

В.С.Лисенко, канд.техн.наук;

Ю.О. Цибрій

Національний технічний університет України
„Київський політехнічний інститут”

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГІДРОПРИВОДА З ГІДРОМОТОРОМ

Запропоновано методику розрахунку неавтоматичної гідросистеми, що складається з нерегульованих насоса, гідромотора і запобіжного клапана, за допомогою теорії автоматичного регулювання з метою визначення точності та швидкодії в режимі змінного навантаження. Представлено математичну модель, структурну схему та методи визначення якості перехідних процесів.

The method of non-automatic hydraulic system calculation consisting of unregulated pump, hydraulic motor and safety valve, with the help of automatic control theory in order to determine the accuracy and speed using the variable load is presented. A mathematical model, structural circuitry and methods for the quality of transient processes are presented.

Вступ

Гідропривод широко застосовується практично в усіх галузях промисловості і на транспорті. Особливо широке застосування знайшов порівняно простий гідропривод, який часто працює в умовах змінних навантажень, що ускладнює визначення динамічних характеристик такого гідропривода.

На даний момент для найпростіших гідравлічних приводів в інженерній практиці розрахунок по збурювальному сигналу не виконується, а проводяться тільки статичні розрахунки, які не враховують зміну основних параметрів гідросистеми в момент початку її роботи і під час зміни режимів роботи, а саме: зміну тиску, витрати в гідросистемі, деформацію трубопроводів та ін. [2, 3].

Тому удосконалення методів розрахунку таких гідроприводів є досить актуальною задачею, вирішенням якої можна підвищити якість роботи, довговічність та надійність гідросистем [4, 5].

Метою статті є розроблення методики розрахунку динаміки неавтоматичної гідросистеми методами теорії автоматичного регулювання та дослідження показників перехідного процесу в умовах динамічного навантаження.

Основний матеріал

Одним з шляхів удосконалення методів розрахунку гідроприводів є застосування методів теорії автоматичного регулювання [1] до неавтоматичних гідросистем, що може значно полегшити розрахунок динаміки таких систем.

Побудуємо математичну модель найпростішого гідропривода (рисунк1), що складається з нерегульованих насоса Н, гідромотора ГМ, запобіжного клапана КЗ та гідробака ГБ. Така гідросистема може бути представлена як система регулювання (рисунк 2), де регулюючою величиною є частота обертання гідромотора ω_M , а управляючим (збурювальним) сигналом — крутний мо-

мент опору на валу гідромотора $M_{оп}$. До системи підведено джерело енергії Е.

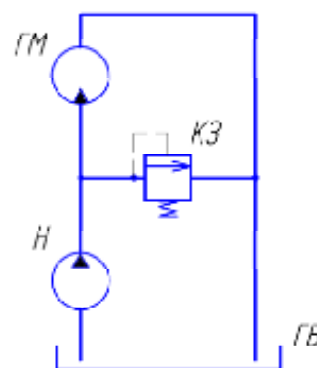


Рисунок 1. Гідропривод з гідромотором.

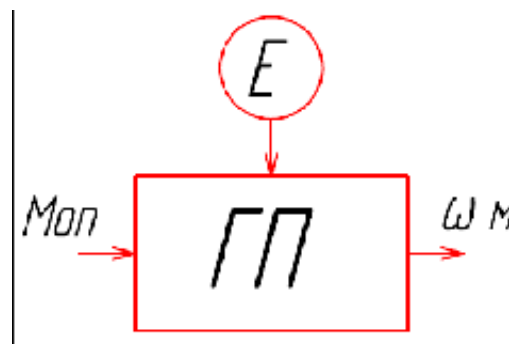


Рисунок 2. Функціональна схема гідропривода по рисунку 1.

При розрахунку будемо вважати, що в'язкість робочої рідини майже не змінюється, втрати тиску у трубопроводі незначні, режим течії витоків у гідромашинах ламінарний.

З умови нерозривності потоку рідини одержимо рівняння витрати у гідросистемі

$$Q_H = Q_M + Q_{Вит} + Q_{КЛ}, \quad (1)$$

де витрати насоса і гідромотора відповідно становлять

$$Q_H = W_H \cdot \omega_H,$$

$$Q_M = W_M \cdot \omega_M,$$

де W_H і W_M — робочі об'єми насоса та гідромотора; ω_H і ω_M — частоти обертання насоса та гідромотора.

