

УДК 165.172

Шенгерій Л.

АНАЛІТИКА СТРАТЕГІЙ У ЛОГІЦІ ІГОР ІЗ ПОВНОЮ ТА ОБМЕЖЕНОЮ РАЦІОНАЛЬНІСТЮ

В статтє провoдиться анализ експлікації понятій «полная рациональность» и «ограниченная рациональность» в логике игр. Исследуются особенности стратегий игроков в экстенсивной и стратегической (нормальной) формах описания игр.

Ключевые слова: *метатеория рациональности, полная рациональность, ограниченная рациональность, стратегия игрока.*

The article deals with the analysis of explication of notions of “full rationality” and “limited rationality” in the logic of games. There were analyzed peculiarities of player’s strategies for extensive and normal forms of presentation of games.

Key words: *metatheory of rationality, full rationality, limited rationality, player’s strategy.*

Упродовж історії розвитку філософії зміст понять «раціональність», «раціональний» зазнав низки трансформацій. Незалежно від цього метатеорія раціональності й у наш час є парадигмою будь-якої сфери людської культури. Причому метатеорія раціональності модифікується, пристосовується до специфіки предметної сфери дослідження. Метою раціоналістичних розвідок є уточнення, з’ясування, надання структурним елементам – чи то окремим поняттям, чи цілісній теорії більш чіткої, структурованої, строгої та точної форми. Це актуалізує проаналізувати проєкцію метатеорії раціональності з позицій неklasичної логіки.

Раціоналістичні дослідження орієнтовані на опрацьовану логічну техніку, завдяки якій уточнюють поняття, що раніше традиційно вивчали згідно з ірраціоналістичних підходів, деталізують та конкретизують досліджувану проблематику. На наш погляд, у раціоналістичних дослідженнях кінця ХХ – початку ХХІ століття не тільки успішно розв’язують проблеми, які нещодавно відносили до ірраціональних, але й здійснюють активне втручання у сферу нераціонального. Логіка набуває особливо важливого значення для метатеорії раціональності як сукупність положень про категорії та методологічні процедури, що складають основу пізнавальної діяльності [1].

Процеси взаємопроникнення й взаємозбагачення метатеорії раціональності та логіки відбуваються і в наш час. Засоби сучасної логіки ігор дозволяють уточнити та переосмислити ключові поняття, зокрема поняття «повної раціональності» та «обмеженої раціональності». Окремі аспекти зазначеної проблематики проаналізовано в доробках вітчизняних та зарубіжних науковців, насамперед С. Абрамскі, В. Бентема, А. Бласса, Д. Гарсаньї, А.Т. Ішмуратова, Л. В. Канторовича, В. Навроцького, Х. Саймона та ін.

У наш час у сфері логіки ігор експлікують дві концепції раціональності – повну

та обмежену. Згідно з моделлю повної раціональності, слід вимагати виконання таких двох умов:

- будь-який учасник гри володіє вичерпною інформацією про все, що в ній відбувається та наявне, або існують алгоритми, завдяки яким гравець може отримувати потрібну інформацію;

- не враховують затрати матеріальних і часових ресурсів, тому задача, що допускає розв'язання на машині Тюрінга, може бути записаною у вибраній системі незалежно від її складності [2].

Модель повної раціональності переважно реалізовано в детермінованих фінітних іграх.

Обмеженою називають таку модель раціональності, у якій неможливо перевірити включення ниток у стратегії для скінченої кількості фінальних станів і ниток гри [3]. Модель обмеженої раціональності може бути конструктивно реалізована в паралельних іграх. Відповідні неklasичні логічні системи побудовані в концепціях С. Абрамскі, Р. Ягадісана, А. Бласса та ін.

