

В.І. Савуляк, д-р техн. наук  
Вінницький національний аграрний університет  
І.В. Коц, канд. техн. наук,  
В.В. Петрусь, канд. техн. наук  
Вінницький національний технічний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ ГІДРОІМПУЛЬСНОГО ПРИВОДА НАСОСА МЕМБРАННОГО ТИПУ

*Разработана математическая модель динамики рабочего процесса гидроимпульсного привода мембранного насосного агрегата.*

*Mathematical model of dynamics of membrane pumping unit hydraulic impulsive drive is developed.*

### Постановка проблеми

При розробці гідравлічних систем приводів різних технологічних машин основні параметри і характеристики гідропривода та конструктивні параметри складових деталей та вузлів гідроагрегатів обирають, виходячи в основному із силових і кінематичних вимог до подолання технологічного навантаження, забезпечення величини ходу і швидкості руху робочих органів на робочому та холостому ходах. Але досвід експлуатації гідрофікованих машин свідчить, що цих вимог недостатньо. Вібрація, нестабільність швидкості руху робочих органів, які часто виникають у гідроприводах, ведуть до зниження надійності машин та погіршення якості виконуваних робіт. Саме тому дослідження динаміки гідропривода має велике значення.

Одним з основних етапів у розробці нових конструкцій насосних гідроприводних агрегатів зворотно-поступальної дії, які керовані за допомогою автоматичних блоків керування — комбінованих автоматичних гідророзподільників, є теоретичне дослідження робочих характеристик цих агрегатів та їх блоків керування. Необхідність детального теоретичного аналізу і дослідження загальних закономірностей проходження складних гідромеханічних процесів у гідравлічних системах силових приводів різних технологічних машин, визначають актуальність створення і обґрунтування теоретичних основ та розроблення адекватної і доступної для практичного застосування математичної моделі динаміки робочого процесу гідроімпульсного привода мембранного насосного агрегата.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

У наукових роботах [1–8] та інших створені наукові основи і зроблено вагомий внесок у напрямках математичного моделювання, конструювання і розрахунку гідроприводів. Проте, проведений аналіз свідчить про недостатність детальних досліджень динаміки робочих процесів, обґрунтування закономірностей функціональної залежності між параметрами та характеристиками гідроприводів у випадку їх застосування для різних насосних

агрегатів. Це вимагає проведення подальших додаткових теоретичних та експериментальних досліджень для встановлення нових методів розрахунку гідроімпульсних приводів насосних агрегатів та блоків їх автоматичного керування.

Узагальнені математичні моделі динаміки робочих процесів гідроприводних насосних агрегатів та дослідження особливостей режимів їх роботи при перекачуванні будівельних розчинів тощо, розглянуто у роботах [9–11]. У переважній більшості зазначених робіт гідропривод розглядається або без врахування стисливості робочої рідини або її зміни зі зміною тиску в гідросистемі, а також в наведених математичних моделях обмежено розглядаються закономірності функціонування блоків керування гідроприводами досліджуваних насосних агрегатів. Проведений аналіз свідчить про необхідність подальших детальних досліджень динаміки робочих процесів, обґрунтування закономірностей функціональної залежності між параметрами та характеристиками гідроприводів у випадку їх застосування для різних насосних агрегатів.

### Формулювання мети і задач

Для розробки досконалого конструктивного виконання гідропривода мембранного насосного агрегата було поставлено задачу створення математичної моделі динаміки робочого процесу гідроімпульсного привода насоса мембранного типу, яка надасть можливість визначення найбільш раціонального поєднання конструктивних і силових параметрів гідропривода, забезпечить оптимальні робочі режими насоса у цілому.

### Виклад основного матеріалу

Перш ніж переходити до математичного моделювання динаміки робочих процесів гідроімпульсного привода мембранного насоса, розглянемо основні фізико-механічні характеристики типових елементів, що входять до його складу, з метою прийняття основних припущень при аналітичному описі. Основними типовими елементами досліджуваного мембранного насоса з гідроімпульсним приводом є: гідравлічні виконавчі механізми поступального

руху; напірні і зливні трубопроводи, порожнини, заповнені робочою рідиною; приводна насосна установка; елементи пружного повернення робочого органу – силові механічні пружини; автоматичний гідророзподільний пристрій — комбінований автоматичний гідророзподільник.

