

**З.Я. Лурье, д-р техн. наук,  
А.И. Гасюк, канд. техн. наук**  
Национальный технический университет Украины  
“Харьковский политехнический институт”, Харьков, Украина  
**В.М. Соловьев, канд. техн. наук**  
ГП “ХКБМ”, Харьков, Украина

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КАЧАЮЩЕГО УЗЛА ШЕСТЕРЕННОГО НАСОСА ВНЕШНЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ**

### **MULTICRITERIA DESIGN PUMPING UNIT GEAR PUMP WITH EXTERNAL ENGAGEMENT**

*Обсуждается вопрос многокритериального проектирования в области конструирования шестеренных насосов внешнего зацепления, основанного на сочетании многокритериальной оптимизации параметров зубчатого зацепления качающего узла. Применение корреляционного анализа позволило глубже оценить постановку оптимизационной задачи в части выбора: назначенных критериев и их числа, интервалов параметрических и критериальных ограничений, варьируемых параметров и в целом уточнить постановку задачи. Проведено сравнение результатов: расчета с использованием предложенной математической модели зубчатой передачи и расчета в программе "Компас" российской компании Аскон. Решение задачи многокритериального проектирования с использованием метода исследования пространства параметров шестеренных насосов является одним из актуальных научных направлений в теории и практике разработки современных шестеренных насосов. Приведен конкретный пример применительно к насосу с рабочим объемом 32 см<sup>3</sup> и давлением 16 МПа*

*Ключевые слова — многокритериальная оптимизация; параметрические, функциональные и критериальные ограничения; корреляционный анализ; таблица испытаний; численное моделирование*

#### **Введение**

Во многих отраслях промышленности эксплуатируются гидравлические системы, где в качестве источника гидравлической энергии применяются шестеренные насосы внешнего эвольвентного зацепления (далее НШ). Благодаря простоте конструкции, низкой себестоимости изготовления и обслуживания, высокого КПД, надежности и большего эксплуатационного ресурса по сравнению с другими типами объемных насосов, НШ остаются широко применяемыми объемными насосами в машиностроительных узлах и механизмах различного назначения. С другой стороны, пространственная конфигурация камер всасывания и нагнетания, включающая в себя неподвижный корпус и вращающиеся в противоположные стороны шестерни, создает переменную во времени геометрию проточной части, что накладывает определенные трудности при построении математической модели.

#### **Анализ последних исследований**

Работа [1] посвящена рассмотрению вопросов, направленных на улучшение показателей качества НШ: рабочего объема, коэффициента перекрытия, радиальных зазоров во впадинах шестерен, удельных скольжений и пр., значения которых зависят от параметров зубчатой передачи. Поиск оптимальных па-

раметров предлагается выполнять на основе решения задачи многокритериальной оптимизации методом исследования пространства параметров [2, 3].

Приведены уравнения, определяющие:

- основные геометрические параметры зубчатой передачи;
- параметрические ограничения, включающие пределы изменения варьируемых параметров;
- функциональные ограничения, обеспечивающие выбор работоспособных вариантов;
- критерии оптимальности, отражающие ряд показателей качества зацепления.

Однако статья [1] содержит лишь постановку задачи многокритериальной оптимизации, математическую модель, в которую теперь следует ввести ряд результаты исследований, изложенных в работах [4, 5].

Также известен ряд работ по оптимизации шестеренных насосов внутреннего эвольвентного зацепления (далее НШВ). В работе [6] приведены результаты оптимизации НШВ, где в качестве варьируемых переменных использованы параметры зубчатой передачи. Были заданы параметрические и функциональные ограничения, при этом единственным критерием оптимальности был выбран уровень шума работающего насоса. Рассмотрены вопросы связи пульсации подачи и пульсации давления без учета гидродинамики с величиной шума при работе насоса. В статье ча-

стично были использованы результаты, полученные в работе [7], в части влияния коэффициентов смещения  $X_1$  и  $X_2$  на зону зацепления, расположенную между начальной точкой зацепления (точка вхождения в зацепление), и конечной точкой зацепления (точка выхода из зацепления). Также было использовано уравнение расчета рабочего объема. Приведены уравнения максимума и минимума мгновенной подачи, однако в них не учтены гидродинамические процессы течения рабочей жидкости. В статье [8] рассмотрена задача многокритериальной оптимизации НШВ, на основе использования метода исследования пространства параметров, с заданием двадцати одной варьируемой переменной, пятнадцать функциональных ограничений и девять критериев оптимальности.

