

Системы приводів. Технологія і обладнання машинобудівного виробництва. Мехатроніка

УДК 681.523.4

З.Я. Лурье, д-р техн. наук

НТУ "Харьковский политехнический институт", Харьков, Украина.

И. В. Николенко, д-р техн. наук,

А. Н. Рыжаков, канд. физ.-мат. наук

Национальная академия природоохранного и курортного строительства,
Симферополь, Украина.

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ГИДРОПРИВОДЕ

EQUATION OF STATE AND PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF THE WORKING FLUID WHEN CHANGING THE MODE OF THE HYDRAULIC ACTUATOR

Введение

Работа современного объемного гидравлического привода основана на перемещении рабочей жидкости, основной функцией которой является передача энергии от источника в исполнительную часть гидропривода, которая преобразует поток рабочей жидкости в движение рабочего органа. Выполнение этой функции определяется физико-механическими свойствами самой рабочей жидкости и упругими свойствами элементов гидропривода. Поэтому моделирование работы гидравлического привода невозможно без корректного описания физико-механических свойств его рабочей жидкости, которая является рабочим телом гидравлического механизма и вспомогательных управляющих устройств.

Основными параметрами, характеризующими физико-механические свойства рабочей жидкости, которые используются для построения ее математической модели, являются: модуль объемной упругости ξ , тангенциальная динамическая вязкость μ и плотность ρ . Значения этих параметров, в зависимости от температуры и давления рабочей жидкости, существенно влияют на работу гидравлического привода. Для определения понятия модуля объемного сжатия рассматривают уравнение состояния рабочей жидкости, связывающее термодинамические параметры давления p , температуры T и объема V . Уравнение состояния также необходимо при математическом моделировании волновых процессов в гидравлических системах для замыкания системы уравнений Навье–Стокса. При построении модели, которая использует термодинамические параметры, необходимо исходить из общих принципов термодинамики и имеющихся экспериментальных данных.

Цель работы

Целью работы является повышение точности описания переходных процессов в гидроприводе путем всестороннего сравнительного анализа и совершенствования существующих математических моделей поведения вязких ньютоновских сжимаемых рабочих жидкостей (однофазных и двухфазных) в быстротекающих процессах. Обоснован выбор конкретных зависимостей для описания физико-механических свойств рабочих жидкостей, которые используются в гидроприводах мобильной техники на основе аксиально-поршневых гидромашин. Используются аналитические методы и методы численного моделирования.

Термодинамика рабочей жидкости

Дифференцируя уравнение состояния в случае произвольного термодинамического процесса $V = V(p, T)$, получаем бесконечно малое относительное изменение объема рабочей жидкости, зависящее от изменения давления и температуры,

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp + \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT. \quad (1)$$

В частном случае изотермического ($dT = 0$) процесса выражение (1) запишется в виде

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp. \quad (2)$$

В (1, 2) $\beta_p = -V^{-1}(\partial V / \partial p)_T$ — величина, известная [1] как изотермическая сжимаемость; $\beta_T = V^{-1}(\partial V / \partial T)_p$ — коэффициент теплового расширения. Реализация в гидроприводе изотермического процесса требует применения специальных методов контроля притока и оттока тепла. Условие постоянства температуры рабочей жидкости, упрощающее запись уравнения ее состояния, реализуется также при адиабатических процессах.

В термодинамике [2] адиабатический процесс определяется как процесс, удовлетворяющий условиям:

1. Тело не подвергается никаким воздействиям, кроме изменения внешних условий (т.е. не обменивается теплом с окружающей средой)

2. Внешние условия меняются достаточно медленно, сравнительно со временем процесса установления равновесного состояния в теле (временем протекания релаксационных процессов).

Показано [2], что такой процесс обратим и энтропия тела остается неизменной: $S = const$ (или, по крайней мере $dS/d\lambda \rightarrow 0$, где λ — параметр, характеризующий внешние условия). Тогда для адиабатического процесса ($dT = 0$, $S = const$), и выражение (1) имеет вид

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S dp. \quad (3)$$

Выражение $\beta_S = -V^{-1}(\partial V / \partial p)_S$ называется адиабатической сжимаемостью. Между величинами β_S и β_p в равновесной термодинамике существует [1] соотношение $\beta_p = (c_p / c_v) \beta_S$, где c_p и c_v — теплоемкости рабочих жидкостей при постоянном давлении и объеме.

Выражение (3) идентично формуле, описывающей в [3] деформацию рабочих жидкостей при быстропотекающих процессах, которые априори считаются адиабатическими,

$$dp = -\zeta_a \frac{dV}{V}; \quad \zeta_a = \beta_S^{-1}. \quad (4)$$

Таким образом, для теоретического обоснования уравнения (4) существенным является выполнение выписанных выше условий существования адиабатического процесса. Выполнение первого условия следует из малости характерного времени протекания переходных процессов в гидроприводе ($\tau \cong lc$) по сравнению со временем релаксации температурных неоднородностей в жидкости [4] ($\tau_T \cong \delta^2 / \chi$, где δ — линейный масштаб процесса, χ — коэффициент температуропроводности, $\chi \cong 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$). Можем

считать, что существенное изменение температуры за счет привносимого в систему тепла не успеет произойти за характерное время переходного процесса.