Внутрішні перетоки і зовнішні витоки для виконавчих поршневих і плунжерних гідроциліндрів приймаємо, згідно рекомендацій [12], пропорційними перепаду тиску.

Дисипативні сили визначаються сухим і в'язким тертям поршня і штока. Як відомо [12], сили сухого і в'язкого тертя мають нелінійний характер взаємодії з виконавчим органом, що призводить до нелінійного характеру руху.

Врахування сил сухого тертя при дослідженні динаміки даних гідромеханізмів будемо проводити згідно залежності [130]

$$R_{\text{тер}} = (R_{\text{тер}}^0 + kp) \text{sign} V, \quad (1)$$

де  $R_{\text{тер}}^0$  — сила сухого тертя за відсутності тиску;  $p$  — поточні значення тиску в порожнині гідроциліндра;  $k = 0.05\pi(D_{\text{ш}} + D) \cdot H$  — коефіцієнт пропорційності між тиском у порожнині і силою тертя в ущільненнях;  $D_{\text{ш}}$  — діаметр циліндра;  $D$  — діаметр штока у порожнині гідроциліндра;  $H$  — висота манжетного ущільнення;  $V$  — лінійна швидкість. За відсутності елементів ущільнення, тобто при використанні ущільнення зазором, особливо у рухомих парах типу поршень–циліндр, враховуємо тільки статичну (теоретичну) складову сухого тертя [13]

$$R_{\text{тер}} = R_{\text{тер}}^0 \cdot \text{sign} V.$$

Сили в'язкого тертя приймемо пропорційними швидкості рухомого елемента (поршня, плунжера) відносно нерухомого корпусу. Припускаючи, що сила в'язкого тертя рухомого елемента по корпусу при русі залежить від властивостей рідини, можна отримати наступну залежність

$$R_{\text{в.тер}} = \alpha V, \quad (2)$$

де  $\alpha = \pi DL \frac{\mu_{\text{д}}}{\Delta}$  — коефіцієнт в'язкого тертя;  $D$  і  $L$  — діаметр і довжина поверхні тертя рухомого елемента;  $V$  — середня швидкість рухомого елемента;  $\Delta$  — величина зазору між рухомих елементом і направляючою поверхнею корпусу;  $\mu_{\text{д}}$  — середній коефіцієнт динамічної в'язкості.

Динамічний розрахунок гідропривода насосного агрегата проводимо з урахуванням коефіцієнта  $\beta_{\text{пр}}$ , який характеризує приведену податливість гідросистеми.

Відповідно до отриманих експериментальних даних [13], при зміні тиску в гідросистемі від 0,3 до 2 МПа коефіцієнт стисливості рідини,  $\text{м}^2/\text{Н}$ :

$$\beta_1 = 4 \cdot 10^{-9} (1 - 3.5 \cdot 10^{-7} p), \quad (3)$$

де  $p$  — поточне значення тиску в гідросистемі,  $\text{Н}/\text{м}^2$  (Па).

При зміні тиску в гідросистемі від 2 до 5 МПа коефіцієнт стисливості рідини складатиме

$$\beta_2 = 1,3 \cdot 10^{-9} (1 - 10^{-7} p). \quad (4)$$

При тискові, більшому 5 МПа, коефіцієнт стисливості рідини змінюється несуттєво і може бути прийнятий у межах

$$\beta \approx (0,65 \div 0,6) \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Н}.$$

Приводна гідросистема, що використовується для живлення гідропривода досліджуваного МНАГП, включає приводний електродвигун, насос і запобіжний клапан.

Згідно дослідження [13], об'ємні втрати складають 3–5 %, тому для спрощення розрахунків приймаємо продуктивність насоса постійною  $Q_{\text{н}} = \text{const}$ . Далі стосовно приводної гідросистеми приймаємо: тиск у гідросистемі завжди менший, ніж тиск, що є необхідним для спрацьовування запобіжного клапана; можливі витоки у насосі і закритому запобіжному клапані вважаємо лінійно залежними від тиску.

Як пружні елементи повернення робочого органу можуть бути використанні акумулятори різних типів: механічні пружини, гідравлічні або пневматичні акумулятори, гумометалеві пружні елементи. У кожному конкретному випадку вважатимемо, відповідно до прийнятих в науковій літературі припущень [1, 8, 12], що пружний елемент є безінерційною ланкою і використовуватимемо у динамічних розрахунках тільки його статичну характеристику.

