

УДК 621.9.06

Ю.О. Сахно, д-р техн. наук,  
Є.Ю. Сахно, д-р техн. наук,  
Г.І. Тур,  
Я.В. Шевченко

Чернігівський Державний інститут економіки і управління

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СТАБІЛІЗАЦІЇ РАДІАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ КОЛІНВАЛА В МОДЕРНІЗОВАНІЙ ГІДРООПОРІ

*Построена расчетная модель модернизированной гидросистемы двигателя внутреннего сгорания автомобиля. Рассмотрен процесс перемещения коленвала без учета вращающего момента в радиальном направлении. Получены уравнения зависимости перемещения, скорости и ускорения от времени срабатывания модернизированной системы питания гидростатической опоры.*

*A calculation model of the modernized hydraulic internal combustion engine vehicle. A movement without regard to crankshaft torque in the radial direction. The equation dependencies displacement, velocity and acceleration of the crankshaft-time operation system upgrading power hydrostatic bearing.*

### Вступ

Відомо, що при роботі колінчастого вала під навантаженням двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ) автомобіля відбувається його зміщення в гідроопорі, що викликає знос корінних шийок колінвала і несучих сегментів гідростатичної опори. Для компенсації зміщення вала під навантаженням розроблено [1] модернізовану систему живлення гідроопор, яка автоматично подає до опори додатковий об'єм рідини, що стабілізує радіальне положення колінвала. При моделюванні положення колінчастого вала з урахуванням модернізованої системи живлення опор необхідно визначити його переміщення, швидкість і прискорення для вибору параметрів руху робочої рідини, яка додатково подається в кармани гідростатичних підшипників.

Відомо, що при роботі двигуна внутрішнього згоряння автомобіля, сумарні сили, що діють у кривошипно-шатунному механізмі, визначаються шляхом складання алгебраїчної суми сил від дії газів і сил інерції зворотно-поступального руху мас [2, 3]:

$$P = P_2 + P_j, \quad (1)$$

При цьому сила тиску газів на поршень визначається як  $P_2 = (p_2 - p_0)F_{\Pi}$ , де  $(p_2 - p_0)$  — різниця тиску в циліндрі,  $F_{\Pi}$  — площа поршня.

Сила інерції від зворотно-поступального руху мас визначається за формулою:

$$P_j = -m_j \cdot j = -m_j R \omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi),$$

де  $m_j$  і  $j$  — відповідно маса і прискорення рухомих частин;  $R$  — радіус центру мас;  $\omega$  — кутова швидкість обертання;  $\varphi$  — кут відхилення шатуна в початковий момент прискорення від положення верхньої мертвої точки (ВМТ);  $\lambda$  — коефіцієнт, який залежить від відношення радіуса обертання кривошипа до довжини шатуна.

Відцентрова сила інерції рухомих мас, що обертаються:  $K_R = -m_R R \omega^2$ , де  $m_R$  — маса частин, що обертаються.

Відцентрова сила інерції  $K_R$  є результируючою двох сил: сил інерції мас шатуна і кривошипа, що обертаються навколо осі. Сумарна сила  $P$  з формули (1) направлена по осі циліндра і прикладена до осі поршневого пальця. Дія від сили  $P$  передається до стінок циліндра перпендикулярно його осі з силою  $N$  і на шатун у напрямку його осі з силою  $S$ . Сила  $N$  діє перпендикулярно до осі і визначається як  $N = P \cdot \operatorname{tg} \beta$ . Сила  $S$  діє вздовж шатуна та вважається додатною, якщо його стискає, і від'ємною, якщо його розтягує, і вона визначається за формулою:  $S = P \frac{1}{\cos \beta}$ . Від дії сили  $S$  на шатунну шийку виникають дві складові: сила  $K_R$  яка направлена по радіусу обертання кривошипа,  $K_R = P \frac{\cos(1 + \beta)}{\cos \beta}$ , і тангенціальна  $T$ , направлена по дотичній до кола радіусу кривошипа,  $T = P \frac{\sin(1 + \beta)}{\cos \beta}$ .