Второе условие требует постоянства энтропии системы S и его выполнение нельзя допускать априори, без анализа конкретного процесса. Рассмотрим уравнение энтропии [5] вязкой жидкости

$$\rho T \left(\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \mu \Phi + \lambda_T \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]. \quad (5)$$

Уравнение (5) записано в цилиндрической системе координат в предположении осевой симметрии течения; u — осевая скорость; v — радиальная скорость; S — энтропия единицы массы жидкости;

$\lambda_T = c_p \rho \chi$ — коэффициент теплопроводности.

Левая часть уравнения (5) есть не что иное, как умноженная на величину ρT полная производная dS/dt энтропии по времени, которая определяет изменение энтропии передвигающейся в пространстве единицы массы рабочей жидкости [6]. В правой части уравнения (5) первое слагаемое $\mu \Phi$ — скорость диссипации механической энергии на единицу объема рабочей жидкости, определяемая работой сил вязкого трения; второе — тепло, привносимое в рассматриваемый объем посредством теплопроводности. В цилиндрической системе координат величина Φ определяется зависимостью

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} (\text{div} V)^2.$$

$$V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r}. \quad (6)$$

В вязкой жидкости $\Phi \neq 0$ и, следовательно, $dS/dt \neq 0$, что противоречит гипотезе об адиабатичности процесса. Единственная возможность обосновать справедливость зависимости (4) в рамках гипотезы адиабатичности процесса — получить условия, при которых изменение энтропии пренебрежимо мало. Проведем оценку выражения dS/dt в правой части уравнения (5). Исходя из выполнения первого условия адиабатичности для быстропотекающих процессов, считаем, что величина

$$\lambda_T \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

достаточно мала. Переходя в (5) к безразмерным переменным $S = c_p \bar{S}; t = t_0 \bar{t}$, где t_0 — характерное время процесса, получим

$$\rho \bar{T} \frac{d\bar{S}}{d\bar{t}} = \frac{\mu \Phi t_0}{c_p \rho_0 T_0} \cdot \frac{L_0 F_0}{L_0 F_0} = \frac{\mu \Phi V_0}{c_p T_0 G_0}, \quad (8)$$

$$G_0 = \rho_0 L_0 F_0 / t_0, \quad V_0 = L_0 F_0.$$

Выражение (8) дает отношение тепла, выделяющегося в единицу времени в характерном объеме рабочей жидкости V_0 вследствие работы сил вязкого трения к теплосодержанию температуры рабочей жидкости T_0 , протекающей через этот объем в единицу времени; G_0 — массовый расход рабочей жидкости в единицу времени. В то же время, из (6) и допущения $u \gg v$ следует, что Φ пропорционально квадрату градиента скорости рабочей жидкости в направлении оси трубопровода $\Phi \cong (\partial u / \partial x)^2$. Если выполняется неравенство

$$\frac{\nu t_0}{c_p T_0} \left(\frac{\Delta u}{\Delta x} \right)^2 = \frac{\mu V_0}{c_p T_0 G_0} \left(\frac{\Delta u}{\Delta x} \right)^2 \ll 1, \quad (9)$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости рабочей жидкости, то энтропию можно считать практически неизменной и считать процесс адиабатическим. Проведем оценку степени изоэнтропийности переходного процесса при изменении режима работы гидропривода по формуле (9). Для выполнения условия (9) необходимо

$$\nu \cong 10 \text{ мм}^2/\text{с}; \quad t_0 \cong 1 \text{ с}; \quad c_p \cong 1000 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot \text{C}^\circ;$$

$$T_0 \cong 60^\circ \text{C} \Rightarrow \frac{\nu t_0}{c_p T_0} \cong 10^{-10} \text{ с}^2 \Rightarrow \frac{\Delta u}{\Delta x} \ll 10^5 \text{ с}^{-1}.$$

Выражение (9) показывает, что условия адиабатичности процесса могут нарушаться либо при моделировании достаточно продолжительных процессов, либо при изучении волновых процессов в гидроприводе, или в области местных гидравлических сопротивлений. Оценим градиент скорости рабочей жидкости при прохождении турбулентного дросселя с перепадом давления $\Delta p \cong 40 \text{ МПа}$:

$$\Delta u \cong \sqrt{\Delta p / \rho} = 10^4 \text{ м/с} \Rightarrow \Delta u / \Delta x \cong 10^6 \text{ с}^{-1}.$$

Очевидно, что в области дросселя условие изоэнтропийности не выполняется.

При невыполнении (9) процесс в теплоизолированной системе должен быть назван адиабатическим в узком смысле слова — он является теплоизолированным, но не является изоэнтропийным [7] и равновесным. Несмотря на теплоизолированность системы, к ней нельзя автоматически применять допущение о постоянстве ее температуры. К изучению такого процесса должны применяться методы неравновесной термодинамики и уравнение состояния должно находиться из выражения (1).

В неравновесной термодинамике системы рассматривают как непрерывные среды, а их параметры состояния как полевые переменные — непрерывные функции координат и времени. Систему представляют состоящей из элементарных объемов, находящихся в состоянии локального квазиравновесия [8], что означает выполнение уравнения состояния в физически элементар-

ном объеме. Состояние каждого элементарного объема характеризуется термодинамическими параметрами $T(\bar{r}, t); S(\bar{r}, t); p(\bar{r}, t); \rho(\bar{r}, t)$. Для элементарных объемов составляются уравнения баланса [8]. Если любое из экстенсивных свойств, величина которого в объеме определяется его суммированием по подобьям, в элементарном объеме dV в окрестности точки r в момент времени t обозначить $G(\bar{r}, t)dV$, то величина “плотности” свойства подчиняется уравнению баланса:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -\text{div} J_G + \sigma_G. \quad (10)$$

В (10) J_G — “плотность потока свойства”; σ_G — источник или сток свойства (если $\sigma_G = 0$, то уравнение (10) выражает закон сохранения). Запись в виде (10) закона сохранения импульса элементарного объема позволяет получить уравнения Навье–Стокса.