Поняття стратегії належить до стрижневих у логіці ігор. На відміну від логіки дії, логіка ігор аналізує не окремі дії, а їх послідовності, що корелюють зі стратегіями гравців. У найпростішому розумінні, стратегія – це ланцюжок дій певного гравця впродовж гри, що має привести його до бажаного результату. Для ігор з одним учасником стратегія являє собою лінійний однозначний ланцюжок. Якщо в грі беруть участь декілька учасників, то для кожного гравця стратегія формується у вигляді дерева можливостей, елементами якого виступають лінійні ланцюжки. Якщо гра вже відбулася, то будь-який гравець реалізував лише один ланцюжок одного з дерев можливостей.

Виділяють три основні типи стратегій – виграшні, квазівиграшні та програшні для певного гравця. Проаналізуємо різні типи стратегій для логіки ігор з повною та обмеженою моделями раціональності. Особливий інтерес становить та множина стратегій, у якій описано лише частину варіантів розвитку подій упродовж гри. Тому стратегію можна експлікувати як скорочений варіант дерева гри. Залежно від способу скорочення дерева гри виокремлюють дві основні форми опису останньої – екстенсивну та стратегічну (нормальну). Проаналізуємо кожну з них більш докладно для ігор двох учасників P та O з погляду особливостей формування стратегій гравців. Будуючи стратегію екстенсивної форми опису гри для деякого гравця P , слід скорочувати його до такого піддерева, що задовольняє таким вимогам:

- в отриманому піддереві гравець P , для якого призначена стратегія, не має жодної альтернативи вибору;

- інший учасник гри O не повинен втратити жодного варіанта її продовження відносно станів, що входять до піддерева стратегії.

У структурі екстенсивної форми дерева гри (див. рис. 1) виокремлюють такі складові елементи:

- початковий стан гри x_0 . У цій точці гравець P вибирає між альтернативними діями s_1 та s_2 ;

- стани гри x_1^1 та x_1^2 , у яких гравець O вибирає відповідно між альтернативними діями s_3 і s_4 для x_1^1 та s_5 і s_6 для x_1^2 ; стани $x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4$, у яких гравець P обирає одну з альтернативних дій s_7 та s_8 ; s_9 та s_{10} ; s_{11} та s_{12} ; s_{13} та s_{14} відповідно;
- множина фінальних станів гри X , до складу якої входять вісім елементів $x_3^1, x_3^2, x_3^3, x_3^4, x_3^5, x_3^6, x_3^7, x_3^8$.

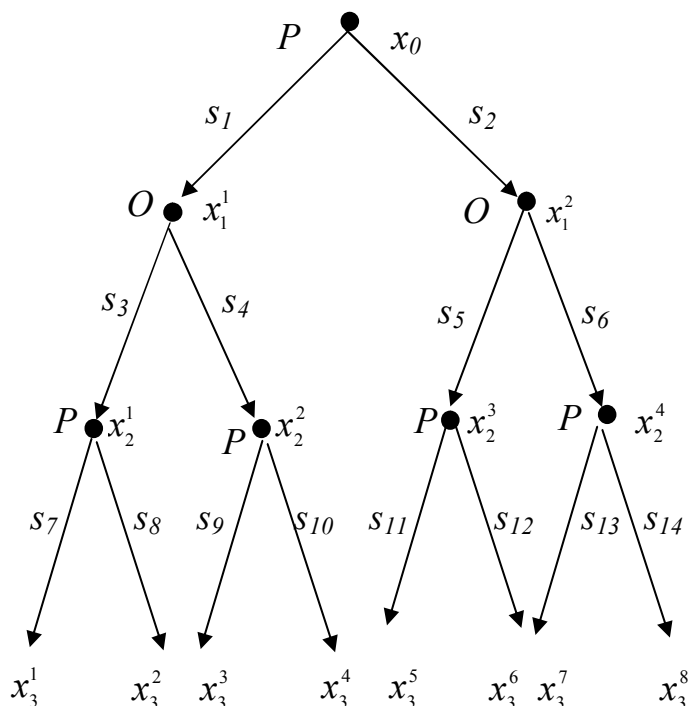


Рис. 1. Екстенсивна форма гри A , що представлена у вигляді дерева

Стратегії для екстенсивної форми гри A визначають як певні послідовності дій або ниток гри, кожна з яких починається в початковому або деякому проміжному стані гри x_i та закінчується в одному з фінальних станів множини X . Серед ниток гри особливу роль відведено повним ниткам гри – таким, що виходять з початкового стану гри і закінчуються одним з її фінальних станів. Для гри, що представлена на рис. 1, виокремлюють вісім повних ниток гри (див. рис. 2).

