

Яковець І. О.*канд. мистецтвознавства, доцент кафедри дизайну***Лясковська О. О.***студентка магістратури, Черкаський державний технологічний університет*

ФРАКТАЛ – МАТЕМАТИКА МИСТЕЦТВА. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИРОДНОСТІ ФРАКТАЛЬНИХ ПРОЯВІВ

Анотація. В статті розглянуті фрактальні структури, їх прояви в природі, представлені графічні зображення фракталів, що були створені в спеціальному графічному редакторі, наведені перші згадки про фрактал в дослідженнях науковців та митців, починаючи від середніх віків.

Ключові слова: фрактал, графіка, самоподібність, природність форм, множина Мандельброта.

Аннотация. Яковец И.А., Лясковская О.О. Фрактал – математика искусства. Исследование природности фрактальных проявлений. В статье рассмотрены фрактальные структуры, их проявления в природе, представлены графические изображения фракталов, которые были созданы в специальном графическом редакторе, приведены первые упоминания о фракталах в исследованиях ученых и художников, начиная со средних веков.

Ключевые слова: фрактал, графика, самоподібність, природність форм, множина Мандельброта.

Annotation. Yakovets I.O., Lyaskovskaya O.O. Fractal is a math art. Study of natural fractal manifestations. In the article the fractal structures, their manifestation in nature, fractals are images that were created in a special graphical editor; see the first mention of fractals in the studies of scholars and artists from the Middle Ages.

Keywords: fractal, graphic, self-similarity, natural forms, Mandelbrot set.

*«Геометрія мистецтва...
Фрактал – його цифровий вираз...»
Бенуа Мандельброт.*

Постановка задачі. Незаперечним є факт, що в основі усіх наук та мистецтв лежить математика. Вона – і в основі живої природи. Подивимось на блискавку, ракушку чи сніжинку. Об'єкти живої природи треба наблизити, щоб побачити дрібні деталі. Збільшивши, наблизив до себе об'єкт, можна побачити складові – *фрактали*. Це логічна послідовність крапок, які разом створюють систему – візерунок з неймовірною кількістю дрібних деталей. Це може бути симетрія чи асиметрія, буйство кольорів чи всього лише двоколірна гама. Структурні зміни показані поетапно на рисунку 1. Розгляд такого розмаїття фрактальних форм та їх природної самоподібності є ключовою задачею статті.

На сьогоднішній день дослідження фрактальної графіки є досить новим і цікавим напрямом в мистецтві та дизайні. Фрактальна графіка за своєю сутністю – цілком і повністю природна структура, базована на самоподібності. Ця властивість є важливим елементом і у побудові комп'ютерних систем, оскільки типовому потоку в мережі притаманні аналогічні властивості [1]. Фрактали є цікавими у XX-XXI ст., оскільки люди, при швидкому темпі розвитку технологій, прагнуть зберегти усе натуральне і наблизитись до природного початку.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами. Напрямок дослідження, проведеного згідно плану науково-дослідної роботи Черкаського державного технологічного університету. Робота виконана в рамках реалізації Постанови Кабінету міністрів України № 37 від 20.01.1997 "Про першочергові заходи щодо розвитку національної системи дизайну та ергономіки і впровадження їх досягнень у промисловому комплексі, об'єктах житлової, виробничої і соціально-культурної сфер".

Мета статті – проведення порівняльного аналізу базових фрактальних елементів із структурою елементарних живих організмів; виявлення природного та математичного проявів фрактальних об'єктів та їх взаємодії в дослідженнях науковців, починаючи від середніх віків.

Аналіз останніх досліджень та виклад основного матеріалу. У другій половині минулого століття Бенуа Мандельброт виявив, що в природі практично всюди присутня одна загальна властивість її компонентів, на яку до нього майже не звертали уваги, – самоподібність. Вона полягає в тому, що ціле складається з частин, які є його власними точними або приблизними зменшеними копіями [2]. Самоподібність характерна як для природних об'єктів, так і для більшості процесів, що відбуваються в природі (розмноження сарани – з вибухами і провалами в їх чисельності, потоком рідини – разом з виникаючими при цьому завихреннями), включаючи, навіть, ті процеси, які пов'язані з діяльністю людини або нею викликані (як, наприклад, коливання ринкової вартості цінних паперів). Ця властивість і стала основною, характерною ознакою фракталів (рис.2). Нова властивість виявляє своєрідну симетрію фракталів.