При цьому результируюча сила, що діє на корінну шийку [4], визначається геометричним складанням сил рівних, але протилежних по напрямку силам, що передаються від двох суміжних колін  $R_{\text{ши}} = \vec{R}_{k_i} + \vec{R}_{k_{(i+1)}}$ .

### Виклад основного матеріалу

Для компенсації результируючої сили в гідростатичній опорі колінвала (при його перевантаженнях) пропонується модернізована система живлення гідростатичних опор, в якій у момент найбільшого зміщення колінвала під навантаженням в опору від додаткового насоса  $H2$  подається додатковий об'єм рідини змащування (рис. 1а). Внаслідок цього в карманах опори формується тиск від двох насосів  $P_{\Sigma} = P_{H1} + P_{H2}$ , який і компенсує силу  $R_{\text{ши}}$ , що діє на корінну шийку. Розглядаючи замкнуту гідростатичну опору з дросельним регулюванням, можна визначити алгебраїчну суму зовнішнього навантаження  $P$ , і реакцію з боку тиску рідини в карманах, від яких залежить прискорення ротора в опорі.

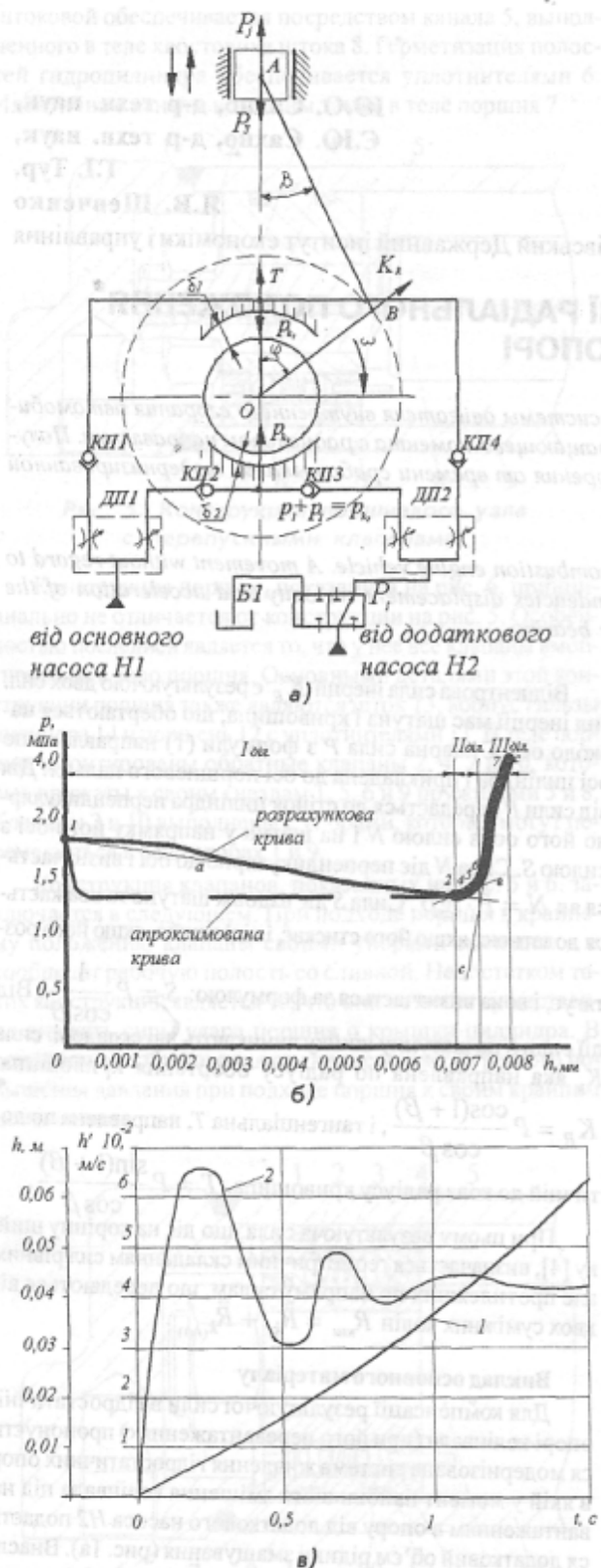


Рис. 1. Розрахунок модернізованої системи живлення гідростатичної опори:  
 а) розрахункова схема гідросистеми, б) графік залежності  $p_k = f(h_0)$ , в) залежність переміщення та швидкості від часу спрацювання: від обох насосів 1 — переміщення, 2 — швидкість.