Для опрацювання графічної форми стратегій гравців уточнимо це стрижневе поняття для екстенсивної форми гри. Стратегією гравця P (O) у грі A називають такий і тільки такий непустий набір повних ниток гри A , що визначає піддерево гри, у якому набори дій, що виходять із тих станів цього піддерева, у яких гравець O (P) приймає рішення, є тотожними відповідним станам гри A . Стратегія певного гравця згідно з екстенсивною формою гри не обов’язково має включати дії, що виходять з кожного стану гри, у якому цей гравець здійснює вибір. У фіксованій стратегії гравець, здійснивши вибір, у певному стані гри позбуваються тих піддерев гри, які

починаються альтернативними діями, що виходять із цього самого стану гри.

Нехай будь-який гравець, наприклад P , обирає певну стратегію, до складу якої входить деякий непустий набір ниток гри, та попередній план її реалізації у вигляді окремої нитки гри, що належить цьому набору. Незалежно від дій гравця O впродовж гри учасник P з необхідністю має такі можливості:

- на будь-якому кроці гри x_i завжди існує можливість знайти нитку гри, що виходить з x_i і є придатною для продовження обраної раніше гри;
- одна з ниток гри, що входить до набору ниток стратегії, з необхідністю буде реалізована.

У вищенаведеній грі A виокремлюють вісім стратегій гравця P (див. рис. 3) та чотири стратегії гравця O (див. рис. 4).

Фінальні стани гри класифікують як виграшні або програшні для певного гравця. Поняття «виграшного стану» є важливим для визначення поняття виграшної стратегії гравця – стратегії, у якій будь-який фінальний стан є виграшним для обраного учасника гри.

Таким чином, перевагою екстенсивної форми опису гри є те, що кожен гравець має можливість на будь-якому кроці, здійснюючи поточний вибір, враховувати та аналізувати як власні попередні дії, так і дії іншого учасника гри. Це дозволяє проводити раціональну трансформацію стратегії на будь-якому кроці гри.

Проаналізуємо особливості стратегічної або нормальної форми опису гри двох учасників. Насамперед слід визначити поняття «стратегія» для нормальної форми гри. Стратегією гравця P (O) називають упорядкований набір його дій, вибраних рівно по одній з множини дій, що виходять із тих станів гри A , у яких цей гравець здійснює вибір.

