моделирования моделирующих уравнений используются разностные схемы. Численный расчет осуществляется на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и выделения ее особенностей применяется метод маркирования. Представляются результаты проведенного вычислительного эксперимента.

**Ключевые слова:** численная модель, шахтные отвалы, уравнение движения идеальной жидкости, уравнение массопереноса

Известно, что шахтные отвалы выделяют в атмосферу большое количество вредных веществ. Эмиссия этих веществ продолжается в течение многих лет, что создает существенную экологическую проблему для расположенных рядом селитебных зон. Для адекватной оценки масштаба возможного уровня загрязнения воздушной среды возле отвалов необходимо рассчитать процесс рассеивания вредных веществ от отвалов. Однако решение данной задачи является достаточно сложным, поскольку прогнозная модель должна обязательно учитывать комплекс факторов, влияющих на процесс переноса вредных веществ в атмосфере, в том числе, форму отвала. Анализ наиболее известных моделей и методов исследования [1, 4], применяемых для оценки уровня загрязнения воздушной среды, показывает, что наиболее существенными недостатками данных методик является то, что они не учитывают геометрическую форму отвала.

Поэтому расчет с использованием таких моделей не позволяет адекватно рассчитать зону загрязнения воздушной среды, особенно вблизи отвала. Целью данной работы является создание численной модели для оценки степени загрязнения атмосферы при горении шахтных отвалов, учитывающей параметры метеоситуации, интенсивность эмиссии вредных веществ от отвала и геометрическую форму отвала.

**Математическая модель.** Для создания численной модели, позволяющей с одной стороны учесть основные физические процессы переноса вредных веществ в атмосфере, с другой стороны быстро получить прогнозные данные, используется двухмерное (осредненное по высоте переноса) уравнение миграции загрязнителя в атмосфере [1 – 3]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} + \sigma C = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} C) + \sum_{i=1}^N Q_i(t) \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \quad (1)$$

где  $C$  – концентрация вредного вещества;  $u, v$  – компоненты вектора скорости воздушной среды;  $\mu = (\mu_x, \mu_y)$  – коэффициент турбулентной диффузии;  $Q$  – интенсивность выброса загрязнителя;  $\delta(x - x_i) \delta(y - y_i)$  – дельта-функция Дирака;  $x_i, y_i$  – координаты источника выброса;  $\sigma$  – коэффициент, учитывающий химический распад загрязнителя, вымывание осадками;  $t$  – время.

Постановка краевых условий для данного уравнения рассмотрена в работах [2; 3].

Для расчета поля скорости ветрового потока возле отвала используется модель потенциального течения. Подробное описание модели и процесса численного интегрирования уравнения Лапласа для потенциала скорости, которое является базовым в данной модели, рассмотрено в работе [5].

**Метод решения.** Для численного интегрирования уравнения переноса применяется попеременно-треугольная неявная разностная схема [2]. Разностные уравнения в операторном виде записываются так:

– на первом шаге расщепления  $k = n + \frac{1}{4}$ :

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \\ = \frac{1}{4} (M_{xx}^+ C^k + M_{xx}^- C^k + M_{yy}^+ C^n + M_{yy}^- C^n) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l; \end{aligned} \quad (2)$$

– на втором шаге расщепления  $k = n + \frac{1}{2}, c = n + \frac{1}{4}$ :

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^- C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \\ = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l; \end{aligned} \quad (3)$$

– на третьем шаге расщепления  $k = n + \frac{3}{4}; c = n + \frac{1}{2}$ :

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ C^k + L_y^- C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \\ = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^c + M_{xx}^+ C^k + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l; \end{aligned} \quad (4)$$

– на четвертом шаге расщепления  $k = n + 1; c = n + \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^+ C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \\ = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^c + M_{yy}^+ C^k) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l. \end{aligned} \quad (5)$$

Пояснение к данным разностным операторам приведено в работе [2]. Из данных выражений можно получить явные формулы для определения неизвестного значения концентрации загрязнителя на каждом шаге расщепления.