Надійшла до редакції 23.03.2011

Звичні види симетрії дозволяють відображати частини відносно прямої або точки.

Майкл Барнслі, що розробив метод фрактального стиснення зображення, почав свою книгу "Фрактали всюди" так: "Фрактальна геометрія змусить Вас на все дивитись іншими очима. Далі читати небезпечно, Ви ризикуєте втратити все дитяче уявлення хмар, лісів, галактик, листя, квітів, скель, гір та багато чого іншого. Ваше сприйняття цих речей ніколи більше не буде як колись" [3]. Дійсно, різновиди живої природи, множина рослин та ландшафтів, простір та космос, середовище людського існування – усе це складене з малих елементів, частинок, що повторюючись, утворюють сукупність, систему.

Фрактал (лат. *fractus* – подрібнений, дробовий) сам по собі – нерегулярна, самоподібна структура. В широкому розумінні він означає фігуру, малі частини якої в довільному збільшенні є подібними до неї самої. Термін фрактал було введено у 1975 р. Бенуа Мандельбротом. Фрактали по своїй суті відображають усі органічні структури живої природи, показують, як із дуже малих структур утворюються рослини і тварини. Приблизні фрактали можна легко знайти в природі. Ці об'єкти мають самоподібну структуру при великих, але обмежених діапазонах збільшень.

На сьогоднішній день фрактали широко використовуються у комп'ютерній графіці для побудови зображень природних об'єктів, таких як дерева, кущі, гірські ландшафти, поверхні морів і т. д. Подібну до фрактальної має система кровоносних судин. Геометричні фрактали застосовуються для отримання зображень дерев, кущів, берегових ліній тощо. Алгебричні та стохастичні – для побудови ландшафтів, поверхні морів, моделей біологічних та інших об'єктів.

Дослідження і глибоке вивчення геометрії фракталів та можливості їх художнього використання почалося вже в ХХ ст. з появою достатньо потужних обчислювальних машин. Виникли напрямки в сучасному мистецтві, які, базуючись на математичних формулах, створюють емоційно і кольорово насичені фрактальні картини.

Фрактальна графіка є досить багатогранною. Фрактали (фрактальні структури, множини) використовуються у мистецтві для створення художніх творів у стилі імпресіонізму (зокрема, Джексон Поллок, митець 50-х років, малював об'єкти, дуже схожі на фрактали), графічному дизайні, індіанському та африканському мистецтві. Принцип фрактальної самоподібності був також використаний при створенні Ейфелевої Вежі.

Водночас слід зазначити, що перші згадки про фрактал з'явилися ще в Середні віки. В 1525 р. німецький митець Альбрехт Дюрер опублікував свою працю "Керівництво Художника", один із розділів якої має назву "Черепичні шаблони, утворені пентагонами". Пентагон Дюрера багато в чому є схожим на один з фракталів, але замість квадратів використовуються п'ятикутники. В роботах Рона Еггаша "Африканські фрактали" задокументовано поширені фрактальні геометричні структури мистецтва тубільців.

Найглибші дослідження фрактальних множин на той час провів Удо Аахен, відомий в історії як поет, літописець та теоретик-ієзуїт. Дата народження та смерті цього бенедиктинського монаха були невідомі. Вірогідно, він жив приблизно у 1200-1270 рр. н.е. Нове вивчення його праць представило Удо як високоосвідченого та нестандартно мислячого і талановитого математика і митця.

На сьогоднішній день Удо не є таким відомим як одна з його робіт. Цей монах XIII ст. – автор поеми "Fortuna Imperatrix Mundi" ("Вдача Імператриця Світу"), що відома сьогодні як *mina Burana*. Вперше не вивченні можливості Удо були відкриті математиком Бобом Шипку, професором комбінаторики. Під час відвідання Аахенського собору, вчений побачив те, що його вразило. На одному з манускриптів XIII ст. він помітив Зірку Віфлему, що виглядала дивно. Придивившись до деталей, побачив Фрактал (мандельборську функцію) – одну з ікон нашого комп'ютерного часу (рис. 3, а-б).