Таким образом, анализ выполнения условия (9) в гидравлической системе или отдельных ее элементах позволяет обосновать необходимость математического моделирования процесса либо в терминах волновой гидродинамики, либо в инженерном приближении, когда термодинамические параметры $p(t); \rho(t); T(t)$ считаются функциями только времени и переходный процесс описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Уравнение состояния и плотность рабочей жидкости в адиабатическом процессе

Если условие (9) выполняется, то уравнение состояния рабочей жидкости можно получить из решения дифференциального уравнения (4), задаваясь различными свойствами параметра ξ_a . В основе таких предположений должны лежать экспериментальные данные относительно зависимости модуля объемной упругости от давления и температуры. На данный момент в литературе нет достаточного количества публикаций по экспериментальному исследованию свойств модуля объемной упругости. Наиболее полные данные эксперимента по зависимости $\xi_a(p, T)$ для отдельных типов рабочей жидкости опубликованы в работах [9, 10].

В первом приближении можно положить $\xi_a = \text{const}$ [3]. Тогда решение дифференциального уравнения (3) запишется $V = V_0 e^{-\Delta p / \zeta_a}$, где $\Delta p = p - p_0$.

Если разложить последнее выражение в ряд Тейлора в окрестности p_0 , сохраняя члены первого порядка малости по Δp , то получим выражение

$$V = V_0 \left(1 - \frac{\Delta p}{\zeta_a} \right) \Rightarrow$$

$$V - V_0 = -\frac{V_0 \Delta p}{\zeta_a} \Rightarrow \frac{1}{\zeta_a} = -\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta p}. \quad (11)$$

Выражение (11), которое во многих курсах гидравлики подается как определение коэффициента объемного сжатия $\beta_p = 1/\zeta_a$, является приближением с точностью до членов первого порядка малости по Δp решения уравнения (3) при условии, что ζ_a не зависит от давления. Согласно [11], выражение (11) представляет собой средний адиабатический коэффициент объемного сжатия, а выражение (4) — локальный. Различие между ними, как между мгновенной и средней скоростью и при моделировании динамических процессов нужно исходить из формулы (4).

Из формулы (4) можно получить известное выражение

$$\partial p / \partial \rho = \zeta_a / \rho = a^2, \quad (12)$$

которое определяет скорость звука плоской волны через модуль объемного сжатия и плотность рабочей жидкости.

Из (11) непосредственно следует выражение

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \beta_S \Delta p}. \quad (13)$$

Следовательно, при исследовании переходных процессов зависимости (11) и (13) обоснованы только при условии постоянства β_S и ζ_a .

Из экспериментальных исследований [9] следует, что адиабатический (изотермический) модуль объемного сжатия рабочей жидкости является линейной функцией давления,

$$\zeta_a = A(T) \cdot p + B(T). \quad (14)$$

В (14) параметры $A(T)$ и $B(T)$ находятся из экспериментальных данных. С учетом (14) формула (4) приводится к виду

$$dp = -(A \cdot p + B) \frac{dV}{V}.$$

Интегрированием последнего выражения получено [3] уравнение состояния для изоэнтропийного процесса сжатия однофазной рабочей жидкости

$$\left(p_0 + \frac{B}{A}\right) V_0^A = \left(p + \frac{B}{A}\right) V^A. \quad (15)$$

Преобразуя (15), можно получить выражение зависимости плотности рабочей жидкости от давления

$$\rho = \rho_0 \sqrt[A]{\frac{p + B/A}{p_0 + B/A}}. \quad (16)$$

Выражение (16) прямо следует из термодинамических соотношений и экспериментальных данных [9] и при условии зависимости $\zeta_a = \zeta_a(p)$ лучше теоретически обосновано, чем формула (13). Выражение вида (16) можно использовать как для адиабатических, так и изотермических процессов. Из выражения (16) можно получить формулу (12). Отношение

B/A в [3] интерпретируется как предел устойчивости рабочей жидкости

На рисунке 1 представлены графики зависимости относительной плотности рабочей жидкости от давления для рассмотренных моделей плотности однофазной рабочей жидкости. При построении графиков использованы экспериментальные данные [10] для рабочей жидкости ВМГЗ.

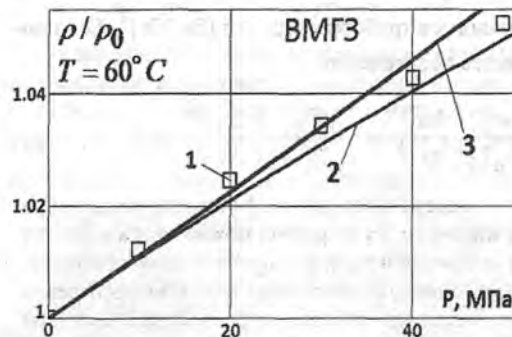


Рисунок 1 — Зависимость относительной плотности однофазной рабочей жидкости ВМГЗ от давления: 1 — экспериментальные данные (9); 2 — формула (16); 3 — формула (13, $\zeta_a = const$)

Температура $T = 60$ °C выбрана как рабочая температура объемного гидропривода мобильной техники на основе аксиально-поршневых гидромоторов.