**Исходные данные для модели.** Для выполнения прогнозов на основе разработанной модели необходимо задать:

1) задаются параметры метеоситуации (скорость ветра, коэффициенты атмосферной диффузии);

2) задаётся положение и геометрическая форма шахтного отвала;

3) задаётся интенсивность выброса вредных веществ от отвала.

**Структура разработанного пакета программ.** На основе рассмотренной модели разработан пакет программ на языке FORTRAN. Пакет включает в себя 4 основных блока:

– первый блок – задание исходных данных для моделирования;

– второй блок – расчет поля скорости ветрового потока возле отвала;

– третий блок – численное решение уравнения переноса загрязняющих веществ в атмосфере;

– четвертый блок – обработка результатов вычислительного эксперимента и их печать.

**Практическая реализация модели.** Разработанная программа была использована для прогнозирования уровня загрязнения атмосферы в случае горения шахтного отвала. При расчете полагалось, что эмиссия газов происходит в течение достаточно длительного времени и интенсивность

эмиссии составляет  $Q = 1$  (в безразмерном виде) загрязняющего вещества. Расчет выполнен для скорости ветра  $5 \text{ м/с}$ , коэффициенты атмосферной диффузии выбираются согласно работе [1] в зависимости от класса стабильности атмосферы.

Результаты моделирования загрязнения атмосферы при горении шахтного отвала показаны на рисунках 1 и 2.

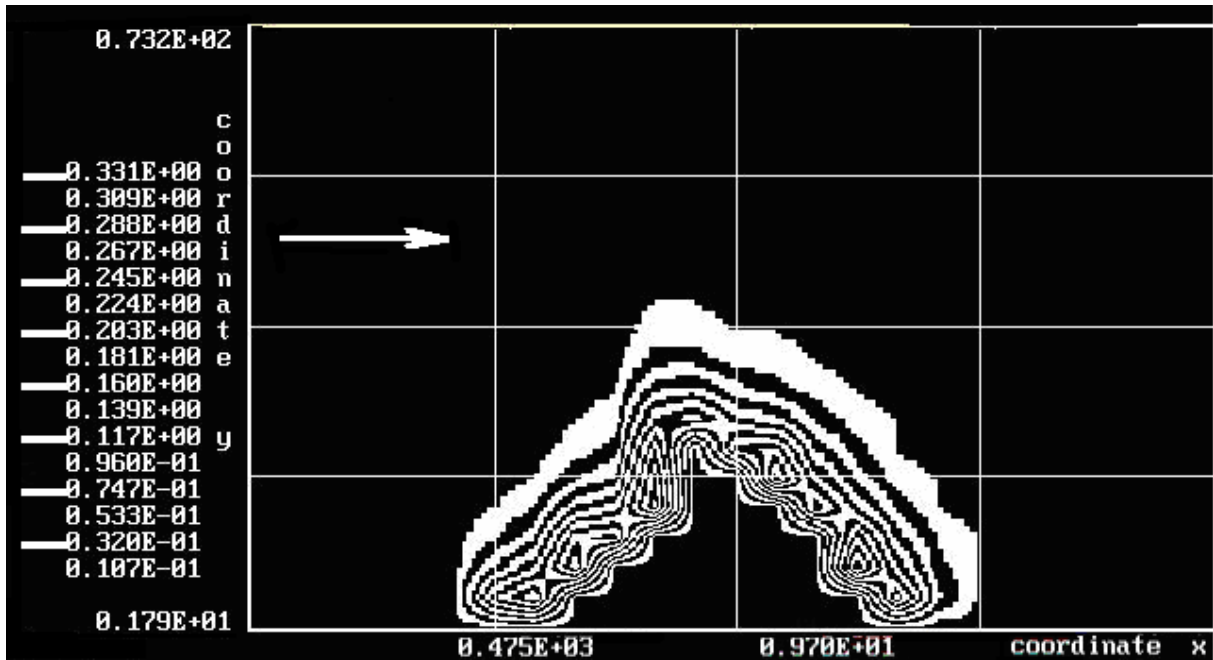


Рисунок 1 – Распределение концентрации CO возле шахтного отвала при классе стабильности атмосферы D (нейтральная атмосфера)