**Постановка задачи**

Рассматривая НШ на первом этапе как объект многокритериальной оптимизации, в математическую модель следует включить:

- функциональные уравнения, определяющие: геометрические параметры зубчатого зацепления, профиль зуба шестерни, кинематические параметры зубчатой передачи, рабочий объем насоса, габаритные размеры, коэффициент использования объема венцов зубчатой передачи в формировании подачи насоса, коэффициент неравномерности подачи. Выполнение функциональных ограничений обеспечивает работоспособность расчетных вариантов в части смещения шестерни, высоты зуба, толщины вершины зуба, отсутствия интерференции зубьев шестерен и др;

- варьируемые параметры и их ограничения;

- критерии оптимальности и критериальные ограничения.

В качестве метода многокритериальной оптимизации принят метод исследования пространства параметров, алгоритм поиска оптимальных решений которого характеризуется следующими этапами:

- первый этап: при отключении критериальных и части функциональных ограничений определяется Парето множество большого размера с последующим проведением корреляционного анализа назначенных критериев;

- второй этап: включение всех ограничений и формирование множества решений, в которых содержится информация о диапазонах изменения назначенных критериев оптимизации. Также дополнительно введена возможность идентификации математической модели НШ в части расчета и построения геометрии с помощью программы “Компас” компании “Аскон”;

- третий этап: многокритериальная оптимизация НШ и поиск решений, ориентированных на рабочий объем  $32 \text{ см}^3$ , прототипом которого является насос НШ-32УК ПАО “Гидросила”, Кировоград, Украина.

Для условия равенства числа зубьев  $Z_1=Z_2$  математическая модель НШ включает в себя тринадцать уравнений геометрических параметров зубчатой передачи [1, 9, 10].

Делительное межосевое расстояние

$$a = m \cdot z, \tag{1}$$

где  $m$  — модуль, мм;  $z$  — число зубьев.

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{m \cdot z \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \tag{2}$$

где  $\alpha$  — угол профиля зуба, °;  $\alpha_w$  — угол зацепления, °.

Основной диаметр

$$d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha. \tag{3}$$

Начальный диаметр

$$d_w = a_w = \frac{d_b}{\cos \alpha_w}. \tag{4}$$

Коэффициент смещения

$$X = \frac{z \cdot (\text{inv} \alpha_w - \text{inv} \alpha) - \frac{\Delta S \cdot \cos \alpha_w}{2 \cdot m \cdot \cos \alpha}}{2 \cdot \text{tg} \alpha}, \tag{5}$$

где  $\Delta S$  — боковой зазор.

Угол профиля окружности вершин

$$\alpha_a = \arccos \frac{d_b}{d_a}. \tag{6}$$

Радиус кривизны активного профиля зуба в нижней точке

$$\rho_p = a_w \cdot \sin \alpha_w - 0,5 \cdot d_b \cdot \text{tg} \alpha_a. \tag{7}$$

Радиус кривизны активного профиля зуба в граничной точке

$$\rho_l = 0,5 \cdot m \cdot z \cdot \sin \alpha_w - \frac{(h_l^* - h_a^* - x) \cdot m}{\sin \alpha_w}, \tag{8}$$

где  $h_a^*$  — коэффициент высоты головки зуба исходного контура,  $c^*$  — коэффициент радиального зазора.

Также в математическую модель входят пять уравнений, которые позволяют вычислять: шаг и длину зацепления, высоту зуба шестерни, толщину зуба шестерни у вершины и коэффициент перекрытия.

Важной составляющей являются формулы кинематических параметров, определяющие скорость перемещения контактной точки по профилю, взаимные скорости относительного скольжения профилей зубьев шестерни и колеса, удельные скольжения шестерен в нижних точках активных профилей зубьев.

Рабочий объем НШ [9]

$$V_0 = 0,5 \cdot \pi \cdot b \cdot \left( d_a^2 - d_w^2 - \frac{t_0^2}{3} \right) \cdot 10^{-3}, \tag{9}$$

где  $b$  — ширина шестерен, мм;  $t_0$  — шаг зацепления

$$t_0 = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha . \quad (10)$$

В качестве варьируемых параметров выбраны:  $z$ ,  $\alpha$ ,  $h_a^*$ ,  $c^*$ ,  $m$ ,  $X$  или  $a_w$  и  $b$  (до семи параметров). Варьируемые параметры совместно с диапазоном их изменения составляют параметрические ограничения.

Функциональные ограничения, выполнение которых обеспечивает работоспособность НШ, изложены в работах [9, 10] и в данной статье не приводятся. Четыре принятых критерия оптимизации  $F1=\epsilon_a$ ,  $F3=S_a$ ,  $F4=V_p$ ,  $F7=K_{3II}$  приведены в работе [1]. В качестве второго значимого критерия принята величина рабочего объема  $F2=V_0$ .