Аналогичные графики могут быть получены и для других значений температуры. Относительная погрешность в результатах вычислений относительной плотности рабочей жидкости по формулам (12) и (16) увеличивается по мере роста давления, но в пределах $0,1 < p < 50$ МПа не превышает 1%.

Для двухфазной рабочей жидкости модуль объемного сжатия в адиабатическом процессе является функцией давления p и исходного относительного содержания нерастворенной газовой фазы: $m_0 = V_{z0}/V_{c0}$.

Для нахождения зависимости $\zeta_a(p, m_0)$ в качестве исходных уравнений используются [3]: для рабочей жидкости уравнение (15), а для газа уравнение адиабатического процесса

$$(p + 1) V_2^k = (p_0 + 1) V_{z0}^k, \quad (17)$$

где $k = c_p/c_v$ — показатель адиабаты, V_2, V_{z0} — объемы газовой фазы при давлениях p и p_0 соответственно, $V_{c0} = V_{ж0} + V_{z0}$ — исходный объем газожидкостной смеси.

Уравнение (17) получено в рамках равновесной термодинамики в предположении изоэнтропийности процесса. В модели пренебрегается растворением воздуха в рабочей жидкости при увеличении давления и обратном процессе выделения воздуха при его

уменьшении, что делает ее пригодной для процессов с малыми характерными временами. В рамках рассмотренных приближений получено выражение [3] модуля объемной упругости газожидкостной смеси

$$\zeta_{ac} = \frac{k(p+1)(Ap+B) \left[(1-m_0) \frac{\rho}{\rho_0} + m_0 \frac{V_z}{V_{z0}} \right]}{k(p+1)(1-m_0) \frac{\rho}{\rho_0} + m_0 (Ap+B) \frac{V_z}{V_{z0}}}, \quad (18)$$

где $\rho / \rho_0 = \sqrt[3]{(p+B/A)/(p_0+B/A)}$ — относительная плотность рабочей жидкости при давлении p ; $V_z / V_{z0} = \sqrt[3]{(p_0+1)/(p+1)}$ — относительный объем нерастворенной газовой фазы.

В рамках сделанных выше предположений, исходя из факта постоянства массы сжимаемого объема, можно получить выражение для плотности двухфазной рабочей жидкости

$$\rho_c = \rho_{0c} \frac{V_{ж0} + V_{z0}}{V_{жс} + V_z} \Rightarrow \rho_c = \rho_{0c} \frac{V_{ж0}}{V_{жс}} \cdot \frac{1 + V_{z0}/V_{ж0}}{1 + V_z/V_{жс}}. \quad (19)$$

Из уравнений (15) и (17) следует:

$$\frac{V_{z0}}{V_{ж0}} = \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \frac{V_z}{V_{жс}} = \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \frac{\sqrt[3]{\frac{p_0+1}{p+1}}}{\sqrt[3]{\frac{p_0+B/A}{p+B/A}}}.$$

Подставляя последние выражения в формулу для плотности (19), получаем

$$\rho_c = \rho_{0c} \left[(1-m_0) \left(\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{m_0}{1-m_0} \sqrt[3]{\frac{p_0+1}{p+1}} \right) \right]^{-1}. \quad (20)$$

Из выражения (20) также следует равенство (12).

На рисунке 2 показаны результаты расчета величины относительной плотности ρ/ρ_0 для двухфазной рабочей жидкости. Коэффициенты A и B взяты для рабочей жидкости ВМГЗ при температуре $T = 60^\circ \text{C}$ [3].

На графике 5 рисунка 2 показано, для сравнения, изменение относительной плотности для однофазной рабочей жидкости. Обращает на себя внимание немотонность графиков 3, 4 и наличие у них максимумов при попытке использовать в зависимости (12) модуль всестороннего сжатия, заданный как функция давления формулой (18).

Зависимость, построенная по формуле (20), монотонна, что больше соответствует физике процесса. Наклон графика 5 для однофазной жидкости совпадает с наклоном аналогичного графика для двухфазной жидкости после достижения величины давления $p \cong 10 \text{ МПа}$.

Это означает, что плотность нерастворенной газовой фазы сравнима с плотностью рабочей жидкости.

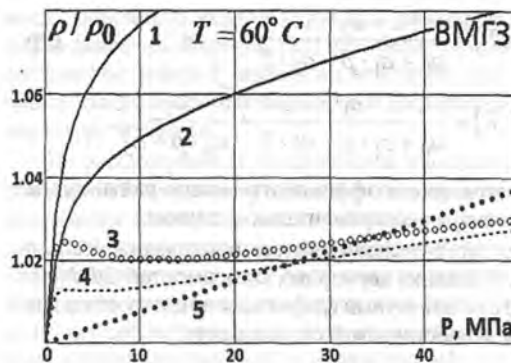


Рисунок 2 — Зависимость относительной плотности двухфазной рабочей жидкости ВМГЗ от давления: 1 — формула (20), $m_0 = 0,08$; 2 — формула (20), $m_0 = 0,05$; 3 — формула (13), $\xi_a (pm_0 = 0,1)$; 4 — формула (13), $\xi_a (pm_0 = 0,05)$; 5 — формула (13), $\xi_a (pm_0 = const)$

Деформирование рабочей жидкости с учетом теплового расширения

Однофазная рабочей жидкости. Если процесс изменения объема рабочей жидкости нельзя считать адиабатическим, то вследствие диссипации механической энергии из-за наличия сил внутреннего трения температура локального объема рабочей жидкости будет повышаться. При этом изменение объема рабочей жидкости будет зависеть не только от давления, но и от температуры, и при задании уравнения состояния рабочей жидкости надо исходить из уравнения (1).