Окрім того, для математичного опису елементів досліджуваного гідропривода приймаємо такі загальноприйняті припущення [1–8, 12, 13 та ін.]: хвильові процеси в трубопроводах можуть не розглядатися, зважаючи на малу довжину останніх; інерційна складова робочої рідини мала і нею можна знехтувати; коефіцієнти витрати через прохідні перерізи залишаються постійними; температура і в'язкість робочої рідини сталі; рухомі елементи і несучу конструкцію привода вважаємо абсолютно жорсткими, оскільки їх пружна деформація на два-три порядки менша пружної деформації рідини.

Крім того, необхідно зробити окремі припущення для технологічної частини насосного агрегату, тобто для насосного вузла. Приймаємо, що всмоктувальний та нагнітальний клапани відкриваються та закриваються миттєво і без запізнь, синхронно до напрямку руху робочого органу — поршня з мембраною. Величина відкриття всмоктувального та нагнітального клапанів забезпечує таку площу відкриття  $f_{\text{кр}}$ , яка дорівнює площі живого перерізу отвору всмоктувального патрубку і нагнітального трубопроводу.

Швидкість руху робочого органу — поршня з мембраною під час такту всмоктування повинна забезпечувати умову нерозривності потоку, тобто умову безкавітаційної роботи насоса. Така умова може виконуватись тільки у тому випадку, коли тиск під час всмоктування не буде меншим за тиск насиченої пари  $p_i$  перекачуваного середовища при конкретних значеннях температури. Отже, швидкість руху поршня з мембраною  $V$  не повинна перевищувати деяке критичне значення швидкості  $V_{\text{кр}}$ . Враховуючи те, що максимальне розрідження під час такту всмоктування виникає на початку руху поршня з мембраною і

те, що на початковому етапі швидкість руху поршня з мембраною досягає певного максимального значення  $V_{max}$ , можна записати умову  $V_{max} < V_{кр}$ . Критична швидкість  $V_{кр}$  відрізняється від допустимої швидкості  $V_{м}^{доп}$  тільки тим, що при знаходженні  $V_{кр}$  не враховується величина кавітаційного запасу  $\Delta p_{зан}$ .

На рисунку 1 показано розрахункову схему мембранного насосного агрегата з гідроімпульсним приводом, детальний опис якого та опис його робочого процесу ідентичний наведеному нами в роботі [14]. Перш, ніж приступити до аналізу його робочого циклу і складання математичної моделі, приймемо такі припущення: тиск в зливній магістралі для даної гідросистеми приймаємо рівним деякому розрахунковому значенню  $p_{зан} = p_{min} = const$ , яке визначається умовним прохідним перерізом зливного трубопроводу; абсолютне значення часу гальмування в кінцевих положеннях поршня, як правило, на порядок менше часу прямого або зворотного ходу, відповідно, при всмоктуванні чи нагнітанні, тому ним нехтуємо.

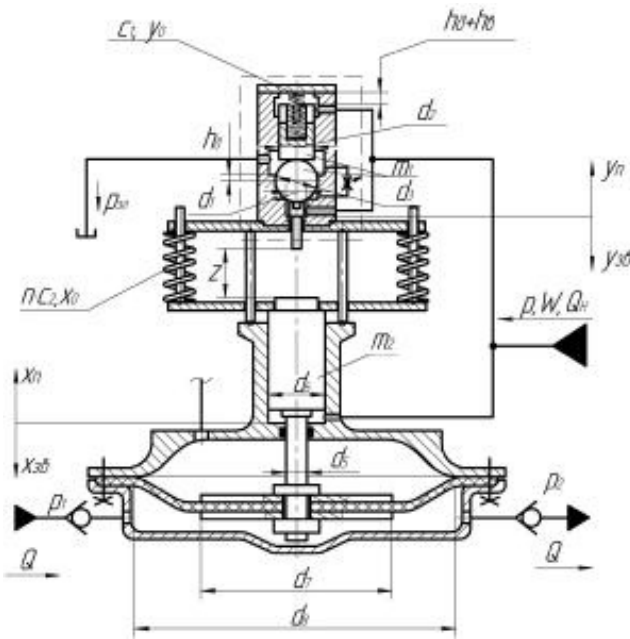


Рисунок 1 — Розрахункова схема типового мембранного насоса з гідроімпульсним приводом.