Розглядаючи рух кривошипа без врахування обертаючого моменту, його переміщення в радіальному напрямку описується рівнянням динамічної рівноваги (рис. 1а):

$$\frac{m \cdot d^2 h}{dt^2} = P_3 + p_{k1} \cdot F_1 - (p_1 + p_2) \cdot F_2 + T_1, \quad (2)$$

де  $m$  — маса рухомих частин;  $\frac{d^2 h}{dt^2}$  — прискорення рухомих частин;  $p_{k1}$  — тиску кармані 1 гідроопори;  $T_1$  — сила рідинного тертя;  $P_3$  — сила зовнішнього навантаження;  $h$  — переміщення корінної шийки колінвала відносно осі гідроопори;  $t$  — час;  $p_1 + p_2 = p_{k2}$  — сумарний тиск у кармані 2 гідроопори від насоса  $H1$  і додаткового  $H2$ .

При цьому зміна тиску на радіусі  $r$  у кармані з додатковою системою подачі рідини визначається рівнянням:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{6\mu(Q_1 + Q_2)}{\pi \cdot r \cdot h_1^3}, \quad (3)$$

де  $p$  — тиск рідини в кармані;  $Q_1 + Q_2$  — алгебраїчна сума витрат рідини від двох насосів ( $Q_1$  — від насоса  $H1$ ,  $Q_2$  — від насоса  $H2$ ) у момент спрацювання керуючого золотника.

Розв'яжемо рівняння (2) відносно зміни сумарного тиску в опорі від часу спрацювання системи

$$\frac{d(p_1 + p_2)}{dt}$$

Зміну тиску  $p_{k1}$  приймаємо, виходячи з роботи [5]:

$p_{k1} = k_1 h_0 + g$ , де  $k_1$  і  $g$  — відповідно коефіцієнти нелінійності і поправочний коефіцієнт для ділянок прямої лінії, що проходить через задані точки,  $h_0$  — діаметральне значення зміни розмірів щілини на  $\Delta h$ .

Силу рідинного тертя  $T_1$  визначимо як  $T_1 = k_1 \frac{dh'}{dt}$ , де

$k_1$  — приведений коефіцієнт лінійної залежності сил тертя від швидкості.

Тоді рівняння (2) приймає наступного вигляду:

$$\frac{m \cdot d^2 h}{dt^2} = (p_1 + p_2) \cdot F_2 - (k_1 h_0 + g) F_1 + k_1 \frac{dh_0}{dt} - P_B, \quad (4)$$

де  $F_1 = F_2 = F$ .

Звідки

$$p_1 + p_2 = \frac{m}{F_2} \frac{d^2 h_0}{dt^2} - \frac{k_1}{F_2} \frac{dh_0}{dt} + \frac{P_B}{F_2} + \frac{(k_1 h_0 + g) F_1}{F_2}. \quad (5)$$

Після диференціювання рівняння (5) отримуємо

$$\frac{d(p_1 + p_2)}{dt} = \frac{m}{F_2} \frac{d^3 h_0}{dt^3} - \frac{k_1}{F_2} \frac{d^2 h_0}{dt^2} + k_3 \frac{dh_0}{dt}. \quad (6)$$

Рівняння нерозривності потоку з врахуванням стисливості рідини має вигляд [5]:

$$(Q_2 - k_y p_{k2}) \cdot dt = \beta V_0 dp_{k2} + F_2 dh', \quad (7)$$

де  $Q_2$  — витрата рідини в силовому кармані;  $k_y$  — коефіцієнт втрат рідини через щілини опори;  $\beta$  — коефіцієнт стисливості рідини;  $h'$  — величина переміщення валу;  $F_2$  — ефективна площа кармана.