Такое уравнение можно построить для конкретной рабочей жидкости при наличии экспериментальных данных по зависимости коэффициента теплового расширения и модуля адиабатической сжимаемости от температуры и давления.

Считая объем рабочей жидкости функцией температуры и давления, представим формулу (1) в виде полного дифференциала натурального логарифма объема рабочей жидкости

$$d(\ln V) = (-\beta_p) \cdot dp + \beta_T \cdot dT. \quad (21)$$

Правая часть выражения (21) будет полным дифференциалом некоторой функции u при выполнении условия

$$-(\partial \beta_p / \partial T) = \partial \beta_T / \partial p. \quad (22)$$

Для нахождения уравнения состояния необходимо не только интерполировать экспериментальные данные для β_p и β_T аналитическими выражениями, но и удовлетворить условию (22).

Составим уравнения состояния для рабочей жидкости ВМГЗ по данным, приведенным в работе [9]. Для интерполяции экспериментальных зависимостей $\beta_p(p, T)$ и $\beta_T(p, T)$ использовались выражения

$$\beta_T(p, T) = \frac{a_2}{a_0 + a_1 \cdot p - a_2 \cdot T}, \quad (23)$$

$$\beta_p(p, T) = \frac{a_1}{a_0 + a_1 \cdot p - a_2 \cdot T} + \frac{a_3}{a_4 \cdot p - a_5}.$$

Постоянные коэффициенты можно найти путем интерполяции экспериментальных данных.

Для этого использовалось приложение *MatLab* для приближения двумерных зависимостей *Sftul* (рисунок 3). Аналогичный график можно построить и для модуля адиабатической сжимаемости.

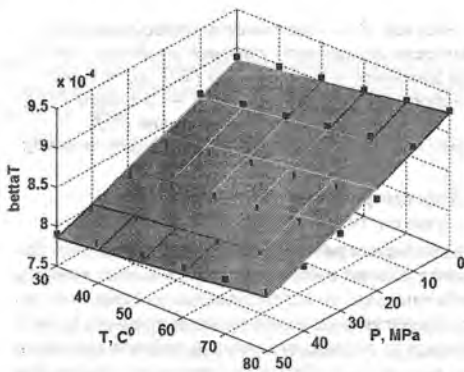


Рисунок 3 — Линейная интерполяция коэффициента теплового расширения ВМГЗ как функции температуры и давления.

Для ВМГЗ получены значения интерполяционных коэффициентов:

$$a_0 = 11.02; a_1 = 0.02699; a_2 = 0.009493;$$

$$a_3 = 0.002341; a_4 = -0.001048; a_5 = 1.584.$$

Для проведенных интерполяций $\beta_p(p, T)$ и $\beta_T(p, T)$ коэффициент детерминации R не ниже величины $R = 0.95$.

Непосредственным дифференцированием (23) легко убедиться в выполнении условия (22) для функций (23). Тогда, уравнение (21) можно считать дифференциальным уравнением в полных дифференциалах. Интегрируя (21) при помощи стандартной процедуры, получим уравнение состояния ВМГЗ

$$\rho(p, T) = \rho_0 \cdot \frac{F(p, T)}{F(p_0, T_0)}; \quad F(p, T) = \frac{a_1 \cdot p - a_2 \cdot T + a_0}{(a_5 - a_4 \cdot p)^\lambda}; \quad (24)$$

$$\lambda = -a_3/a_4.$$

При фиксированном значении температуры результаты расчетов по формуле (24) и (16) практически идентичны (рисунок 4).

Двухфазная рабочая жидкость

Рассматривая в качестве уравнения состояния нерастворенного в рабочей жидкости газа уравнение Менделеева–Клайперона, а в качестве аналогичного уравнения рабочей жидкости уравнение (24), можно получить уравнение состояния двухфазной рабочей жидкости с учетом теплового расширения.

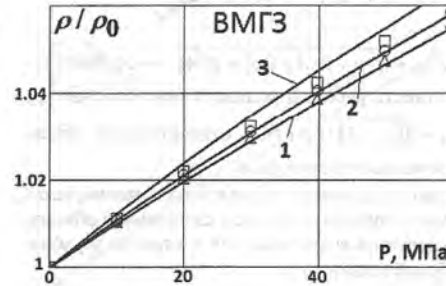


Рисунок 4 — Зависимость относительной плотности однофазной рабочей жидкости от давления и температуры: 1, Δ — $T = 40^\circ\text{C}$; 2, Δ — $T = 60^\circ\text{C}$; 3, Δ — $T = 80^\circ\text{C}$.

Учитывая аддитивность массы и объема составляющих частей двухфазной рабочей жидкости, запишем:

$$\rho_c = \rho_{c0} \left[(1 - m_0) \frac{F(p_0, T_0)}{F(p, T)} + m_0 \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \frac{T}{T_0} \right]^{-1}. \quad (25)$$

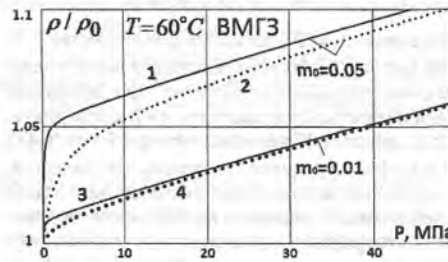


Рисунок 5 — Зависимость относительной плотности от давления: 1, 3 — формула (25); 2, 4 — формула (20).