Відкритий у 1976 р. науковцем компанії IBM Бенойтом Мандельбротом, цей фрактал – математичний об'єкт з властивостями геометричної прогресії. Тільки з появою швидкісних комп'ютерів його визначення стало можливим (рис.3, в).

Монах Удо займався вивченням математики, простих і складних чисел, дослідженням теорії вірогідності, правилами їх множення та поділу за кількома категоріями. Спочатку мета Удо була в тому, щоб розробити метод для визначення можливості досягти небес. Він припускав: душа кожної людини складається з двох незалежних частин, «profanus» (мірське) і «Animi» (духовне), які представляв за допомогою пари чисел. Згодом монах розробив правила для складання та маніпулювання цими парами чисел, що, по суті, являли собою складні правила арифметики, духовна і мирська частин, відповідали дійсним і уявним числам сучасної математики.

Таким чином, шляхом безкінечної кількості розрахунків, складання та множення, крапка за крапкою була створена множина Мандельброта. Удо вдалося визначити цю множину за сім віків до, власне, її відкриття в сучасній науці. Монах тлумачив її як щось Божественне, Вищу Сутність, наукове вираження духовного початку.

Він не зміг завершити працю, довести свої пошуки до логічного кінця, працюючи один. Та й суспільство було не готове сприйняти ці дослідження. І все ж таки ця знахідка є унікальною. Будучи водночас і науковцем, і художником, Удо Аахен поєднав свої знання і відобразив їх у такий специфічний спосіб, як у нікому незрозумілий і невідомий фрактал, як зірка Віфлему, символ божественного початку.

На рисунках 4-7 наведені фотографічні зображення елементів природи та поряд з ними – утворенні автором за допомогою комп'ютерної графіки через програму Tiegazon – малюнки самоподібних фракталів (вони вже містять в собі художній задум та творчі елементи).

Порівняймо їх. Так, наприклад, морські ракушки є одними з найяскравіших прикладів фракталу в