Запропоновано ефективну для практичної реалізації математичну модель з використанням одиничних функцій, що дозволяє перейти від поетапного складання рівнянь та їх поетапного розв'язку [3, 7, 8, 13] до вирішення однієї системи з обмеженою кількістю рівнянь (5)–(9).

У системі були прийняті наступні позначення:

$x, dx/dt (V_x), d^2x/dt^2$  — переміщення, швидкість та прискорення поршня з мембраною;  $y, dy/dt (V_y), d^2y/dt^2$  — переміщення, швидкість та прискорення рухомих елементів блока керування;  $W$  — об'єм гідросистеми;  $K$  — коефіцієнт стисливості робочої рідини;  $p$  — поточне значення тиску в приводній гідросистемі;  $m_2$  — приведена маса рухомих частин та ПС;  $g$  — прискорення вільного падіння;  $c_2$  — сумарна жорсткість силових пружин;  $x_0$  — попе-

редня затяжка силових пружин;  $R_{мер}$  — сумарні сили сухого тертя;  $\mu$  — коефіцієнт витрат робочої рідини;  $\rho_1$  — густина перекачуваного середовища;  $z$  — максимальний хід поршня з мембраною, величина якого заздалегідь налаштовується;  $m_1$  — приведена маса рухомих елементів блока керування;  $y_0$  — попередня затяжка пружини блока керування;  $y$  — переміщення рухомих елементів блока керування;  $h_3$  — глибина заглиблення мембранного насоса;  $p_n$  — тиск на вільній поверхні рідини;  $c_1$  — жорсткість пружини блока керування;  $p_1, p_2$  — тиск у насосній камері під час процесу всмоктування та нагнітання перекачуваного середовища, відповідно;  $\nu_1, \nu_2$  — коефіцієнти в'язкого тертя для рухомих елементів блока керування та поршня гідроциліндра, відповідно ( $\nu_1 = 45 \text{ Н·с/м}^2$ ;  $\nu_2 = 85 \text{ Н·с/м}^2$  [13]);  $f_{всм}$  — площа всмоктувального патрубку;  $\xi_{\Sigma}, \xi_{кл}, \sum \xi_u$  — коефіцієнти місцевих опорів у всмоктувальній та нагнітальній лінії, відповідно;  $h_u$  — висота, на яку подається перекачуване середовище;  $l$  — коефіцієнт гідравлічного тертя для нагнітального трубопроводу;  $l_{мп}, d_{мп}$  — довжина та діаметр нагнітального трубопроводу, відповідно.

$$\frac{dp}{dt} = \begin{bmatrix} Q_n - f_2 V_x - f_3 V_y - \sigma(p - p_{зан}) - \\ -1(y) f_{оп} \mu \sqrt{\frac{2|p - p_{зан}|}{\rho}} - \\ -1(y - h_0) \pi d_3 (y - h_0) \mu \sqrt{\frac{2|p - p_{зан}|}{\rho}} \end{bmatrix} \cdot (K(W + f_2 x))^{-1}; \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} Relay(y) p f_2 + p(1(x-z)0(V_x - V_y) f_3 - 1(x-z) f_4) - \\ -Sign(V_x) \beta_2 V_x - \\ -Relay(y) m_2 c_2 (x + x_0) - R_{мер} Sign(V_x) + \\ + 1(V_x) p_1 S_{ef} - 1(V_x) p_2 S_{ef} - \\ -1(x-z)0(V_x - V_y) (Sign(V_y) \beta_1 V_y + c_1 (y_0 + y)) \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\begin{bmatrix} -1(x-z)0(V_x - V_y) (Sign(V_y) \beta_1 V_y + c_1 (y_0 + y)) \end{bmatrix}}{m_2 + 1(x-z)0(V_x - V_y) m_1}; \quad (7)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \begin{bmatrix} 1(y) p f_3 - Sign(V_y) \beta_1 V_y - \\ -1(y) c_1 (y_0 + y) - 1(y) R_{мер1} \end{bmatrix} \cdot m_1^{-1}; \quad (8)$$

$$p_1 = p_n - 0,5 \rho_1 \left[ \left( \frac{S_{ef} V_x}{f_{всм}} \right)^2 - 2g(h_3 - x) - \right. \\ \left. - (V_x)^2 (1 + \xi_{\Sigma} + \xi_{кл}) \right]; \quad (9)$$

$$p_2 = 0,5 \rho_1 \left[ 2gh_u + (V_u^2 - (V_x)^2) + V_u^2 \sum \xi_u + \lambda \frac{l_{мп}}{d_{мп}} V_u^2 \right].$$