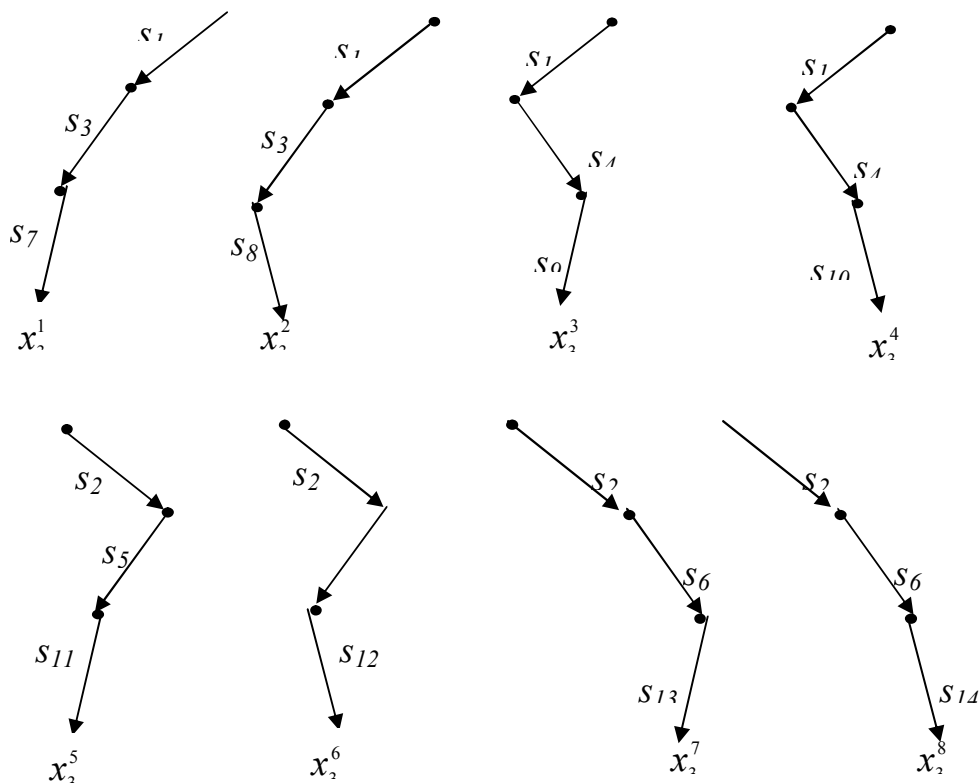


Рис. 2. Повні нитки гри A

Стратегії гравців, побудовані для нормальної форми гри, з необхідністю включають рівно по одній дії, що виходять з кожного стану гри, у яких гравець здійснює вибір. Тому стратегії можуть включати такі комбінації дій, які навіть теоретично не можуть бути реалізованими впродовж однієї гри.

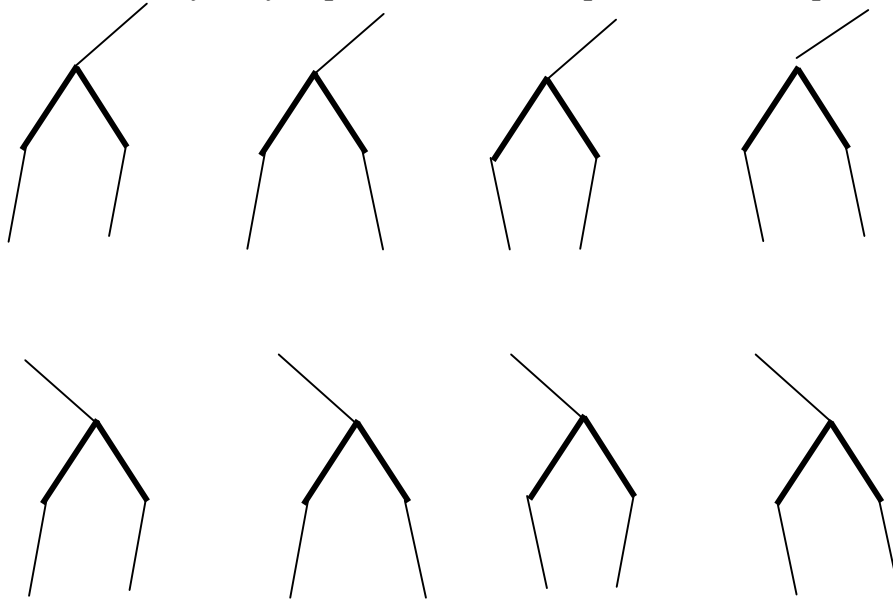


Рис.3. Стратегії гравця *P*

Після здійснення поточного вибору дії, що входить до складу стратегії гравця, інформацію про інші піддерева гри необхідно зберігати.