На рисунке 5 для сравнения представлены зависимости относительной плотности от давления, рассчитанные по формулам (20), полученным из уравнения (3) и по формулам (25) при постоянной температуре $T = 60^\circ\text{C}$. Использованы экспериментальные данные работы [10].

Модуль объемной упругости рабочей жидкости

Модуль ξ_a объемной упругости характеризует процесс объемного деформирования рабочей жидкости в адиабатических процессах. Наряду с упомянутыми выше формулами (14) для однофазной рабочей жидкости и (18) для двухфазной рабочей жидкости [9], известны две близких по способу теоретического обоснования зависимости [12, 13]

$$\xi_{ac} = \xi_a \frac{1 + \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \frac{P_0}{P}}{1 + \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \frac{\xi_a P_0}{P^2}}; \quad (26)$$

$$\xi_{ac} = \frac{1 - \frac{P-P_0}{\xi_a} + \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \left(\frac{P_0}{P}\right)^{n-1}}{\frac{1}{\xi_a} - \frac{P-P_0}{\xi_a^2} + \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \frac{P_0^{n-1}}{nP^n}}. \quad (27)$$

где ξ_{ac} и ξ_a — модули объемной упругости газожидкостной смеси и рабочей жидкости соответственно.

При выводе формул (26) и (27) авторы исходят из определения среднего объемного модуля сжатия рабочей жидкости. Предполагается независимость модуля объемного сжатия однофазной рабочей жидкости от давления, растворением воздуха при сжатии рабочей жидкости пренебрегают. При выводе формулы (26) процесс сжатия рабочей жидкости предполагают изотермическим, в (27) используется уравнение политропы, что более оправдано для динамических процессов. Результаты сравнительных расчетов для зависимостей (18), (26) и (27) изображены на рисунке 6.

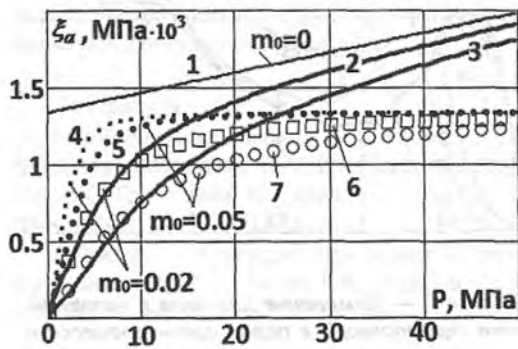


Рисунок 6 — Зависимость модуля объемной упругости от давления и относительного объема нерастворенной газовой фазы: 1 — формула (14); 2, 3 — формула (18); 4, 5 — формула (26); 6, 7 — формула (27).

Из рисунка 6 следует, что зависимости (18) и (27) дают практически одинаковые результаты при малых давлениях и расхождение между ними возникает

вследствие того, что в (27) не учитывается зависимость объемного модуля упругости рабочей жидкости от давления. Формула (22) дает более резкое возрастание величины ξ_{ac} при малых давлениях, что, очевидно, связано с предположением об изотермическом характере процесса.

Из рассмотренных зависимостей наиболее обоснованной теоретически и близкой к экспериментальным данным, полученным из наблюдения реальных динамических процессов, является зависимость (18). Общим недостатком всех трех зависимостей следует считать пренебрежение процессом растворения воздуха в рабочей жидкости при повышении давления и зависимостью объемной сжимаемости рабочей жидкости от скорости деформации.

Вязкость рабочей жидкости

Динамическая вязкость μ однофазной рабочей жидкости зависит от ее химического состава, температуры и давления. Практически все известные из литературы [10, 11, 14–15] аналитические формулы для определения вязкости рабочей жидкости представлены степенными или экспоненциальными функциями давления и температуры. Коэффициенты в этих зависимостях зависят от вида рабочей жидкости. Вид зависимости $\mu(p, T)$ и значения ее коэффициентов определяются из данных эксперимента. Большая часть экспериментов посвящена изучению зависимости вязкости от температуры. По экспериментальным данным [3], зависимость кинематической вязкости рабочей жидкости $\nu = \mu/\rho$ от температуры в координатах $(\lg T, \lg \nu)$ описывается убывающей линейной функцией, что позволяет записать выражение

$$\lg(\lg(\nu)) = b_1 - b_2 \lg T \Rightarrow \Rightarrow \nu = \nu_0 \exp\left(C\left(\frac{1}{T^{b_2}} - \frac{1}{T_0^{b_2}}\right)\right); C = b_1 \ln e. \quad (28)$$

Учитывая связь между кинематической и динамической вязкостью, формулу (28) перепишем в виде

$$\mu = \mu_0 \frac{\rho}{\rho_0} \exp\left(C\left(\frac{1}{T^{b_2}} - \frac{1}{T_0^{b_2}}\right)\right), \quad (29)$$

где отношение $\rho/\rho_0|_{p=const} \approx const$ дается зависимостью (24) при постоянном значении давления, C и b_2 — эмпирические коэффициенты, которые находят из данных эксперимента, μ_0 — величина динамической вязкости при температуре T_0 .