Крім того, для спрощення зовнішнього вигляду системи рівнянь (5)–(9), було введено позначення:

$f_2 = \pi/4(d_6^2 - d_5^2)$  — робоча площа поршня робочого гідроциліндра;  $f_{нл} = \pi/4 \cdot d_2^2$  — робоча площа підпружиненого плунжера блока керування;  $f_1 = \pi/4(d_2^2 - d_1^2)$  — робоча площа притискання кульки до сидла блока керування;  $f_3 = \pi/4(d_3^2 - d_2^2)$  — робоча площа утримання запірних елементів (кульки та плунжера) блока керування у відкритому положенні;  $f_4 = \pi d_{нл}^2/4$  — площа плунжера-штовхача блока керування;  $f_{оп} = \pi/4 \cdot d_{оп}^2$  — площа

прохідного отвору регульованого дроселя блока керування;  $S_{ef} = \pi / 12 (d_7^2 + d_7 d_8 + d_8^2)$  — ефективна площа мембрани.

Наведена система рівнянь розв'язувалась чисельними методами, а саме методом Рунге–Кутта четвертого порядку з фіксованим кроком, який серед інших випробуваних нами методів (дискретного, Дорманда–Прінса, Хейна, Ейлера), виявився найбільш точним та мав математичну стійкість розв'язку. Розв'язок здійснювався з використанням пакету розширення Simulink середовища MATLAB 7.7.

Умови однозначності: якщо  $p_u < p_{zt}$ , то  $p_u = p_{zt}$ ; якщо  $x < 0$ , то  $x = 0$ ; якщо  $y < 0$ , то  $y = 0$ ; якщо  $x > z + h_\delta + h_\epsilon$ , то  $x = z + h_\delta + h_\epsilon$ ; якщо  $y > h_\delta + h_\epsilon$ , то  $y = h_\delta + h_\epsilon$ ; якщо  $x = 0$ , то  $V_x = 0$ ; якщо  $y = 0$ , то  $V_y = 0$ ; якщо  $y \geq h_\delta + h_\epsilon$ , то  $V_y = 0$ ; якщо  $x = z + h_\delta + h_\epsilon$ , то  $y = h_\delta + h_\epsilon$ ; якщо  $x = 0$  та  $a_x < 0$ , то  $a_x = 0$ ; якщо  $y = 0$  та  $a_y < 0$ , то  $a_y = 0$ , де  $h_\delta, h_\epsilon$  — додатне та від'ємне перекриття елементів блока керування;  $a_x, a_y$  — прискорення поршня та рухомих запірних елементів блока керування, відповідно.

У системі рівнянь (5)–(9) використано такі логічні оператори:  $1(f-A)$  — на виході приймає значення “одиниця”, коли  $(f-A) > 0$ , в іншому випадку “нуль” ( $f$  — змінна величина;  $A$  — стала величина);  $0(f-A)$  — на виході приймає значення “одиниця”, коли  $(f-A) \geq 0$ , в іншому випадку “нуль”;  $Relay(y)$  — логічний оператор MATLAB Simulink, який в системі (5)–(9) на виході приймає значення “одиниця”, коли  $0 \leq y < h_\delta + h_\epsilon$ ; коли  $y = h_\delta + h_\epsilon$  і зменшується до нуля, логічний оператор  $Relay(y)$  приймає значення “мінус одиниця”.

Використовуючи розроблену математичну модель, шляхом перебору конструктивних параметрів було отримано їх раціональні значення, яких було покладено в основу проектування експериментального стенда, що досліджувався у наступному розділі роботи. На основі реалізованої математичної моделі було встановлено оптимальні конструктивні розміри елементів комбінованого автоматичного гідророзподільника: діаметр кульки 32 мм, діаметр плунжера 25 мм, діаметр сідла під кульку — 18 мм.