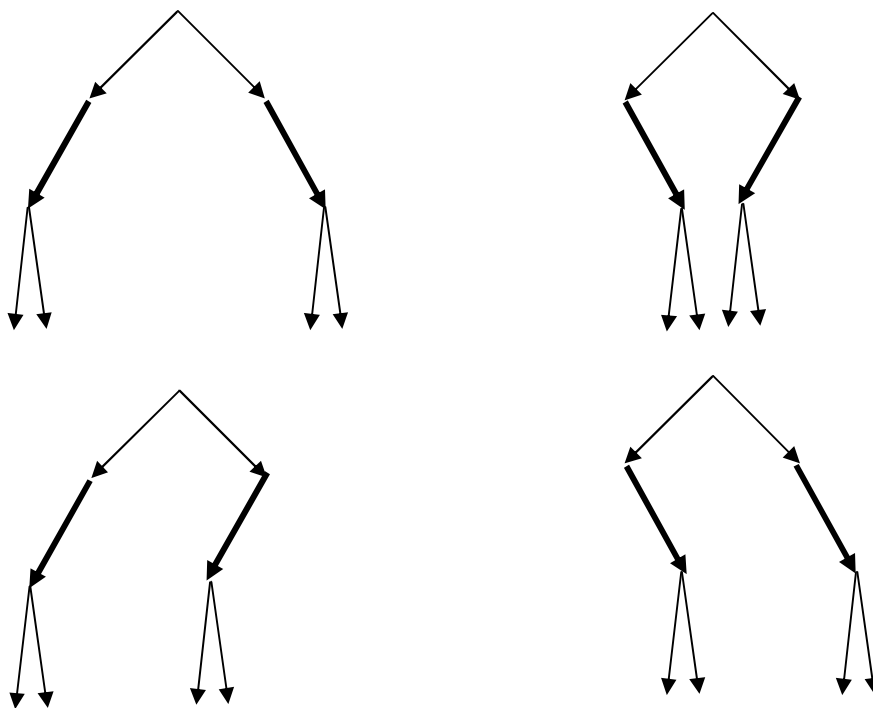


Рис. 4. Стратегії гравця *O*

Стратегічну форму гри експлікують у вигляді двомірної таблиці, яка має такі структурні елементи (див. табл. 1):

- перелік елементів множини стратегій кожного з гравців як будь-яких можливих варіантів упорядкованих послідовностей дій кожного учасника гри. У структурі будь-якої послідовності дії розташовані саме в тому порядку, у якому їх слід виконувати. При цьому кількість дій у будь-якій послідовності для кожного учасника гри є сталою величиною, що дорівнює кількості станів гри, у яких цей гравець здійснює свій вибір однієї дії з декількох альтернативних варіантів. Розглянемо нормальну форму гри A , що була сформульована раніше. У структурі гри учасник P здійснює вибір дії в станах $x_0, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4$, тому співвідносними йому є тридцять дві стратегії – набори, кожен з яких передбачає п'ять дій (див. табл. 2). Гравець O здійснює вибір двічі, а саме в станах x_1^1 та x_1^2 , тому його стратегії описують чотирма наборами дій, кожен з яких включає дві дії – $s_4s_5, s_3s_6, s_3s_5, s_4s_6$;

- фінальні стани гри, що розташовані в комірках робочого поля двомірної таблиці. На перетині рядка та стовпця таблиці, кожен з яких відповідає певній стратегії гравців P та O відповідно, записують фінальний

Таблиця 1 Стратегічна (нормальна) форма гри A

P O	$s_1s_7s_9s_{11}s_{13}$	$s_1s_7s_9s_{11}s_{14}$	$s_1s_7s_9s_{12}s_{13}$	$s_1s_7s_9s_{12}s_{14}$	$s_1s_7s_{10}s_{11}s_{13}$	$s_1s_7s_{10}s_{11}s_{14}$
s_3s_6	x_3^1	x_3^1	x_3^1	x_3^1	x_3^1	x_3^1
s_3s_5	x_3^1	x_3^1	x_3^1	x_3^1	x_3^1	x_3^1
s_4s_6	x_3^3	x_3^3	x_3^3	x_3^3	x_3^4	x_3^4
s_4s_5	x_3^3	x_3^3	x_3^3	x_3^3	x_3^4	x_3^4