За пятый критерий принят габаритный размер НШ [4]  $F6=G=a_w+d_a$ . Шестой критерий — безразмерный коэффициент, определяющий величину объема, занятого телом венцов шестерен [4], составляющих рабочий объем,

$$K_{V_0} = \frac{V_0}{b \cdot (0,25 \cdot \pi \cdot d_a^2 + d_a \cdot a_w)} . \quad (11)$$

Седьмой критерий — безразмерный коэффициент запаса по отсутствию интерференции зубьев с переходной кривой.

**Основная часть**

Задача оптимизации в многокритериальной постановке решалась применительно к НШ на номинальное давление 16 МПа и рабочим объемом 32 см<sup>3</sup>. На первом этапе оценивалась линейная зависимость между принятыми критериями путем определения коэффициентов корреляции с использованием уравнения [2]

$$R_{i,j} = \frac{\sum_{n=1}^{KT} (F_{i,n} - F_i) \cdot (F_{j,n} - F_j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (12)$$

где  $i, j$  — номера критериев, выступающих в качестве параметров (случайных величин),  $KT$  — число точек в таблице испытаний,  $F_{i,n}$  — значение  $i$ -го критерия точки  $n$ ,  $F_{j,n}$  — значение  $j$ -го критерия точки  $n$ .

Среднеарифметические отклонения  $i$ -го и  $j$ -го критериев соответственно равны

$$\bar{F}_i = \frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} F_{i,n} , \quad (13)$$

$$\bar{F}_j = \frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} F_{j,n} . \quad (14)$$

При  $KT \rightarrow \infty$ , среднеарифметические отклонения  $i$ -го и  $j$ -го критериев стремятся к математическим ожиданиям. Среднеквадратичные отклонения  $i$ -го и  $j$ -го критериев соответственно равны:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} (F_{i,n} - \bar{F}_i)^2} , \quad (15)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{KT} \cdot \sum_{n=1}^{KT} (F_{j,n} - \bar{F}_j)^2} . \quad (16)$$

При  $KT \rightarrow \infty$  подкоренные выражения стремятся к дисперсиям.

В таблице 2 серым цветом выделены ячейки с наиболее сильными корреляционными связями между соответствующими критериями. Напомним, что физический смысл корреляционных критериев следующий:  $F1$  — коэффициент перекрытия,  $F2$  — рабочий объем,  $F3$  — толщина зуба на диаметре вершин,  $F4$  — удельное скольжение,  $F5$  — габаритный размер насоса,  $F6$  — коэффициент использования объемов венцов шестерен,  $F7$  — коэффициент запаса по отсутствию интерференции зубьев с переходной кривой.

*Таблица 2 — Коэффициенты корреляции критериев при оптимизации НШ*

	Критерии					
	F1	F2	F3	F4	F5	F6
F2	0,979					
F3	-0,975	-0,999				
F4	-0,954	-0,877	0,867			
F5	0,644	0,816	-0,824	-0,45		
F6	0,977	0,996	-0,988	-0,93	0,732	
F7	0,879	0,825	-0,82	-0,82	0,467	0,862

Как следует из таблицы 2 критерий  $F1$  находится в тесных корреляционных связях с критериями  $F3$  (отрицательная корреляция),  $F6$  (положительная корреляция). Данные связи подтверждаются физической картиной зацепления шестерен и уравнениями зубчатой передачи. Таким образом, критерий  $F1$  по отношению к критериям  $F3$  и  $F6$  является лишним, т.е. с ростом критерия  $F1$  (коэффициент  $\epsilon_a$ ) критерий  $F3$  (толщина зуба) линейно уменьшается. Однако критерии  $F1$  и  $F3$  характеризуют различные характеристики проектируемого НШ и поэтому при выборе следует оставить оба. Это правило относится и к остальным линейно зависимым критериям. Для составления таблицы 2 был проведен расчет 197 вариантов НШ, полученных за счет исключения ограничений. Графически корреляционная связь между любой парой выглядит в виде проекции возможных решений на плоскости, образованной этой парой критериев.

В целом корреляционный анализ позволяет глубоко оценить постановку оптимизационной задачи в части выбора: назначенных критериев и их числа, интервалов параметрических и критериальных ограничений, варьируемых параметров и в целом уточнить постановку задачи.

При выполнении второго этапа были приняты следующие константы и интервалы варьируемых параметров: число зубьев шестерен  $Z1=Z2=8$ ; межосевое расстояние  $\alpha_w=44-45$  мм; угол исходного контура  $\alpha=20^\circ$ ; модуль  $m = 5$  мм; коэффициент высоты головки зуба исходного контура  $h_a^*=0,85-1,25$ ; коэф-

коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,15-0,35$ ; коэффициент радиуса переходной кривой  $\rho = 0,38$ ; ширина зубчатого венца  $b = 22$  мм.