### Висновки

На підставі теоретичного аналізу робочого процесу досліджуваного гідроімпульсного привода мембранного насосного агрегата розроблено повну математичну модель робочого процесу гідроімпульсного привода мембранного насосного агрегата для перекачування високов'язких, агресивних та абразивовмісних середовищ з блоком керування — комбінованим автоматичним гідророзподільником.

Розробка і дослідження запропонованої математичної моделі надає можливість визначати конструктивні розміри та параметри складових насосного агрегата, правильний вибір яких сприятиме покращенню вихідних робочих характеристик гідроприводних насосних агрегатів мембранного типу.

Математичні залежності, отримані в результаті складання диференційних рівнянь математичної моделі, можуть бути рекомендовані для реалізації при розробці методики розрахунку для створення нових конструкцій мембранних насосних агрегатів з гідроімпульсним приводом

і подальшим впровадженням створених конструкцій у виробництво та оцінювання їх ефективності.

### Література

1. Бочаров, Ю.А. Кузнечно-прессовое оборудование / Ю.А. Бочаров. — М.: Издательский центр “Академия”, 2008. — 408 с.
2. Васильченко, В.А. Гидропривод и средства гидроавтоматики / В.А. Васильченко // Строительные и дорожные машины. — 2004. — № 11. — С. 9—14.
3. Гамынин, Н.С. Динамика быстродействующего гидравлического привода / Н.С. Гамынин, Ю.К. Жданов, Д.Л. Климашин. — М.: Машиностроение, 1979. — 80 с.
4. Гидроприводи та гідропневмоавтоматика / В.О. Федорець, М.Н. Педченко, В.Б. Струтинський та ін.; за ред. В.О. Федорця. — К.: Вища шк., 1995. — 463 с.
5. Зайончковський, Г.Й. Порівняльні характеристики динамічної жорсткості рульових приводів різних кінематичних схем / Г.Й. Зайончковський, О.В. Лось // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Машинобудування. — 2004. — Вип. 38 (1). — С. 12—17.
6. Іскович-Лотоцький, Р.Д. Гідроімпульсний привод установки для віброабразивної очистки внутрішніх поверхонь трубчастих виробів / Р.Д. Іскович-Лотоцький, М.М. Вірник, В.О. Дрончак // Промислова гідраліка та пневматика. — 2008. — № 2 (20). — С. 63—64.
7. Лурье, З.Я. Динамика гидроагрегата копрового пресса с учетом нестационарных явлений / З. Лурье, А. Старченко // Промислова гідраліка і пневматика. — 2005. — № 4 (10). — С. 63—67.
8. Навроцкий, К. Л. Динамика автономного гидропривода возвратно-поступательного движения / К.Л. Навроцкий // Вестник машиностроения. — 2003. — № 4. — С. 7—13.
9. Бритвин, Л.Н. Разработка научных основ построения, расчета и применения многофункциональных объемных насосных агрегатов: дис. ... доктора техн. наук: 05.02.02, 05.04.13 / Л.Н. Бритвин. — М., 2004. — 450 с.
10. Кукоба, А.Т. Гидроприводный розчинонасос подвйной дії: дис. ... кандидата техн. наук: 05.05.02 / Кукоба Анатолій Тихонович. — Полтава, 2000. — 195 с.
11. Shigapov, A. B. A Hydraulic Drive of Booster Pumps / A.B. Shigapov // Thermal Engineering. — 2007. — Vol. 54. — № 3. — P. 240—241.
12. Гидропривод сваепогружающих и грунтоуплотняющих машин / [Иванов М. Е., Матвеев И. Б., Искович-Лотоцкий Р. Д. и др.]. — М.: Машиностроение, 1977. — 174 с.
13. Коц, И.В. Разработка и исследование клапанов-пульсаторов для гидравлических приводов вибрационных и ударно-вибрационных узлов горных машин: дис. ... кандидата техн. наук: 05.02.03 / Коц Иван Васильевич. — Винница, 1994. — 227 с.
14. Патент на корисну модель № 45361U Україна, МПК8 F04B 43/06. Гідропривідний мембранний насос / Коц І.В., Петрусь В.В.; заявник і власник патента Вінницький національний технічний університет. — № u200904792; заявл. 05.05.09; опубл. 10.11.09, Бюл. № 21.

Надійшла 13.07.2011 р.