P O	$s_1s_7s_{10}s_{12}s_{13}$	$s_1s_7s_{10}s_{12}s_{14}$	$s_1s_8s_9s_{11}s_{13}$	$s_1s_8s_9s_{11}s_{14}$	$s_1s_8s_9s_{12}s_{13}$	$s_1s_8s_9s_{12}s_{14}$
s_3s_6	x_3^1	x_3^1	x_3^2	x_3^2	x_3^2	x_3^2
s_3s_5	x_3^1	x_3^1	x_3^2	x_3^2	x_3^2	x_3^2
s_4s_6	x_3^4	x_3^4	x_3^3	x_3^3	x_3^3	x_3^3
s_4s_5	x_3^4	x_3^4	x_3^3	x_3^3	x_3^3	x_3^3

P O	$s_1s_8s_{10}s_{11}s_{13}$	$s_1s_8s_{10}s_{11}s_{14}$	$s_1s_8s_{10}s_{12}s_{13}$	$s_1s_8s_{10}s_{12}s_{14}$	$s_2s_7s_9s_{11}s_{13}$	$s_2s_7s_9s_{11}s_{14}$
s_3s_6	x_3^2	x_3^2	x_3^2	x_3^2	x_3^7	x_3^8
s_3s_5	x_3^2	x_3^2	x_3^2	x_3^2	x_3^5	x_3^5
s_4s_6	x_3^4	x_3^4	x_3^4	x_3^4	x_3^7	x_3^8
s_4s_5	x_3^4	x_3^4	x_3^4	x_3^4	x_3^5	x_3^5

Продовження таблиці 1
Стратегічна (нормальна) форма гри A

P O	$S_2S_7S_9S_{12}S_{13}$	$S_2S_7S_9S_{12}S_{14}$	$S_2S_7S_{10}S_{11}S_{13}$	$S_2S_7S_{10}S_{11}S_{14}$	$S_2S_7S_{10}S_{12}S_{13}$	$S_2S_7S_{10}S_{12}S_{14}$
S_3S_6	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8
S_3S_5	x_3^6	x_3^6	x_3^5	x_3^5	x_3^6	x_3^6
S_4S_6	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8
S_4S_5	x_3^6	x_3^6	x_3^5	x_3^5	x_3^6	x_3^6

P O	$S_2S_8S_9S_{11}S_{13}$	$S_2S_8S_9S_{11}S_{14}$	$S_2S_8S_9S_{12}S_{13}$	$S_2S_8S_9S_{12}S_{14}$	$S_2S_8S_{10}S_{11}S_{13}$	$S_2S_8S_{10}S_{11}S_{14}$
S_3S_6	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8
S_3S_5	x_3^5	x_3^5	x_3^6	x_3^6	x_3^5	x_3^5
S_4S_6	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8	x_3^7	x_3^8
S_4S_5	x_3^5	x_3^5	x_3^6	x_3^6	x_3^5	x_3^5

P O	$S_2S_8S_{10}S_{12}S_{13}$	$S_2S_8S_{10}S_{12}S_{14}$
S_3S_6	x_3^7	x_3^8
S_3S_5	x_3^6	x_3^6
S_4S_6	x_3^7	x_3^8
S_4S_5	x_3^6	x_3^6

стан гри, який є результатом застосування саме цих стратегій її учасниками (див. табл. 1). Так, фінальний стан x_3^1 отримуємо як результат застосування гравцем P стратегії $s_1s_7s_9s_{11}s_{13}$ і водночас стратегії s_3s_6 гравцем O .

Таким чином, стратегічна (нормальна) форма гри є більш інформативною з погляду повноти стратегій гравців, і водночас її учасники повинні ще до початку гри визначити та зафіксувати всі свої майбутні дії.