В исходные данные не включен коэффициент граничной высоты  $h_1^*$  (или коэффициент высоты ножки  $h_f^*$ ), так как математическая модель расчета параметров зубчатого зацепления программы “Компас”, при помощи которого удобно выполнять построение геометрии зубчатых колес, не использует их при расчете, применяя уравнение замены:  $h_1^* = 2 \cdot h_a^*$ .

Поскольку математическая модель расчета зубчатого зацепления расчетной библиотеки программы “Компас” закрыта для ознакомления, то на основе использования имеющихся уравнений расчета параметров зубчатого зацепления была создана альтернативная математическая модель, результаты расчета которой были сравнены с результатами расчета программы “Компас”. Расчет был выполнен при следующих исходных данных:  $Z1 = Z2 = 8$ ;  $m = 5$ ;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1,124$ ;  $X = 0,6236$ ;  $b = 22$ . В исследуемой математической модели было введено равенство  $h_1^* = 2 \cdot h_a^*$ . Результат расчетов приведен в таблице 3.

Таблица 3 — Результаты расчета параметров зубчатого зацепления на основе коэффициентов смещения с использованием математической модели и программы “Компас”

Обозначение параметра	Математическая модель	“Компас”
$d_a$ , мм	54,39	54,39
$d_p$ , мм	32,49	32,49
$a_w$ , мм	44,69	44,69
$\alpha_w$ , °	32,75	32,75
$d_w$ , мм	44,69	44,69
$S_a$ , мм	1,63	1,63
$\varepsilon_\alpha$	1,023	1,023

Анализ результатов, приведенных в таблице 3, показывает полное совпадение результатов расчета для принятых исходных данных. Также был выполнен расчет зубчатого зацепления на основе межцентрового расстояния со следующими исходными данными:  $Z1 = Z2 = 8$ ;  $m = 5$ ;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1,124$ ;  $\alpha_w = 45$ ;  $b = 22$ . Результат расчета приведен в таблице 4.

Таблица 4 — Результаты расчета параметров зубчатого зацепления на основе межцентрового расстояния с использованием математической модели и программы “Компас”

Обозначение параметра	Математическая модель	“Компас”
$d_a$ , мм	54,51	54,51
$d_p$ , мм	32,98	32,98
$a_w$ , мм	45	45
$\alpha_w$ , °	33,35	33,21
$d_w$ , мм	45	45
$S_a$ , мм	1,74	1,74
$\varepsilon_w$	0,985	0,985
$X$	0,672	0,672
$X_{\min}$	0,653	0,656

Результаты, приведенные в таблице 4, показывают небольшое расхождение результатов для значительных параметров  $\alpha_w$  и  $X_{\min}$ . Анализ полученных результатов, позволяет сделать вывод о том, что в программе “Компас” расчет выполняется без учета бокового зазора (беззазорное зацепление). В реальных зубчатых передачах наличие бокового зазора необходимо для размещения пленки рабочей жидкости, компенсации температурных расширений и погрешностей изготовления/монтажа шестерен. Боковой зазор можно создать в результате увеличения значения межцентрового расстояния  $a_w$ , с выполнением пересчета для нового значения межцентрового расстояния  $a_w' = a_w + \Delta a_w$ . Значения бокового зазора по контактной нормали и угловой боковой зазор вычисляются по формулам [10]:

$$\Delta k = (P_w - 2 \cdot Sa) \cdot \cos \alpha_w, \quad (17)$$

$$\Delta j = \frac{2 \cdot \Delta k}{d_b}. \quad (18)$$

На третьем этапе выполняется многокритериальная оптимизация при варьируемом значении  $a_w$ . В качестве констант и варьируемых параметров приняты следующие значения:  $Z1 = Z2 = 8$ ;  $m = 5$ ;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1-1,35$ ;  $a_w = 44-46$ ;  $c^* = 0,15-0,35$ ;  $b = 22$ . В процессе решения было рассмотрено 495 вариантов зубчатого зацепления, из которых заданным условиям и ограничениям удовлетворяло только одно. При локальной оптимизации этого решения в диалоговой системе пакета ОРТ [15] были получены значения критериев и геометрических параметров, приведенные в таблице 5 и 6 соответственно.