Підставляючи значення  $p_{k2} = p_1 + p_2$  з формули (5) в вираз (7), отримуємо

$$Q_2 - k_y \left( \frac{m}{F_2} \frac{d^2 h_0}{dt^2} - \frac{k_1}{F_2} \frac{dh_0}{dt} + \frac{P_2}{F_2} + \frac{(k_3 h_0 + g) F_1}{F_2} \right) = \beta V_0 \left( \frac{m}{F_2} \frac{d^3 h_0}{dt^3} - \frac{k_1}{F_2} \frac{d^2 h_0}{dt^2} + k_3 \frac{dh_0}{dt} \right) + F_2 \frac{dh_0}{dt}. \quad (8)$$

Після перетворення рівняння (8) маємо

$$\beta V_0 \frac{m}{F_2} \frac{d^3 h_0}{dt^3} + k_y \frac{m}{F_2} - \beta V_0 \frac{k_1}{F_2} \frac{d^2 h_0}{dt^2} + \beta V_0 k_3 + \frac{k_y k_1}{F_2} + F_2 \frac{dh_0}{dt} - k_y k_3 h_0 = k_y \frac{P_2}{F} + k_y g - Q_2. \quad (9)$$

Позначаємо  $\beta V_0 \frac{m}{F_2} = a_0$ ;  $-\beta V_0 \frac{k_1}{F_2} = a_1$ ;

$$\beta V_0 k_3 + \frac{k_y k_1}{F_2} + F_2 = a_2; \quad k_y k_3 = a_3; \quad k_y \frac{P_2}{F} + k_y g - Q_2 = b.$$

Тоді після перетворення виразу (9) отримуємо

$$a_0 \frac{d^3 h_0}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 h_0}{dt^2} + a_2 \frac{dh_0}{dt} + a_3 h_0 = b. \quad (10)$$

Для розв'язку рівняння (10), розділимо всі його складові на  $a_0$ , тоді вираз приймає вигляд:

$$\frac{d^3 h_0}{dt^3} + \frac{a_1}{a_0} \frac{d^2 h_0}{dt^2} + \frac{a_2}{a_0} \frac{dh_0}{dt} + \frac{a_3}{a_0} h_0 = \frac{b}{a_0}. \quad (11)$$

Вводимо позначення:  $\frac{dh_0}{dt} = y'$ ;  $\frac{a_1}{a_0} = p_1$ ;  $\frac{a_2}{a_0} = p_2$ ;

$\frac{b}{a_0} = P$ , тоді рівняння (11) запишеться у вигляді лінійного неоднорідного рівняння третього порядку з постійними коефіцієнтами:

$$y''' + p_1 y'' + p_2 y' = P. \quad (12)$$

Відомо, що загальний інтеграл лінійного неоднорідного рівняння дорівнює сумі будь-якого його власного інтеграла  $y'$  і загального інтеграла того ж однорідного рівняння (при  $p = 0$ ) [6], тому для вирішення (12) з постійними коефіцієнтами  $p$ , необхідно знайти функції  $u$  і  $y_1$ , або  $y = u + y_1$ .

Знаходимо загальний інтеграл  $u$  однорідного рівняння  $y''' + p_1 y'' + p_2 y' = 0$ .

Його характеристичне рівняння матиме вигляд  $k^3 + p_1 k^2 + p_2 k = 0$ , або  $k \cdot (k^2 + p_1 k + p_2) = 0$ .

При цьому отримуємо один корінь при  $k_0 = 0$ , а два інших будуть або дійсними або комплексними, від чого залежатиме загальний вигляд інтеграла  $u$ .

Нехай дискримінант  $D = p_1^2 - 4p_2 > 0$ , тоді корні характеристичного рівняння  $k_2$  і  $k_3$  дійсні.