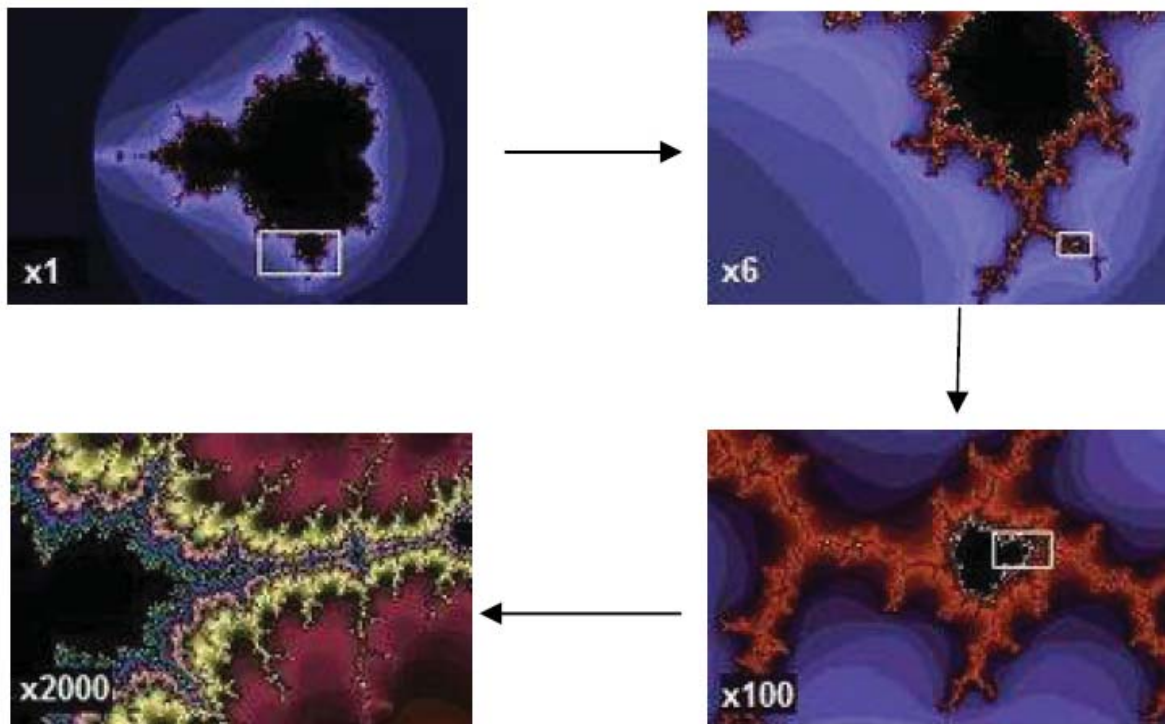


Рисунок.1. Генерування фракталів – множина Мандельброта

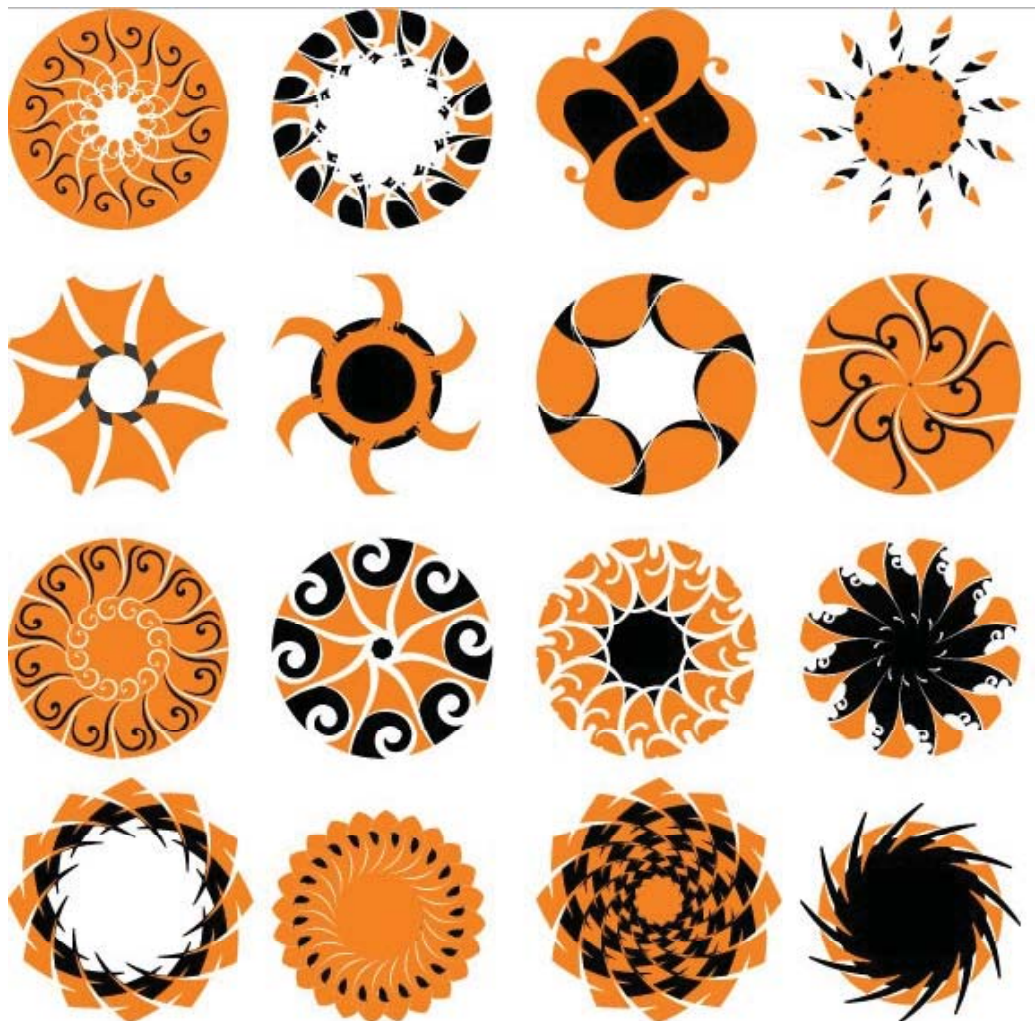
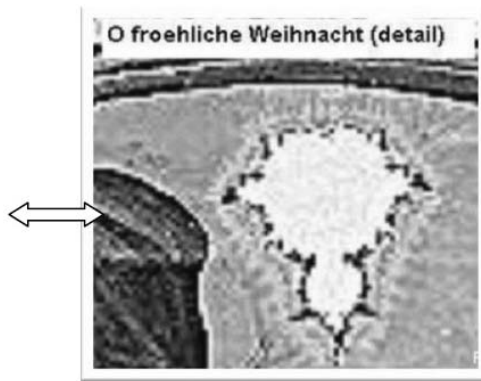