Таблица 5 — Значения критериев при оптимизации НШ

Критерии						
F1 ( $\varepsilon_\alpha$ )	F2 ( $V_0$ ) см <sup>3</sup>	F3 ( $S_a$ ) мм	F4 ( $V_p$ )	F5 (G) мм	F6 ( $K_{v0}$ )	F7 ( $K_{\Sigma}$ )
1,039	32,818	1	-2,98	101	0,301	0,955

Таблица 6 — Результат расчета параметров зубчатого зацепления

Обозначение параметра	Математическая модель
$d_a$ , мм	55,61
$d_p$ , мм	37,69
$d_p$ , мм	32,89
$a_w$ , мм	45,5
$\alpha_w$ , °	34°17
$X$	0,754
$X_{\min}$	0,747
$h_a^*$	1,215
$m$ , мм	5
$c^*$	0,25
$z$	8
$\alpha$ , °	20

Полученное оптимальное решение отличается от серийного НШ-32УК большими значениями параметров  $a_w$ ,  $d_a$ ,  $X$ ,  $h_a^*$ , меньшим значением  $d_p$  совпадением значений для величины  $S_a$  и небольшим отклонением (3%) для величины  $V_0$ .

По полученным исходным данным при расчете в программе “Компас” для оптимального НШ были получены данные, совпадающие со значениями, приведенными в таблице 6.

Также определенный интерес представляет решение оптимизационной задачи в пакете ОРТ для НШ со значениями  $d_a=55\text{мм}$  и  $a_w=45\text{мм}$  (данные серийного НШ-32УК). Результаты расчета представлены в таблицах 7 и 8.

**Таблица 7 — Значения критериев при оптимизации НШ с  $d_a=55\text{ мм}$  и  $a_w=45\text{ мм}$**

Критерии						
F1 ( $\epsilon_a$ )	F2 ( $V_0$ )	F3 ( $S_a$ )	F4 ( $V_p$ )	F5 (G)	F6 ( $K_{v0}$ )	F7 ( $K_m$ )
	см <sup>3</sup>	мм		мм		
1,044	32,065	1,238	-3,307	100	0,3	5,14

**Таблица 8 — Результат расчета параметров зубчатого зацепления для НШ с  $d_a=55\text{ мм}$  и  $a_w=45\text{ мм}$**

Обозначение параметра	Математическая модель
$d_a, \text{мм}$	55
$d_b, \text{мм}$	37,59
$d_p, \text{мм}$	32,495
$a_w, \text{мм}$	45
$\alpha_w, ^\circ$	33,35
X	0,672
$X_{\min}$	0,705
$h_a^*$	1,173
$c^*$	0,25

Анализ представленных результатов в таблицах 7 и 8 показывает, что не выполняется условие  $X > X_{\min}$ , что свидетельствует о том, что переходная кривая пересекает главную поверхность и происходит подрезание зубьев нарезаемой шестерни. В большинстве случаев подрезание является нежелательным явлением, поскольку это ведет к снижению изломной прочности зубьев и в отдельных случаях к уменьшению значения коэффициента перекрытия. Методика оценки геометрии подрезанных зубьев изложена в работе [10]. Таким образом, результаты расчета по предложенной математической модели зубчатого зацепления хорошо коррелируют с результатами расчета в программе “Компас”, что свидетельствует о математическом подобии моделей. Ранее было отмечено, что при расчете в программе “Компас” цилиндрических зубчатых передач наружного зацепления коэффициент граничной высоты равен двум коэффициентам высоты головки зуба  $h_1^*=2 \cdot h_a^*$ . Также полученное подобие математических моделей свидетельствует о том, что формула для расчета минимального коэффициента смещения  $X_{\min}$  определяется по уравнению (20), а не согласно уравнению (19).

$$X_{\min} = h_1^* - h_a^* - \frac{z \cdot \sin^2 \alpha}{2} \quad (19)$$

$$X_{\min} = h_a^* - \frac{z \cdot \sin^2 \alpha}{2} \quad (20)$$

В таблице 8 при  $h_a^*=1,173$ ;  $Z_1=Z_2=8$ ,  $\alpha=20^\circ$  получено значение  $X_{\min}=0,705$ . Но исходный контур нестандартный и если полагать  $h_1^*=2,25$  а не  $2 \cdot h_a^* = 2,346$ , то значение  $X = 0,672 > X_{\min} = 609$ . Однако в программе “Компас” расчет геометрии рассматриваемого НШ (таблица 8) показывает подрезание зубьев шестерни и построение геометрического объекта для последующего исследования гидродинамических процессов нуждается в дополнительной коррекции геометрических данных.

**Выводы**

1. Проведенный обзор работ показывает, что решение задач многокритериального проектирования с использованием метода исследования пространства параметров шестеренных насосов является одним из актуальных научных направлений в теории и практике разработки современных шестеренных насосов.