Витоки у гідромашинах і витрати, викликані деформацією рідини у нагнітальному трубопроводі та його деформацією

$$Q_{Вит} = K_{Вит} \cdot p, \quad (2)$$

$$Q_{Вит} = K_{\delta} \cdot p_H,$$

де $K_{Вит}$ — коефіцієнт витоків;

$$p = p_H - p_{зл};$$

де $p_H, p_{зл}$ — тиск у нагнітальному та зливному трубопроводах; K_{δ} — коефіцієнт деформації робочої рідини і трубопроводів;

$$K_{\delta} = \frac{V_p}{E_p} + \frac{\pi \cdot d_T^3 \cdot l_T (1 - \frac{\mu_T}{2})}{4 \cdot E_T \cdot \delta_T},$$

де V_p — сумарний об'єм рідини, що знаходиться у гідролінії високого тиску; d_T, l_T, δ_T — внутрішній діаметр, довжина та товщина труби трубопроводів; μ_T — коефіцієнт Пуассона матеріалу трубопроводу; E_p, E_T — модулі пружності рідини та матеріалу трубопроводів.

Витрата $Q_{КЛ}$ через клапан і його статична характеристика (рисунок 3) визначаються залежністю

$$Q_{КЛ} = \begin{cases} 0 & \text{при } p_H \leq p_{КЛ1}; \\ K_{КЛ} \cdot (p_H - p_{КЛ1}) & \text{при } p_{КЛ1} \leq p_H \leq p_{КЛ2}; \\ Q_H & \text{при } p_H \geq p_{КЛ2}; \end{cases} \quad (3)$$

де $K_{КЛ}$ — коефіцієнт провідності клапана; $p_{КЛ1}$ — тиск початку відкриття клапана, $p_{КЛ2}$ — тиск, при якому вся витрата насоса проходить через клапан.

Статичну характеристику приводного двигуна представлено на рисунку 4, яка визначається співвідношенням

$$\omega_H = \omega_{H0} - K_{КД} \cdot \dot{I}_H, \quad (4)$$

де $K_{КД}$ і ω_{H0} — коефіцієнт ковзання приводного двигуна та його частота обертання у режимі холостого ходу; \dot{I}_H — крутний момент на валу насоса Н.

Крутний момент на валу насоса

$$\dot{I}_H = (1 + K_{ТН}) \cdot W_H \cdot p_H + K_{ВН} \cdot \omega_H + \dot{I}_{OH}, \quad (5)$$

де $K_{ТН}, K_{ВН}$ — коефіцієнти контактної та в'язкого тертя насоса; \dot{I}_{OH} — момент холостого ходу насоса.

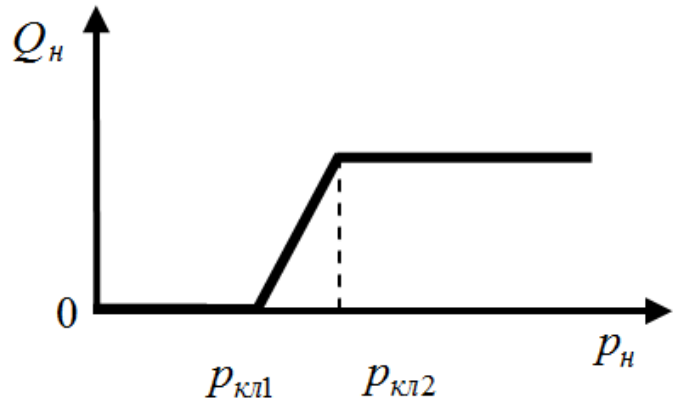


Рисунок 3 — Статична характеристика клапана.

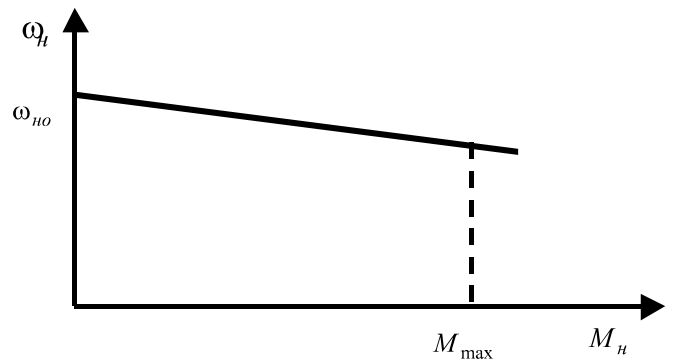


Рисунок 4 — Статична характеристика приводного двигуна.