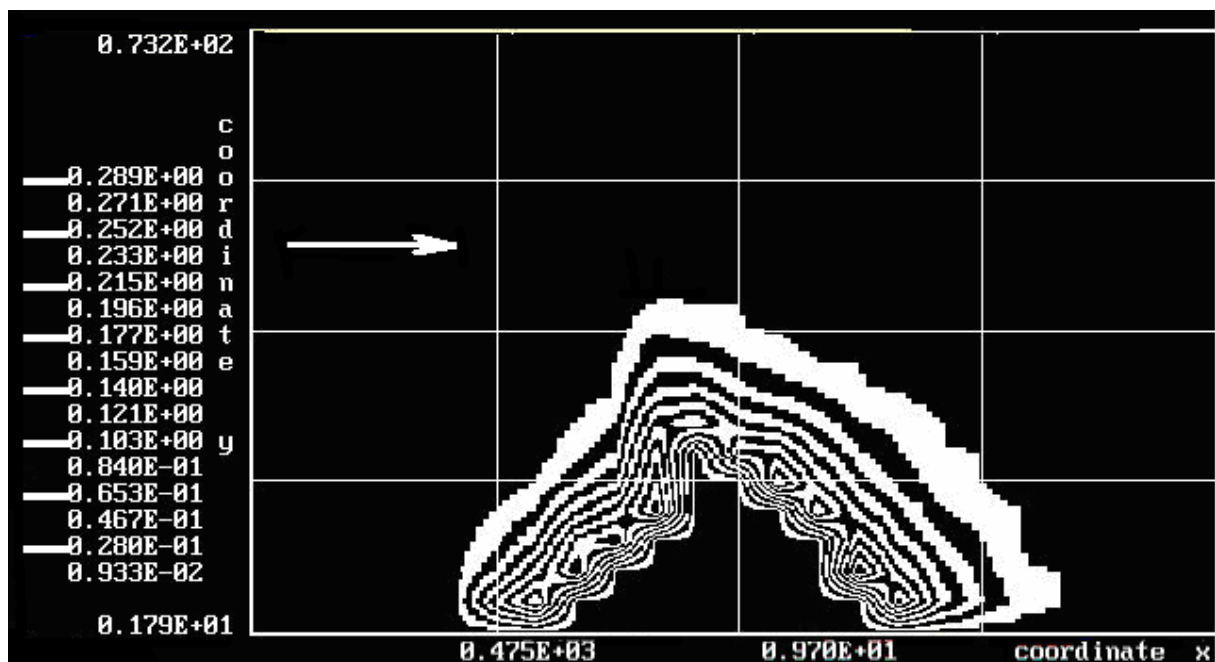


Рисунок 2 – Распределение концентрации CO возле шахтного отвала при классе стабильности атмосферы A (сильно неустойчивая атмосфера)

Здесь представлено поле концентрации  $CO$  возле отвала для двух различных состояний устойчивости атмосферы: класс D и класс A (согласно шкале Тернера [1]). Хорошо видно, что изменение стабильности атмосферы влияет на распределение концентрации. Так, для класса стабильности A, зона загрязнения шире, чем для класса D, в силу того, что для каждого класса стабильности атмосферы значение коэффициентов атмосферной диффузии – различное. Таким образом, с помощью разработанной модели можно рассчитать интенсивность загрязнения атмосферы для тех метеоситуаций, которые характерны для конкретного региона, и определить влияние отвала на загрязнение воздушной среды. На расчет задачи потребовалось 15 с компьютерного времени.