Таблиця 2

Стратегії гравця P для нормальної форми гри

S ₁ S ₇ S ₉ S ₁₁ S ₁₃	S ₁ S ₈ S ₉ S ₁₁ S ₁₃	S ₂ S ₇ S ₉ S ₁₁ S ₁₃	S ₂ S ₈ S ₉ S ₁₁ S ₁₃
S ₁ S ₇ S ₉ S ₁₁ S ₁₄	S ₁ S ₈ S ₉ S ₁₁ S ₁₄	S ₂ S ₇ S ₉ S ₁₁ S ₁₄	S ₂ S ₈ S ₉ S ₁₁ S ₁₄
S ₁ S ₇ S ₉ S ₁₂ S ₁₃	S ₁ S ₈ S ₉ S ₁₂ S ₁₃	S ₂ S ₇ S ₉ S ₁₂ S ₁₃	S ₂ S ₈ S ₉ S ₁₂ S ₁₃
S ₁ S ₇ S ₉ S ₁₂ S ₁₄	S ₁ S ₈ S ₉ S ₁₂ S ₁₄	S ₂ S ₇ S ₉ S ₁₂ S ₁₄	S ₂ S ₈ S ₉ S ₁₂ S ₁₄
S ₁ S ₇ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₃	S ₁ S ₈ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₃	S ₂ S ₇ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₃	S ₂ S ₈ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₃
S ₁ S ₇ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄	S ₁ S ₈ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄	S ₂ S ₇ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄	S ₂ S ₈ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄
S ₁ S ₇ S ₁₀ S ₁₂ S ₁₃	S ₁ S ₈ S ₁₀ S ₁₂ S ₁₃	S ₂ S ₇ S ₁₀ S ₁₂ S ₁₃	S ₂ S ₈ S ₁₀ S ₁₂ S ₁₃
S ₁ S ₇ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄	S ₁ S ₈ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄	S ₂ S ₇ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄	S ₂ S ₈ S ₁₀ S ₁₁ S ₁₄

Серед стратегій гравців особливе місце посідають *квазівиграшні стратегії*. Метою застосування стратегій такого типу може бути намагання гравця форсувати отримання потрібного для себе результату. Процес реалізації квазівиграшної стратегії має таку структуру:

- складне завдання розбивають на декілька складових завдань або етапів з використанням аналітичного методу. На кожному з етапів розв'язують окреме завдання. Розв'язання цих локальних завдань в сукупності звичайно забезпечує успішне розв'язання поставленого завдання;

- будь-якому отриманому завданню ставлять у відповідність локальну мету, яку вважають раціональною для успішного вирішення наступних завдань.

Можна виокремити дві причини, що можуть завадити досягненню мети гравця, який діє згідно з квазівиграшною стратегією. По-перше, раціональні цілі можуть не збігатися з фінальними станами стратегій гравця. По-друге, під час послідовного розчленування завдань може виникнути неузгодженість проміжних цілей між собою.

Отже, ми можемо зробити такі висновки. По-перше, у царині сучасної логіки спостерігаємо конструктивне уточнення понять, що належать некласичній метатеорії раціональності. По-друге, порівняльний аналіз особливостей стратегій гравців в екстенсивній та стратегічній (нормальній) формах гри засвідчив, що модель повної раціональності успішно функціонує у фінітних детермінованих іграх, що визначають необхідне існування виграшної стратегії одного з її учасників; модель обмеженої раціональності, згідно з якою заперечують необхідне існування виграшної стратегії хоча б одного з гравців, більш успішно реалізується в середовищі інфінітних ігор.

Література:

1. *Никоненко С. В.* Аналитическая философия: основные концепции. – СПб., 2007.
2. *Simon H. A.* Rational Decision-making in Business Organisations // Nobel Memorial Lecture. – 8 December. – 1978.
3. *Нечитайлов Ю. В.* Проблема формализации параллелизма и ограниченной рациональности средствами динамической логики игр: Автореф. дис. ... канд. филос. наук. – СПб., 2003.
4. *Blass A.* A Game Semantics for Linear Logic // Annals of Pure and Applied Logic. – 1992. – Vol. 56.