2. На основе предложенной математической модели шестеренного насоса рассмотрена постановка и решение задачи многокритериальной оптимизации насоса с учетом параметрических, функциональных и критериальных ограничений для шестеренного насоса с параметрами близкими к насосу типа НШ-32УК.

3. Проведено сравнение результатов: расчета с использованием предложенной математической модели зубчатой передачи и расчета в программе "Компас" российской компании Аскон. Определены следующие отличия программы "Компас":

- при расчете цилиндрических зубчатых передач внешнего зацепления коэффициент граничной высоты отсутствует в задании исходных данных и по умолчанию принят равным двум коэффициентам высоты головки зуба  $h_1^* = 2 \cdot h_a^*$ , что справедливо лишь для частного случая  $h_a^* = 1$ ;

- расчет выполняется без учета бокового зазора.

4. Так как для НШ практически неприемлемо отсутствие бокового зазора, то следует задать межосевое расстояние с приращением. Величина этого приращения позволит получить необходимый зазор для обеспечения работоспособности зубчатого зацепления качающего узла. При этом следует выполнить повторный расчет в программе “Компас” с заданным приращением.

**Литература**

1. Лурье, З.Я. Математическая модель качающего узла шестеренного насоса внешнего зацепления как объекта многокритериальной оптимизации [Текст] / З.Я. Лурье, И.В. Коваленко // Вибрации в технике и технологиях. — 2003. — №3(29). — С. 9—13.

2. Соболев, И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями [Текст] / И.М. Соболев, Р.Б. Статников // — М.: Дрофа. — 2006. — 175 с.

3. Статников, Р.Б. Многокритериальное проектирование машин [Текст] / Р.Б. Статников, И.Б. Матусов // — М.: Знание (Новое в жизни, науке, технике). Серия Математика, кибернетика. — 1989. — №5. — 48 с.
4. Кулешков, Ю.В. Шестеренные насосы с ассиметричной линией зацепления шестерен. Теория конструкция и расчет [Текст] / Ю.В. Кулешков, М.И. Черновол, О.В. Бевз, Ю.А. Титов // — Кировоград: Код. — 2009. — 243 с.
5. Кулешков, Ю.В. Оценка методов определения объемной подачи шестеренных насосов НШ [Текст] / Ю.В. Кулешков // — Кировоград: Констрування, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. — 2004. — №34. — С. 178—186.
6. Jianshou, Z. Optimizing Technique of design parameters for quied internal pump [Text] / Z. Jianshou, D.Xingen, X. Weixian // Shanghai Univiversity. — 1990. № 3. — P.70—76.
7. Jianshon, Z. Drive characteristics of internal gear pump and a new method of analytical calculation of flow rate [Text] / Z. Jianshon // Mach. Tool and Hydraul. — 1990/ — № 3. — P.25-28.
8. Лурье, З.Я. Многокритериальная оптимизация основных параметров качающих узлов шестеренных насосов внутреннего зацепления [Текст] / З.Я. Лурье, А.И. Жерняк // Вестник машиностроения. — 1995. — №8. — С. 3—8.
9. Юдин, Е.М. Шестеренные насосы [Текст] / Е.М. Юдин // — М.: Машиностроение, 1964. — 236 с.
10. Болотовский, И.А. Цилиндрические эвольвентные передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии. Справочное пособие [Текст] / И.А. Болотовский, В.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, В.И. Шендерей // — М.: Машиностроение. — 1974. — 160 с.
11. Кулешков, Ю.В. Математична модель втрат рідини через радіальний зазор в сучасних шестеренних насосах типу НШ [Текст] / Ю.В. Кулешков, М.І. Черновол., О.О. Матвієнко // Підвищення надійності відновлюваних деталей машин. Вісник ХДТУ сільськогосподарства. — Харків, 2001. — Том 2. — №8. — С. 87—90.
12. Кулешков, Ю.В. Математическая модель торцевых радиально направленных утечек в шестеренном насосе типа НШ [Текст] / Ю.В. Кулешков, А.А. Матвиенко, Т.В. Руденко, В.В. Русских // Техніка в сільськогосподарському виробництві. Галузеве машинобудування, автоматизація: зб. Наук. Праць КНТУ. — Кировоград. — 2008. — №20. — С. 284—292.
13. Кулешков, Ю.В. Математическая модель утечек через торцевой межцентровый зазор шестеренного насоса типа НШ [Текст] // Промислова гідраліка і пневматика. — 2008. — №2(20). — С.73—79.
14. Кулагин, А.В. Основы теории и конструирования гидropердач [Текст] / А.В. Кулагин, Ю.С. Демидов, Л.А. Кондаков, под ред. В.Н. Прокофьева // М.: Высшая школа, 1968. — 400 с.
15. Оксененко, А.Я. Диалоговая система решения инженерных задач многокритериальной оптимизации [Текст] / А.Я. Оксененко, З.Я. Лурье, Г.С. Левитин // Управляющие системы и машины. — К.: Техника. — 1988. — № 33. — С. 101—103.
16. Соловьев, В.М. Численное моделирование потока в решетке реактора гидротрансформатора [Текст] / В.М. Соловьев, П.С. Завьялов, Ю.А. Подвойский // Проблемы машиностроения. — Харків: 2009. — Т. 12. — №3. — С. 11—20.
17. Руководство пользователя Flow Vision, версия 2.2.
18. Стричек, Я. Математическое моделирование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в линии нагнетания шестеренного насоса [Текст] / Я. Стричек, Д.В. Костюк, Н.В. Ногин, О.М. Яхно // Промислова гідраліка і пневматика. — Винница. — 2013. — №3 (41). — С. 37—43.