У цьому випадку загальний інтеграл  $u$  має вигляд:

$$u = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{k_2 t} + c_3 e^{k_3 t} = c_2 e^{k_2 t} + c_3 e^{k_3 t} + c_1. \quad (13)$$

У разі, якщо  $D = p_1^2 - 4p_2 < 0$ , характеристичне рівняння має два різні комплексні корні  $k_{2,3} = 2 \pm \beta i$ . Тоді рішення матиме вигляд:

$$u = c_1 e^{k_1 t} + e^{mt} (c_2 \cdot \cos \beta t + c_3 \cdot \sin \beta t). \quad (14)$$

І у випадку, якщо  $D = 0$  то  $k_2 = k_3 = m$ , корні кратні і рішення набуває вигляду:

$$u = c_1 e^{k_1 t} + e^{mt} (c_2 + c_3 t). \quad (15)$$

Далі знаходимо власне рішення неоднорідного рівняння, в якому права його частина багаточлен, тому  $y_1 = Ax$ .

Продиференціювавши, знаходимо значення  $y' = A$ ,  $y'' = 0$ ,  $y''' = 0$ , і підставляючи значення  $y_1, y_1', y_1'', y_1'''$

у рівняння (10), отримуємо:  $p_2 A = P$ ;  $A = \frac{P}{p_2}$ ;  $y_1 = \frac{P}{p_2} x$ .

Таким чином, загальний інтеграл даного неоднорідного рівняння  $y = u + y_1$  залежатиме від характеру коренів характеристичного рівняння:

1) якщо корені дійсні і різні, то

$$y = c_2 e^{k_2 t} + c_3 e^{k_3 t} + c_1 + \frac{P}{p_2} t; \quad (16)$$

2) якщо характеристичне рівняння має комплексні корені, тоді

$$y = c_1 + e^{mt} (c_2 \cdot \cos \beta t + c_3 \cdot \sin \beta t) + \frac{P}{p_2} t; \quad (17)$$

3) якщо корені кратні, то загальне рішення буде

$$y = c_1 + e^{mt} \left( (c_2 + c_3 t) + \frac{P}{p_2} t \right). \quad (18)$$

Таким чином, змінюючи значення тиску в кармані гідроопори  $p_{k1}$  і  $p_{k2} = p_1 + p_2$  можна визначити величину  $y' = \frac{dh_0}{dt}$  зміни зазору в опорі з часом, тобто переміщення, швидкість і прискорення колінвала з врахуванням підведення додаткового тиску рідини в кармані гідроопори.

У роботі [5] визначена залежність зміни тиску в кармані гідростатичної опори від переміщення осі корінної шийки кривошипа відносно центру підшипника. Цю залежність представлено на рис. 16, на ньому виділено три

ділянки зміни руху. При цьому на першій ділянці  $h_0 = 0 \div 0,007$ , де тиск буде:  $p_{k_1} = -80 \cdot h_0 + 17,9$ . Для прямої *e* на ділянці II, при  $h_0 = 0,007 \div 0,0076$ , отримали:  $p_{k_1} = 600 \cdot h_0 + 30,3$ . І для прямої *c* ділянки III при  $h_0 = 0,0076 \div 0,008$  отримуємо:  $p_{k_1} = 77 \cdot h_0 \cdot 01^3 - 5837$ .

Вирішуємо рівняння (11), підставляючи постійні  $a_0, a_1, a_2, a_3, b$  і диференціюючи рівняння (11) для кожної з трьох ділянок графіка рис. 1б, при наступних значеннях:  $\beta = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{Н}$ ;  $P_B = 3 \text{ кН}$ ;  $F = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $V_0 = 35,2 \text{ см}^3$ ;  $m = 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ кгс} \cdot \text{с}^2/\text{см}$ ;  $Q = 58,33 \text{ см}^3/\text{с}$ ;  $k_y = 1,3 \text{ кгс} \cdot \text{с}/\text{см}$ ;  $k_1 = 233,62 \cdot 10^{-6} \text{ кгс} \cdot \text{с}/\text{см}$ .