Результаты данной задачи иллюстрируют возможность применения построенной численной модели для оперативного решения задач, связанных с прогнозом влияния шахтных отвалов на окружающую среду.

**Выводы.** В работе рассмотрена эффективная численная модель для оперативного прогноза уровня загрязнения атмосферы при горении шахтных отвалов. Модель основана на применении двухмерного уравнения Г. И. Марчука. Построенная модель позволяет при минимальных затратах компьютерного времени моделировать сложный, многопараметрический процесс загрязнения воздушной среды. Модель может быть реализована на компьютерах малой и средней мощности. Дальнейшее совершенствование модели следует проводить в направлении ее адаптации к расчету данных задач в трехмерной постановке.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бруязцкий, Е. В. Теория атмосферной диффузии радиоактивных выбросов / Е.В. Бруязцкий - Киев : Институт гидромеханики НАН Украины, 2000. – 443 с.
2. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М.З. Згуровский, В.В. Скопецкий, В.К. Хрущ, Н.Н. Беляев – Киев : Наук. думка, 1997. – 368 с.
3. Марчук, Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г.И. Марчук – М. : Наука, 1982. – 320 с.
4. Методика расчета концентрации в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий – Л.: Гидрометеиздат. – 1987.– 93 с.
5. Пшинько, А. Н. Моделирование загрязнения атмосферы при техногенных авариях / А.Н. Пшинько, Н.Н. Беляев, П.Б. Машихина - Дніпропетровськ: Нова ідеологія, 2011. – 166 с.

#### REFERENCES

1. Bruyatskiy, E. V. (2000), *Teoriya atmosfernoï diffuzini radioaktivnykh vybrosov* [Theory of atmospheric diffusion of the radio-active troop landings], Institut gidromekhaniki NAN Ukrainyi, Kiev, Ukraine.
2. Zgurovskiy, M. Z., Skopetskiy, V. V., Hrusch and Belyaev, N. N. (1997), *Chislennoye modelirovaniye rasprostraneniya zagryazneniya v okruzhayushey srede* [Numerical modeling of distribution of contamination in an environment], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
3. Marchuk, G. I. (1982), *Mathematicheskoye modelirovaniye v probleme okruzhayushey srede* [Mathematical modeling in the problem of environment], Nauka, Moscow, SU.
4. *Metodika rascheta kontsentratsiyi v atmosfernom vozdukh vrednykh veshchestv, soderzhaschikhsya v vybrosakh predpriyatiy* [Method of calculation of concentration in atmospheric air of the harmful matters contained in the troop landings of enterprises], Gidrometeoizdat, Leningrad, SU.
5. Pshinko, A. N., Belyaev, N.N, and Mashikhina, P.B. (2011), *Modelirovaniye zagryazneniya atmosfery pri tehnogennsikh avariyakh* [Modelling of contamination of atmosphere at tekhnogennykh failures], Nova Ideologiya, Dnipropetrovsk, Ukraine.

---

**Об авторе**

*Машихіна Полина Борисовна*, канд. техн. наук, доцент кафедри «Гидравлика и водоснабжение» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна. Днепропетровск, Украина.

**About the author**

*Mashyhina Polina Borisovna*, Candidate of technical Sciences (Ph.D.), Associate Professor of the Department «Hydraulics and water supply» of Dnepropetrovsk national university of railway transport named after V. Lazaryan. Dnepropetrovsk, Ukraine.

---

**Анотація.** Відвали породи є довгостроковими джерелами виділення в атмосферу різних, у тому числі, небезпечних речовин. Тому виникає важливе завдання прогнозу якості повітряного середовища поблизу відвалів. Нині для вирішення цього завдання широко використовується емпірична модель ОНД- 86 або ж аналітичні моделі. Ці моделі не дозволяють врахувати при прогнозуванні профіль швидкості вітру, геометричну форму відвала. В зв'язку з цим виникає важливе завдання по розробці ефективних методів прогнозу рівня забруднення атмосфери від відвалів. У роботі розглянута чисельна модель, що дозволяє вирішити це завдання. У основу моделі покладено рівняння руху ідеальної рідини і рівняння масопереносу. Для чисельного моделювання моделюючих рівнянь використовуються різницеві схеми. Чисельний розрахунок здійснюється на прямокутній різницевої сітці. Для формування виду розрахункової області і виділення її особливостей застосовується метод маркування. Надаються результати проведеного обчислювального експерименту.