### Preferences

1. Lurie, Z.Ya. Matematicheskaya model kachayushchego uzla shesterennogo nasosa vneshnego zatsepleniya kak ob'ekta mnogokriterialnoy optimizatsii [Tekst] / Z.Ya. Lurie, I.V. Kovalenko // Vibratsii v tehnikе i tehnologiyah. — 2003. — № 3(29). — S.9—13.
2. Sobol, I.M. Vyibor optimalnyih parametrov v zadachah so mnogimi kriteriyami [Tekst] / I.M. Sobol, R.B. Statnikov // — М.: Drofa. — 2006. — 175 s.
3. Statnikov, R.B. Mnogokriterialnoe proektirovanie mashin [Tekst] / R.B. Statnikov, I.B. Matusov // — М.: Znanie, 1989. — №5. — 48 s.
4. Kuleshkov, Yu.V. Shesterennyye nasosyi s assimetrichnoy liniey zatsepleniya shesteren. Teoriya, konstruktsiya i raschet [Tekst] / Yu.V. Kuleshkov, M.I. Chernovol, O.V. Bevz, Yu.A. Titov // — Kirovograd: Kod. — 2009. — 243 s.
5. Kuleshkov, Yu.V. Otsenka metodov opredeleniya ob'emnoy podachi shesterennyih nasosov NSH [Tekst] / Yu.V. Kuleshkov // — Kirovograd: Konstruyuvannya, virobnytstvo ta ekspluatatsiya silskogospodarskih mashin. Zagalnoderzhavnyi mlzhvidomchiy naukovotekhnichnyi zbIrnik. — 2004. — №34. — S. 178—186.
6. Jianshou, Z. Optimizing Technique of design parameters for quied internal pump [Text] / Z. Jianshou, D.Xingen, X. Weixian // Shanghai Univiversity. — 1990. №3. — P.70—76.
7. Jianshon, Z. Drive characteristics of internal gear pump and a new method of analytical calculation of flow rate [Text] / Z. Jianshon // Mach. Tool and Hydraul. — 1990/ — N3. — P. 25—28.
8. Lurie, Z.Ya. Mnogokriterialnaya optimizatsiya osnovnyih parametrov kachayuschih uzlov shesterennyih nasosov vnutrennego zatsepleniya [Tekst] / Z.Ya. Lurie, A.I. Zhernyak // Vestnik mashinostroeniya. — № 8. — 1995. — S. 3—8.
9. Yudin, E.M. Shesterennyye nasosyi [Tekst] / E.M. Yudin // — М.: Mashinostroenie, 1964. — 236 s.

10. Bolotovskiy, I.A. Tsilindricheskie evolventnyie peredachi vneshnego zatsepleniya. Raschet geometrii. Spravochnoe posobie [Tekst] / I.A. Bolotovskiy, V.I. Gurev, V.E. Smirnov, V.I. Shenderey // — М.: Mashinostroenie. — 1974. — 160 s.

11. Kuleshkov, Yu.V. Matematichna model vtrata rldini cherez radialniy zazor v suchasni shesterenni nasosah tipu NSh [Tekst] / Yu.V. Kuleshkov, M.I. Chernovol., O.O. Matvienko // Pidvischennya nadiynosti vidnovlyuvanyh detaley mashin. Visnyk HDTU silskogo gospodarstva. — Harkiv, 2001. — Tom 2. — №8. — S. 87—90.