Тоді для ділянки I коефіцієнти дорівнюватимуть:  $k_3 = 4,3$ ;  $a_0 = 26,4 \cdot 10^{-7}$ ;  $a_1 = 1,7 \cdot 10^{-3}$ ;  $a_2 = 7,5$ ;  $a_3 = 5,59$ ;  $b = 32,14$  і рівняння (11) приймає вигляд:

$$26,4 \cdot 10^{-7} \frac{d^3 h}{dt^3} + 1,7 \cdot 10^{-3} \frac{d^2 h}{dt^2} + 7,5 \frac{dh}{dt} + 5,59 h = 32,14.$$

Відповідно для ділянки II:  $a_0 = 26,4 \cdot 10^{-7}$ ;  $a_1 = 1,7 \cdot 10^{-3}$ ;  $a_2 = 7,5$ ;  $a_3 = 780$ ;  $b = 86,68$ ;  $k_3 = 600$ , і рівняння (11) набуває вигляду:

$$26,4 \cdot 10^{-7} \frac{d^3 h}{dt^3} + 1,7 \cdot 10^{-3} \frac{d^2 h}{dt^2} + 7,5 \frac{dh}{dt} + 780 h = 86,68.$$

І для ділянки III при  $a_3 = 11446$ ,  $b = 902,4$  буде:

$$26,4 \cdot 10^{-7} \frac{d^3 h}{dt^3} + 1,7 \cdot 10^{-3} \frac{d^2 h}{dt^2} + 7,5 \frac{dh}{dt} + 11446 h = 902,4.$$

Розв'язок рівнянь проводимо за допомогою ПЕОМ, для чого представимо їх в зручному для розрахунку вигляді:

$$h'' = 1,21 \cdot 10^{-7} - 643,93 h'' - 2840909 h' - 2117424,2 h;$$

$$h'' = 3,28 \cdot 10^{-7} - 643,93 h'' - 2840909 h' - 2,95 \cdot 10^8 h;$$

$$h'' = 3,418 \cdot 10^{-8} - 643,93 h'' - 2840909 h' - 4,3 \cdot 10^9 h.$$

Початкові умови розрахунку приймаємо:  $t_0 = 0$ ;  $h_0 = 0$ ;  $h'_0 = 0$ ;  $h''_0 = 0$ ; час  $t$  змінюється від 0 до 2 секунд.

За отриманими даними будемо графіки залежності переміщення і швидкості валу від часу рис. 1в. З графіків видно, що період перехідного процесу переміщення вала

знаходиться у межах 1,5 с. У момент запуску чи перевантаження ДВЗ, при спрацюванні додаткової системи живлення від насосу *H2* відбувається стабілізація положення колінвала в гідроопорі, після чого система вимикається і опора працює в нормальному режимі.

### Висновки

1. В результаті отримано рівняння руху колінвала двигуна внутрішнього згоряння автомобіля з урахуванням роботи додаткової системи живлення гідростатичного підшипника.
2. Визначено швидкість і переміщення вала у початковий момент часу при спрацюванні керуючого золотника та подачі додаткового об'єму рідини змащування в гідростатичну опору.

### Література

1. Сахно, Ю.О. та ін. Модернізація системи змащування підшипників колінчастого валу / Ю.О.Сахно, Є.Ю.Сахно, Я.В.Шевченко, С.В. Бойко // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. — Чернігів. — 2008. — № 34, Технічні науки — С. 95—99.
2. Алексеев, В.П. Двигатели внутреннего сгорания: устройство и работа поршневых и комбинированных двигателей / В.П. Алексеев, Л.В. Грехов и др. Под общ. ред. А.С. Орлина. — М.: Машиностроение, 1990. — 288 с.
3. Гоц, А.И. Кинематика и динамика кривошипно — шатунного механизма поршневых двигателей: Учебное пособие. — Владимир: Редакционно-издательский комплекс ВлГУ, 2005. — 124 с.
4. Вырубов, Д.Н. Двигатели внутреннего сгорания: теория поршневых и комбинированных двигателей. — М.: Машиностроение, 1983. — 164 с.
5. Сахно, Ю.О. та ін. Стабілізація положення кривошипа під навантаженням в гідростатичній опорі / Ю.О.Сахно, Є.Ю.Сахно, Я.В. Шевченко // Праці Таврійського державний агротехнологічного університету. — Мелітополь. — 2010. — № 10. — Т. 9. — С. 26—35.

Надійшла 20.05.2011 р.