Вследствие значительных экспериментальных трудностей, вопрос о зависимости вязкости от давления менее изучен, чем зависимость от температуры. По данным [12] изменение вязкости μ минерального масла с увеличением давления в интервале

$0 < p < 500$ МПа описывается линейной возрастающей функцией в координатах $(\lg p, \lg \mu)$ и зависимость $\mu(p)$ можно получить по аналогии с формулой (29)

$$\mu = \mu_0 \exp\left(C_1(p^l - p_0^l)\right). \quad (30)$$

Величины параметров l и C_1 в формуле (31) определяются из экспериментальных данных для каждой отдельной рабочей жидкости.

Проводя линеаризацию зависимости $(p, \lg \mu)$ в диапазоне $0 < p < 50$ МПа, получим более простую зависимость $\mu(p)$

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp\left(C_1(p - p_0)\right). \quad (31)$$

По данным [12] для двухфазной рабочей жидкости, относительная динамическая вязкость μ/μ_0 зависит от относительного содержания нерастворенной газовой фазы m_0

$$\mu/\mu_0 = 1 + B \cdot m_0; B = 1.5. \quad (32)$$

Объединяя зависимости (29, 31, 32) получаем зависимость для динамической вязкости $\mu = \mu(p, T, m_0)$

$$\mu = \mu(m_0) \cdot \exp\left[C_1(p - p_0) + C\left(\frac{1}{T^{b_2}} - \frac{1}{T_0^{b_2}}\right)\right]. \quad (33)$$

$$\mu(m_0) = \mu_0(1 + B \cdot m_0).$$

Для определения величины коэффициентов в формуле (32) использовали экспериментальные данные [10] по зависимости кинематической вязкости и плотности ВМГЗ от давления и температуры.

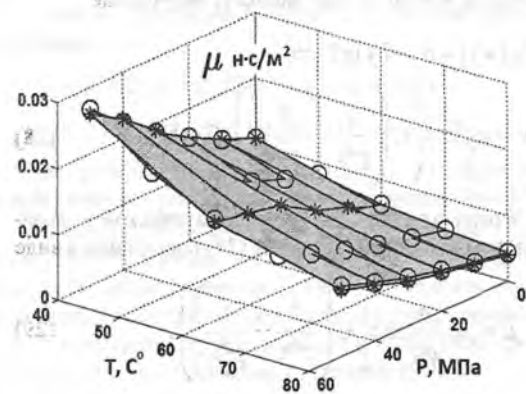


Рисунок 7 — Зависимость динамической вязкости однофазной ВМГЗ от температуры и давления: (*) — данные эксперимента [10]; (O) — интерполяция формулой (32)

Интерполяция экспериментальных данных формулой (33) проводилась с использованием программы *sftool MatLab*. Определены значения интерполяционных коэффициентов формулы (33)

$$C = 216,1; C_1 = 0.01775; b_2 = 0.006321.$$

Коэффициент детерминации при найденных значениях коэффициентов составил величину $R = 0,984$.

В научной литературе по гидравлике существует много зависимостей, описывающих зависимость динамической вязкости от термодинамических параметров рабочей жидкости. Большинство из них описывают зависимость μ от одного термодинамического параметра. Наиболее близкая к формуле (33) зависимость [3]

$$\mu = \mu_0 \exp(\alpha \Delta p - \beta \Delta T). \quad (34)$$

$$\Delta p = p - p_0; \Delta T = T - T_0$$

Формула (33) составлена для однофазной рабочей жидкости в более узком температурном диапазоне. При интерполяции экспериментальных данных в выражении (34) находятся значения двух параметров α и β , а в выражении (33) — трех (четырёх, в зависимости от использования (30) или (31)) параметров, что позволяет корректно описать поведение μ в более широком диапазоне температур и давлений.

Численный эксперимент

Рассмотренные выше зависимости для моделирования физико-механических свойств рабочей жидкости: плотности (13), (16), (20), модуля объемной упругости (14), (18), (26), (27), вязкости (33), (34) использовались для численного анализа переходных изотропных процессов в гидроприводе мобильных машин на основе дискретно регулируемых АПГ с наклонным блоком цилиндров [16].

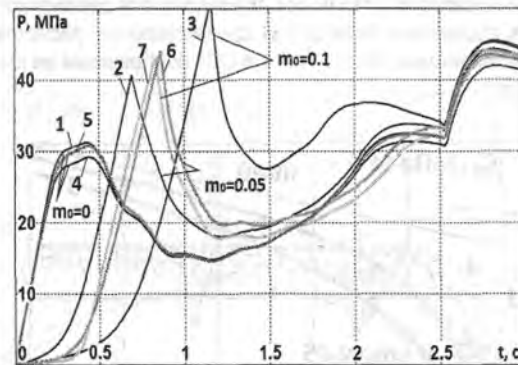


Рисунок 8 — Изменение давления в напорной линии гидропривода в переходном процессе с использованием различных моделей рабочей жидкости: 1, 2, 3 — формулы (18), (20), (33); 4 — (18); 5, 6 — (20), (33), (27); 7 — (20), (33), (26).

На рисунке 8 показано изменение давления в напорной линии объемного гидропривода в переходном процессе, который возникает вследствие изменений в режиме его работы: включение ($t = 0$ с), уменьшение объема гидромотора ($t = 1$ с), увеличение объема

насоса ($t = 2,5$ с). Сопоставление графиков (4) и (1) показывает, что использование усредненных постоянных значений плотности и вязкости вместо зависимостей $\rho\mu = f(P, T, m_0)$ согласно (20, 33) приводит к относительной погрешности в 8% при определении величины броска давления в напорной линии. Изменение процентного содержания нерастворенного воздуха в рабочей жидкости (графики 1, 2, 3) сильно изменяет характер переходного процесса, что делает обязательным учет величины m_0 . Для величины $m_0 = 0$ формула (27) [13] дает результат, совпадающий (графики 4, 5) с формулой (18) [3]. Но при $m_0 = 0$ результаты (графики 2, 3 и 7, 6), полученные с использованием (27) и (26) кардинально отличаются от аналогичных результатов с использованием формулы (18).