З виразів (4) і (5) визначимо частоту обертання насоса

$$\omega_H = \omega_0 - K \cdot p_H, \quad (6)$$

де

$$\omega_0 = \frac{\omega_{H0}}{1 + K_{КД} \cdot K_{ВН}} - \frac{K_{КД} \cdot M_{ХН}}{1 + K_{КД} \cdot K_{ВН}},$$

$$K = \frac{K_{КД} \cdot (1 + K_{ТН})}{1 + K_{КД} \cdot K_{ВН}}.$$

Підставляючи вирази (2), (3), (6) і (1), маємо рівняння нерозривності потоку рідини

$$W_H \cdot \omega_0 = W_M \cdot \omega_M + K_{Вит} \cdot p_0 + K(p_0 + p_{зл}) + Q_{КЛ}(p_0) \quad (7)$$

Рівняння крутних моментів, приведені до вала гідромотора, має вигляд

$$I_{ПР} \cdot \dot{\omega}_M = W_M \cdot p - K_{ТМ} \cdot W_M \cdot p - K_{ВМ} \cdot \omega_M - M_{ХМ} - M_{ОП}, \quad (8)$$

де $I_{ПР}$ — момент інерції всіх рухомих частин, зведених до вала гідромотора, враховуючи його момент інерції;

$K_{ТМ}, K_{ВМ}$ — коефіцієнти контактної та в'язкого тертя

Таблиця 1
Показники якості перехідного процесу

Показники	Методи визначення			
	Кореневий	Часовий	По частотним характеристикам	
			Замкненої системи	Розімкненої системи
Точність	$\mu = \frac{\beta}{\alpha};$ $\chi = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{100}{\varepsilon} \cdot \mu;$ $\eta = (1 - e^{-\frac{2\pi}{\mu}}) \cdot 100\%$	$\sigma = \frac{\delta_{\max}}{\Delta\omega_{ec}} \cdot 100\%;$ $\delta_{\max} = \Delta\omega_{\max} - \Delta\omega_{ec};$ $\chi = \frac{t_p}{T_K};$ $\eta = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1} \cdot 100\%$	$M \leq M_{дон};$ $\sigma \leq 18\%;$ $A(\Delta\omega) > 0 \text{ при}$ $\frac{dA(\Delta\omega)}{d\Delta\omega} < 0;$ $\sigma = 1,18 \frac{A_{\max} - A(0)}{A(0)}$	$\delta_{cm} = \frac{\Delta M_{оп}}{1 + K_2}$
Швидкодія	$t_p \approx \frac{\ln \frac{100}{\varepsilon} + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right)}{\lambda}$	$t_p,$ $\Delta\omega(t) - \Delta\omega_{ec} \leq \Delta;$ $t_1,$ $\Delta\omega(t) = \Delta\omega_{\max} - \omega_p$	$\Phi(\omega_c) = 0,1\Phi(0) \cdot \omega_{zp};$ $t_1 \approx \frac{\pi}{\omega_p};$ $t_p = (1 \div 2) \cdot \frac{2\pi}{\omega_p}$	$t_1 \approx \frac{\pi}{\omega_{\varphi}};$ $t_p = (1 \div 2) \cdot \frac{2\pi}{\omega_{\varphi}}$

гідромотора; $M_{хм}$ — момент холостого ходу гідромотора.

Нехай в момент початку перехідного процесу, що розглядається, початкові умови не нульові, тобто при $t = 0$ $\omega_M = \omega_{M0}$, $p = p_0$, $M_{оп} = M_{оп0}$. Для спрощення розрахунків у зв'язку з невеликим значенням приймемо $p_{зи} = \text{const}$.