**Ключові слова:** чисельна модель, шахтні відвали, рівняння руху ідеальної рідини, рівняння масопереносу

**Abstract.** Dumps are long-term sources of release into the atmosphere of various, including hazardous substances. Therefore, there is an important task of the forecast of air quality near the dumps. Currently, to solve this problem is widely used empirical model of ОНД-86 or analytical models. These models do not allow to take into considerations the wind velocity profile, the geometric shape of blade. This raises an important task to develop effective methods for prediction of air pollution from waste dumps. The paper deals with the numerical model, which allows to solve this problem. The model is based on equations of motion of an ideal fluid and mass transfer equation. For numerical simulation the finite difference schemes are used. The numerical calculation is carried out on a rectangular grid. For the formation of the computational domain and highlight its features markers are used. The results of a computational experiment are presented.

**Keywords:** numerical model, mine dump, equation of pollutant dispersion, model of potential flow

*Статья поступила в редакцию 20.01.2014*

*Рекомендовано к печати д-ром техн. наук В.Г. Шевченко*

УДК 622.5: 628.35

**Н.Н. Беляев**, д-р техн. наук, профессор  
(ДНУЖТ им. В. Лазаряна)  
**Н.П. Нечитайло**, канд. техн. наук, доцент  
(ГВУЗ «ПГАСА»)

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКУПОРИВАНИЯ ПОР МЕМБРАНЫ ПРИ УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИИ ШАХТНЫХ ВОД**

**М.М. Біляєв**, д-р техн. наук, професор  
(ДНУЖТ ім. В. Лазаряна)  
**Н.П. Нечитайло**, канд. техн. наук, доцент  
(ДВУЗ «ПДАБА»)

## **МОДЕЛЮВАННЯ ЗАКУПОРЮВАННЯ ПОР МЕМБРАНИ ПРИ УЛЬТРАФІЛЬТРАЦІЇ ШАХТНИХ ВОД**

**N.N. Belyaev**, D.Sc. (Tech.), Professor  
(DNURT named after V. Lazaryan)  
**N.P. Nechytskylo**, Ph.D. (Tech.), Associate Professor  
(SHEI «PSACEA»)

## **MATHEMATICAL MODELING OF THE MEMBRANE PORE CLOSING IN THE CASE OF THE ULTRAFILTRATION OF MINE WATERS**

### **Аннотация.**

Ультрафильтрация является одним из наиболее перспективных методов очистки сточных вод. При применении данного метода очень важно прогнозировать процесс закупоривания пор мембраны. В работе представлено численная модель для расчета этого процесса. В основу модели положено уравнение движения идеальной жидкости и уравнение массопереноса. Для численного моделирования моделирующих уравнений используются разностные схемы. Численный расчет осуществляется на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и ее изменения в силу закупоривания поры применяется метод маркирования. Модель позволяет рассчитать процесс закупоривания поры при использовании компьютеров малой и средней мощности. Время расчета одного варианта задачи составляет несколько секунд. Представляются результаты проведенного вычислительного эксперимента.

**Ключевые слова:** численное моделирование, ультрафильтрация, закупоривание поры мембраны.

**Введение.** Одной из важных экологических проблем в горнорудной отрасли является повышение качества очистки шахтных вод. Для решения этой проблемы начинает применяться ультрафильтрация – один из наиболее перспективных методов очистки. Но при применении ультрафильтрации возникает один отрицательный эффект – закупоривание пор мембраны с течением времени.