12. Kuleshkov, Yu.V. Matematicheskaya model tortsevyih radialno napravlennyih utechek v shesterennom nasose tipa NSh [Tekst] / Yu.V. Kuleshkov, A.A. Matvienko, T.V. Rudenko, V.V. Russkih // Tehnika v silskogospodarskomu virobnitstvi. Galuzeve mashinobuduvannya, avtomatizatsiya: zb. Nauk. Prats KNTU. — Kirovograd. — 2008. — № 20. — S. 284—292.

13. Kuleshkov, Yu.V. Matematicheskaya model utechek cherez tortsevoy mezhtsentrovyy zazor shesterennogo nasosa tipa NSh [Tekst] // Promislova gidravlika i pnevmatika: zb. nauk. prats za materialami VIII mizhn. nauk.-tehn. konf. ASPGP. — 2008. — №2(20). — S.73—79.

14. Kulagin, A.V. Osnovyi teorii i konstruirovaniya gidroperedach [Tekst] / A.V. Kulagin, Yu.S. Demidov, L.A. Kondakov, pod red. V.N. Prokofieva // М.: Vysshaya shkola, 1968. — 400 s.

15. Oksenenko, A.Ya. Dialogovaya sistema resheniya inzhenernyih zadach mnogokriterialnoy optimizatsii [Tekst] / A.Ya. Oksenenko, Z.Ya. Lurie, G.S. Levitin // Upravlyayushchie sistemy i mashiny. — К.: Tehnika. — 1988. — 33. — S. 101—103.

16. Solovev V.M. Chislennoe modelirovanie potoka v reshetke reaktora gidrotransformatora [Tekst] / V.M. Solovev, P.S. Zavyalov, Yu.A. Podvoyskiy // Problemy mashinostroeniya. — 2009. — T. 12, № 3. — S. 11—20.

17. Rukovodstvo polzovatelya Flow Vision, versiya 2.2.

18. Strichek, Ya. Matematicheskoe modelirovanie laminarnogo techeniya vyzkoy neshzimaemoy zhidkosti v linii nagnetaniya shesterennogo nasosa [Tekst] / Ya. Strichek, D.V. Kostyuk, N.V. Nogin, O.M. Yahno // Promislova gidravlika i pnevmatika. — Vinnitsya. — 2013. — №3 (41). — S. 37—43.

*Надійшла 18.02.2014 року*

**УДК:621.644:621.833.15**

**БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ  
КАЧАЮЧОГО ВУЗЛА ШЕСТЕРЕННОГО  
НАСОСА ЗОВНІШНЬОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ**

**З.Я. Лур'є, В.М. Соловйов, А.І. Гасюк**

Проаналізовано питання багатокритеріального проектування в області конструювання шестеренних насосів зовнішнього зачеплення, заснованого на по-

єднанні багатокритеріальної оптимізації параметрів зубчастого зачеплення качаючого вузла. Застосування кореляційного аналізу дозволило глибше оцінити постановку оптимізаційної задачі в частині вибору: призначених критеріїв і їх числа, інтервалів параметричних і критеріальних обмежень, варійованих параметрів і в цілому уточнити постановку завдання.

Проведено порівняння результатів: розрахунку з використанням запропонованої математичної моделі зубчастої передачі та розрахунку у програмі “Компас” російської компанії Аскон. Рішення завдання багатокритеріального проектування з використанням методу дослідження простору параметрів шестеренних насосів є одним з актуальних наукових напрямів у теорії та практиці розробки сучасних шестеренних насосів. Наведено конкретний приклад стосовно до насоса з робочим об'ємом 32 см<sup>3</sup> і тиском 16 МПа.

*Ключові слова: багатокритеріальної оптимізації, параметричні, функціональні та критеріальні обмеження, кореляційний аналіз.*

**UDC: 621.644:621.833.15**

**MULTICRITERIA DESIGN PUMPING  
UNIT GEAR PUMP WITH EXTERNAL  
ENGAGEMENT**

**Z.Y. Lurie, V.M. Soloviev, A.I. Gasyuk**

This article discusses the design of multicriteria in the design of gear pumps, external engagement, based on a combination of multicriteria optimization parameters gearing pumping unit. Application of correlation analysis to evaluate the deeper formulation of the optimization problem in terms of selection: criteria and their assigned number, spacing and parametric criterion restrictions of varying parameters and generally clarify the statement of the problem.

Comparison of the results: calculation using the proposed mathematical model and calculation of gear in the “Compass” company *Ascon*. Solution to the problem of multi-design study using the parameter space gear pump is one of the important research directions in the theory and practice of the development of modern gear pumps. The concrete example with reference to the pump displacement of 32 cm<sup>3</sup> and a pressure of 16 MPa.

*Key words: multicriteria in the design, number, spacing and parametric criterion, calculation of gear, correlation analysis.*