Рисунок.2. Фрактальні структури



а



б



в

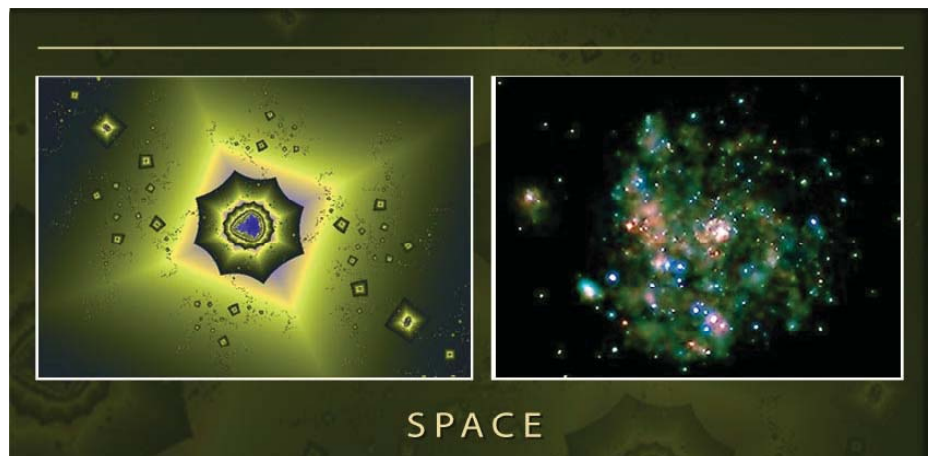
Рисунок 3. а – ікона «Imperatrix Mundi», б – Imperatrix Mundi, наближений фрагмент, в – Множина Мандельброта – фрактал

Рисунок 4. Спіраль



Рисунок 5. Космос,
а – метеорит, б – всесвіт

а



б

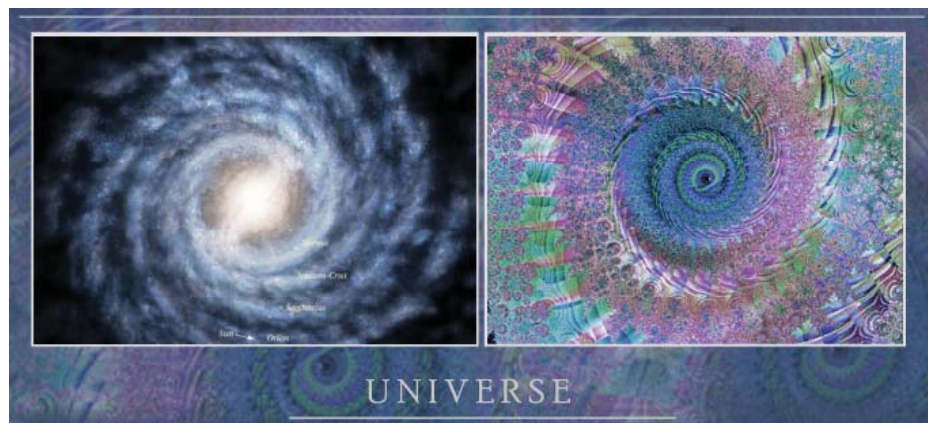
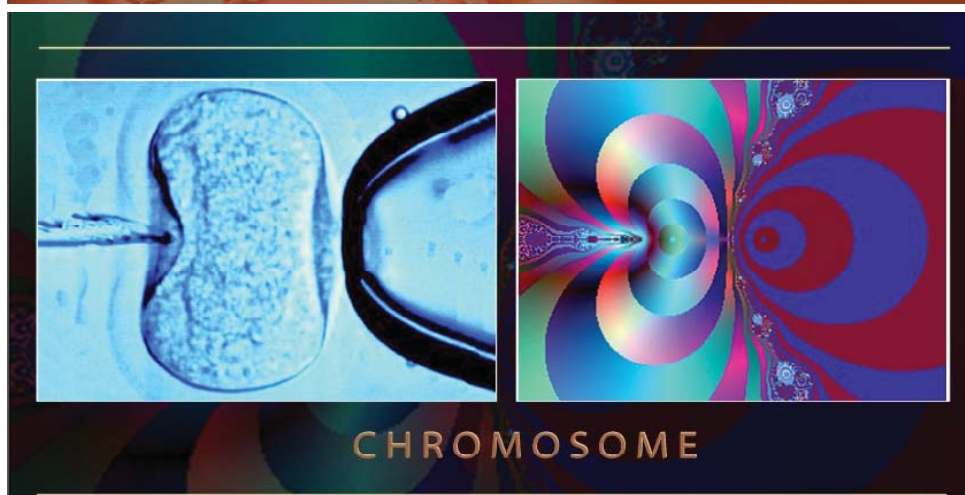