З рівнянь (7) і (8) динаміки визначимо рівняння статички, що відповідають часу $t = 0$:

$$W_H \cdot \omega_0 = W_M \cdot \omega_{i0} + K_{Вум} \cdot \delta_0 + \hat{E}(\delta_0 + \delta_{\text{св}}) + Q_{\hat{E}\hat{E}}(\delta_0) \quad (9)$$

$$0 = (1 - K_{TM}) \cdot W_M \cdot \delta_0 - K_{BM} \cdot \omega_{M0} - \dot{I}_{OI} - \dot{I}_{II0} \quad (10)$$

Приймемо нові змінні, для яких початкові умови нульові, а саме

$$\Delta\omega_M = \omega_M - \omega_{M0},$$

$$\Delta\delta = \delta - \delta_0,$$

$$\Delta\dot{I}_{II} = \dot{I}_{II} - \dot{I}_{II0},$$

$$\Delta\omega_M = \omega_M,$$

$$\Delta\delta = \delta.$$

Віднявши від рівнянь (7) та (8) рівняння статички (9) та (10), одержимо систему рівнянь, що описує перехідний процес у гідросистемі з початку часу ($t = 0$). Виразимо її у формі перетворення Лапласа

$$\Delta M_{оп}(S) = (1 - K_{TM}) \cdot W_M \cdot \Delta p(S) \quad (12)$$

де S — оператор Лапласа; витрата через клапан визначається залежністю на основі рівнянь динаміки (11) та (12) побудовано структурну схему (рисунок 5), що визначає зміну прирощення частоти обертання гідромотора від зміни прирощення крутного моменту на його валу і є алгоритмом для визначення показників якості (часу перехідного процесу та характеристики його проходження) при зміні моменту опор. Як видно з рисунку 5, зі збільшенням прирощення $\Delta M_{оп}$ крутного моменту опор від нуля (при $t = 0$) прирощення частоти обертання $\Delta\omega_M$ стає від'ємним числом, а $\Delta\omega_M$ — додатним.

На основі математичної моделі (1) та структурної схеми (рисунок 5) за допомогою пакету MATLAB Simulink було отримано графічну залежність кутової швидкості від часу протягом перехідного процесу з урахуванням відкриття переливного клапана (рисунок 6).

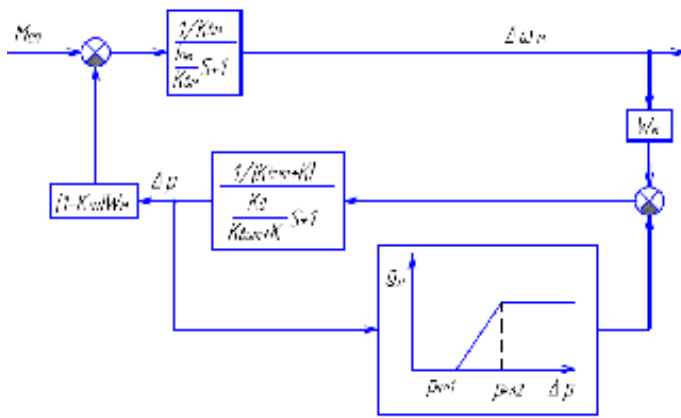


Рисунок 5 — Структурна схема гідропривода

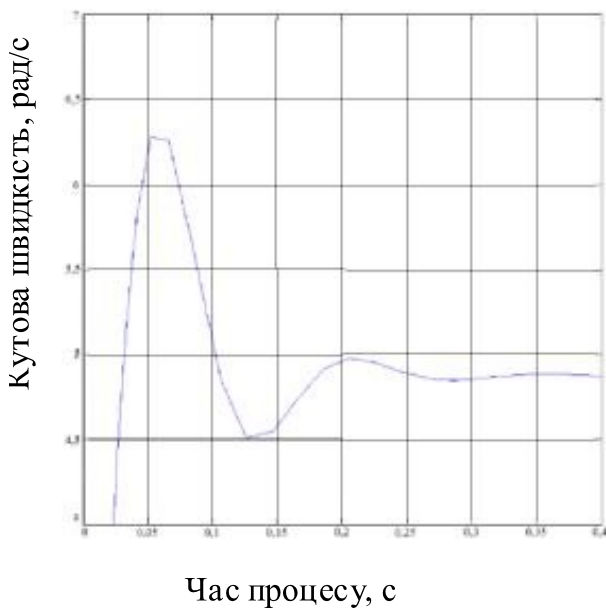


Рисунок 6 — Графічна залежність кутової швидкості від часу протягом перехідного процесу.