Выводы

На основании проведенных теоретических исследований и сопоставления результатов численных расчетов можно сделать вывод о том, что наиболее обоснованными с теоретической точки зрения и соответствующими экспериментальным данным зависимостями, описывающими физико-механические свойства рабочей жидкости гидропривода, являются:

- ♦ формулы (16), (20) для плотности однофазной и двухфазной рабочей жидкости в адиабатическом процессе;
- ♦ формула (18) для определения модуля объемной упругости рабочей жидкости в адиабатическом процессе;
- ♦ формула (33) для нахождения вязкости рабочей жидкости.

Получены зависимости (24) и (25), рабочей жидкости описывающие состояние однофазной и двухфазной рабочей жидкости с учетом возможности протекания температурных процессов. Разработана методика определения параметров этих зависимостей на основании данных эксперимента.

Литература

1. Физические величины: Справочник / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др.; Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.
2. Ландау, Л.Д. Статистическая физика: Теоретическая физика, т. 5 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. — М.: Наука, 1976. — 584 с.

УДК 681.523.4 УДК 681.523.4

РІВНЯННЯ СТАНУ ТА ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОБОЧОЇ РІДИНИ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ПЕРЕХОДНИХ ПРОЦЕСІВ У ГІДРОПРОВОДІ

З.Я. Лур'є, І.В. Ніколенко, О.М. Ризаков

Проаналізовано відповідність експериментальним даним і базовим принципам термодинаміки гіпо-

3. Прокофьев, В.Н. Аксиально-поршневой регулируемый гидропривод / В.Н. Прокофьев, Ю.А. Данилов, Л.А. Кондаков и др. — М.: Машиностроение, 1969. — 496 с.
4. Корнфельд, М. Упругость и прочность жидкостей. — М.-Л.: Гостехиздат, 1951. — 108 с.
5. Гликман, Б.Ф. Математические модели пневмогидравлических систем / Б.Ф. Гликман. — М.: Наука, 1986. — 368 с.
6. Ландау, Л.Д. Гидродинамика: Теоретическая физика, т. 6 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
7. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа // М., 1950. — 676 с.
8. Гуров, К.П. Феноменологическая термодинамика необратимых процессов (физические основы). — М.: Наука, 1978. — 128 с.
9. Прокофьев, В.Н. Определение критерия упругости гидропривода / В.Н. Прокофьев, И.А. Лузанов; Известия вузов, сер. Машиностроение. — М., 1966. — С. 70—74.
10. Васильченко, В.А. Гидравлическое оборудование мобильных машин. Справочник. — М.: Машиностроение, 1983. — 301 с.
11. Попов, Д.Н. Гидромеханика / Д.Н. Попов, С.С. Панайотти, М.В. Рябинин. — М.: МГТУ, 2002. — 384 с.
12. Башта, Т.М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика // М.: Машиностроение, 1972. — 320 с.
13. Немировский, И.А. Расчет гидроприводов технологических машин / И.А. Немировский, Н.Г. Снисарь. — К.: Техника, 1992. — 181 с.
14. Кондаков, Л.А. Машиностроительный гидропривод / Л.А. Кондаков, Г.А. Никитин, В.Н. Прокофьев и др. — М.: Машиностроение, 1978. — 495 с.
15. Абрамов, Е.И. Элементы гидропривода. Справочник / Е.И. Абрамов, К.А. Колесниченко, В.Т. Маслов // К.: Техника, 1977. — 320 с.
16. Николенко, И.В. Математическая модель системы дискретного управления рабочим объемом аксиально-поршневых гидромашин в гидроприводах строительно-дорожных машин / И.В. Николенко, А.Н. Рыжаков // ГБДММ: Всеукр. зб. наук. праць. — № 79. — 2012. — С. 25—30.

Надійшла 7.06.2013

UDC 681.523.4

EQUATION OF STATE AND PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF THE WORKING FLUID WHEN CHANGING THE MODE OF THE HYDRAULIC ACTUATOR

Z.Ya. Lurie, I.V. Nikolenko, A.N. Ryzakov

Analyzed for consistency with the experimental data and the basic principles of thermodynamics hypotheses

тези, що лежить в основі різних моделей робочої рідини, в рамках якої проведено порівняльні розрахунки величин її фізико-механічних параметрів. Запропоновано залежності для визначення величини густини робочої рідини. Розглянуто методику побудови рівняння стану робочої рідини з урахуванням можливості перебігу температурних процесів. Розглянуті моделі робочої рідини використано у чисельних розрахунках перехідних процесів, що відбуваються при зміні режиму роботи гідропривода.

Ключові слова: стан робочої рідини, моделі температурних процесів, режими роботи гідропривода.

and assumptions underlying the various models of hydraulic fluid under which carried out comparative calculations of the values of its physical and mechanical properties. Depending proposed to determine the fluid density. The method of constructing the equation of state of the working fluid with the possibility of occurrence of temperature processes. These models working fluid used in the numerical calculations of transients that occur when changing the mode of the hydraulic actuator. *Key words:* hydraulic fluid, models working fluid, mode of the hydraulic actuator.