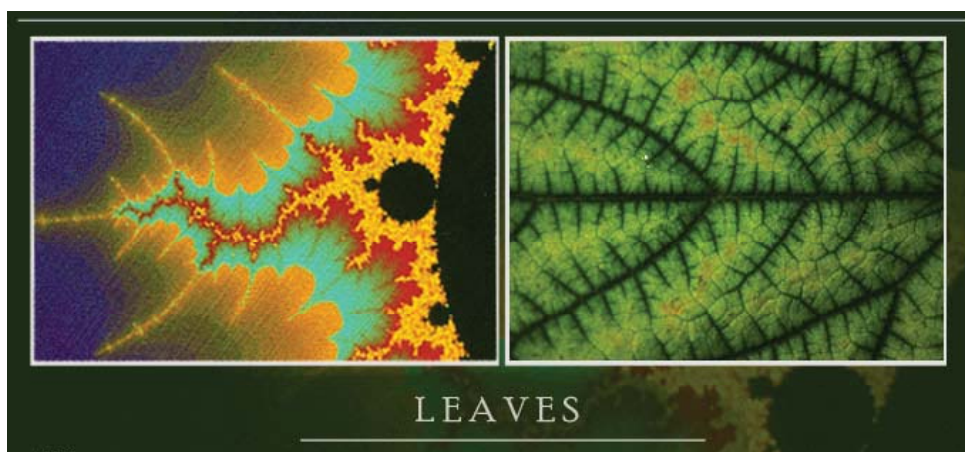


Рисунок 6.
а – людська клітина,
б – хромосома

а



б



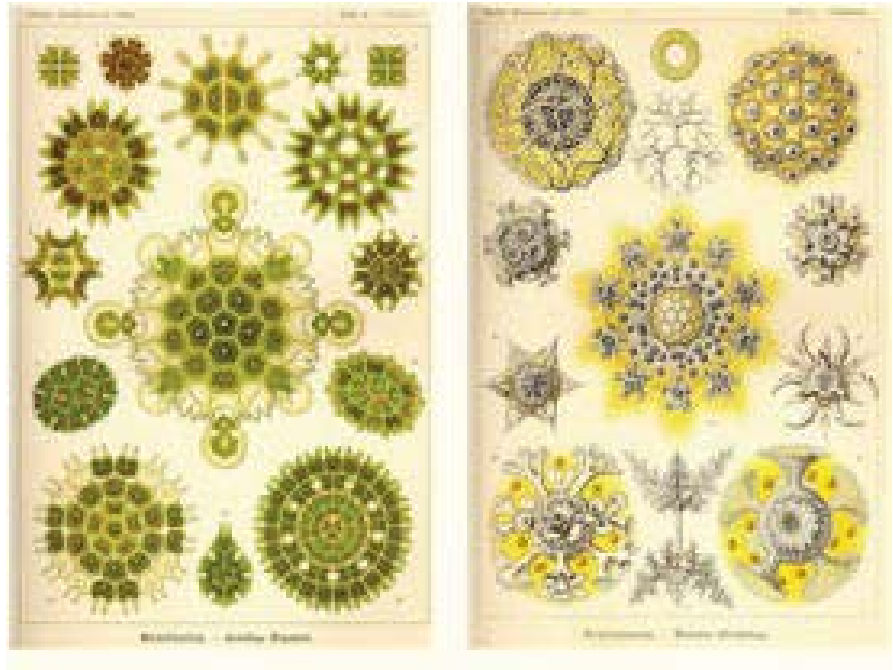
а



б

Рисунок 7.
а – Листя,
б – весняне суцвіття

Рис.8. Зображення радіолярій, губок та медуз Геккеля



природі. Вони закручені, елементи повторюють один одного, збільшуються або зменшуються в геометричній прогресії (рис.4).

Космос, незвідані галактики, їх системна структура, шароподібність, планети, що рухаються по колу – все це є фрактальною самоподібністю у вселенському масштабі (рис.5).

Найменші клітині живого організму – хромосоми та атоми – є прикладами фракталів. Будова людського тіла заснована на повторенні атомів та молекул, що складаються в органи, тканини та кістки. ДНК – має спіральну самоподібну будову, в якій кожен елемент є важливим. Зміщення навіть одного елементу призводить до втрати всієї структури (рис.6, а-б).

Наша планета придатна до життя завдяки зеленим лісам та рослинам. Подивимось на внутрішню структуру листка, в ньому все узгоджено та побудовано, елементи повторюються і складають єдине ціле (рис.7, а-б). Кожне дерево має стовбур та відгалуження – гілля та листя, без цього його існування не можливе. За таким принципом повторюваності побудована флора нашої планети.

Звернемося до фауни. Вчений-біолог та дослідник Геккель на своїх малюнках зобразив найпростіші мікроорганізми (радіолярії, губки та медузи), що є частиною планктону (рис.8), порівнявши їх структурну організацію з типологіями відомих фракталів. Вони дійсно схожі (рис.2) [5]. Так, можна зробити однозначні висновки стосовно самоподібності їх побудови та інваріантності. Прикладів самоподібності в живій природі існує велика кількість: це гордовий павич, замерлі мінерали, гірські масиви та кристали, льодові нарости та річкові басейни. Їх структура побудована в жорсткій послідовності елементів, молекул та атомів.