Передаточна функція гідропередачі (рисунок 1) за збурювальним сигналом включає форсуючу і коливальну ланку ($\zeta < 1$), коли перехідний процес протікає з перерегулюванням, або дві аперіодичні ланки ($\zeta \geq 1$), коли перехідний процес аперіодичний. Передаточна функція розімкненої системи

Структурна схема на рисунку 5 та рівняння динаміки дозволяють при нехтуванні можливим відкриттям запобіжного клапана методами теорії автоматичного регулювання лінійних систем [1] визначити показники якості перехідного процесу (див. табл. 1), а саме :

- кореневих — по характеристичному рівнянню — знаменнику передаточної функції замкненої системи (13) коливальність μ , кількість коливань χ і час перехідного процесу t_p , час першого максимуму t_1 , показник затухання η ;

- часових — при подачі на вхід ступеневого сигналу (величина перерегулювання $\sigma\%$), кількість коливань χ та час перехідного процесу, показник затухання $\eta\%$;

- частотних — по частотних характеристиках замкненої системи (показник коливання M , смугу пропускання частот ω_c та резонансну частоту ω_p , час перехідного процесу t_p та першого максимуму t_1).

У той же час короткодіюче відкриття запобіжного клапана дозволить тільки згладити можливий похідний процес. Для більш точного дослідження показників перехідного процесу з урахуванням можливого відкриття запобіжного клапана треба скористатися теорією автоматичного регулювання суттєво нелінійних систем та розрахунках такого процесу за допомогою програмного забезпечення, що ускладнює динамічний розрахунок таких систем.

У таблиці використані такі невказані вище позначення: α, β — дійсна та уявна частини коренів характеристичного рівняння — знаменника передаточної функції замкненої системи (13); ε — відносна зона нечутливості перехідного процесу при часовому методі розрахунку (3–5%); λ — найбільше до нуля значення кореня характеристичного рівняння або його дійсної частини; δ_{max} — максимальне абсолютне значення помилки процесу регулювання; $\Delta\omega_{max}, \Delta\omega_{BN}$ — максимальне та встановлене значення прирощення кутової швидкості; T_K — період коливання; $\Delta\omega(t), \Delta$ — поточне значення прирощення кутової швидкості та абсолютне значення зони нечутливості.

При аналізі якості перехідного процесу по частотних характеристиках під ω мається на увазі частота коливань кутової швидкості. Тут $M_{доп}$ — допустиме значення показника коливання (1,1–1,3; 1,3–1,5; 1,5–1,7 — відповідно дуже добрі, добрі та задовільні демпфуючі властивості, бажано не більше 2,5); $A(\omega)$ — амплітудно-частотна характеристика розімкненої системи, її значення при $\omega = 0$ $A(0)$ і максимальне значення A_{max} при $\omega \neq 0$; ω_c — смуга пропускання частот, що визначається по амплітудно-частотній характеристиці замкненої системи $\Phi(\omega_c) = 0,1 \cdot \Phi(0)$; ω_p — резонансна частота цієї характеристики; ω_s — частота зрізу логарифмічної амплітудно-частотної характеристики розімкненої системи.

Якщо напочатку перехідного процесу відбувається короткочасне спрацювання запобіжного клапана, то це згладжує перехідний процес і може трохи збільшити його час.

Висновок

У результаті дослідження отримано математичну модель неавтоматичної гідросистеми, на основі якої був запропонований розрахунок чотирма немашинними методами теорії автоматичного регулювання (кореневим, часовим, по частотних характеристиках замкненої та розімкненої системи), який дозволяє значно повніше визначити характеристики системи у порівнянні зі статичним розрахунком, а саме, показники точності і швидкодії таких систем при достатньо широкій зміні діючих на них навантажень.

На основі математичної моделі та структурної схеми неавтоматичної гідросистеми було отримано за

лежність зміни частоти обертання гідромотора від часу протягом перехідного процесу за допомогою програмного пакету MATLAB Simulink.

Для більш точних досліджень показників перехідного процесу треба скористатися теорією автоматичного регулювання суттєво нелінійних систем.

Література

1. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического регулирования: учебник / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — М.: Наука, 1972. — 768 с.

2. Богданович Л.Б. Объемные гидроприводы: учеб. пособие / Л.Б. Богданович. — К.: Техника, 1971. — 172 с.

3. Гамынин, Н.С. Гидравлические приводы летательных аппаратов: учеб. пособие / Н.С. Гамынин, В.И. Карев, А.М. Потапов и др. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1992. — 368 с.

4. Лещенко, В. А. Гидравлические следящие приводы станков с программным управлением: учеб. / В.А. Лещенко. — М. : Машиностроение, 1975. — 288 с.

5. Попов, Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: учеб. / Д.Н. Попов. — М. : Машиностроение, 1977. — 424 с.

Надійшла 13.09.2012