Висновок. Проведений порівняльний аналіз матеріалів за темою, починаючи від середніх віків, свідчить про те, що утворення структур елементарних

живих організмів і, як наслідок, більш складних представників флори та фауни, і базових фрактальних елементів мають ідентичний характер та побудовані за принципом фрактальної закономірності.

На основі проаналізованого матеріалу виявлено існування геометричних, алгебраїчних, стохастичних фракталів, які широко використовуються у комп'ютерній графіці для побудови зображень як природних об'єктів, так і систем неприродного походження.

Показано, що фрактальна сфера дії охоплює і процес художньої творчості, перехід від почуттів і уявлень – з внутрішнього світу митця – до кінцевої картини – графічного твору.

Подальші дослідження. Планується більш глибоко проаналізувати природничу структуру на наявність фрактальних проявів в роботах митців-художників сучасних та минулих століть, провести аналіз базових форм та створити власні фрактальні зображення в графічній програмі.

Література:

1. [Електронний ресурс] : / Режим доступу: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Фрактал>
2. Божогин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. М.: РХД, 2001. 128 с.
3. Barnsley M. F. Fractals Everywhere. Boston: Academic Press Professional, 1993. 531 p.
4. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman, San Francisco, 1982. 468 p. (Русский перевод: Бенуа Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. М.: Инст. компьютер. исслед. 2002, 654 с.)
5. [Електронний ресурс] : / Режим доступу: <http://webecoist.com/2008/09/07/17-fractals-in-nature/>
6. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman, San Francisco, 1982. 468 p. (Русский перевод: Бенуа Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. М.: Инст. компьютер. исслед. 2002, 654 с.).