

В. В. Серебряков, канд. физ.-мат. наук
 Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев, Украина

**ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
 КАВИТАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ**

**THE PRACTICAL DEPENDENCES FOR THE CALCULATION OF THE BASIC ELEMENTS
 OF THE CAVITATION FLOW**

Статья содержит близкий к завершению перечень простых универсальных и достаточно надежных уравнений и зависимостей для практического расчета основных элементов кавитационного течения в широком диапазоне чисел кавитации и кавитаторов различных форм и удлинений. Подход разрабатывается на основе симбиоза асимптотических и нелинейных численных решений с верификацией их пригодности рядом экспериментальных данных.

Ключевые слова: кавитационное течение, расчет элементов, число кавитации, кавитаторы.

Введение

Применение суперкавитации является одним из наиболее эффективных путей снижения гидродинамического сопротивления. Этот способ применяется при достаточно высоких скоростях движения и значительных размерах движущихся средств. В то же время возможности экспериментальных исследований ограничены значительно меньшими диапазоном скоростей и размерами моделей.

Целью работы является получение достаточно надежных зависимостей, наиболее эффективных с точки зрения постановки и проектирования экспериментов, включая расчет элементов обтекания, учет границ течения, возможности компенсации масштабных эффектов или их оценки и учета. Для определения этих зависимостей применяются асимптотические решения [1–3], улучшенные данными наиболее надежных нелинейных численных расчетов на основе модели идеальной несжимаемой жидкости неоднократно верифицированные многочисленными экспериментами [4]. Эти данные включают численный расчет обтекания дисков и конусов в рамках симметричной схемы Рябушинского [1, 2] и расчет обтекания тонких конусов при замыкании на диск [3].

Асимптотические решения

Основой решений для формы каверны $r = R(x)$ за осесимметричным кавитатором $r = r_n(x)$ является интегро-дифференциальное уравнение на основе теории тонких тел в рамках модели идеально несжимаемой жидкости (1).

$$\frac{1}{2R^2} \left(\frac{dR^2}{dx} \right)^2 + \frac{d^2R^2}{dx^2} \ln \frac{R^2}{4x(L-x)} - \tag{1}$$

$$\int_0^{x_2} \frac{\frac{d^2r_n^2}{dx^2} \Big|_{x=x_1} - \frac{d^2R^2}{dx^2}}{|x_1-x|} dx_1 - \int_{x_2}^L \frac{\frac{d^2R^2}{dx^2} \Big|_{x=x_1} - \frac{d^2R^2}{dx^2}}{|x_1-x|} dx_1$$

$$-\frac{dr_n^2}{dx} \Big|_{x=0} + \frac{dR^2}{dx} \Big|_{x=L} = 2\sigma$$

где r, x — полярные координаты, $\sigma = 2\Delta P / \rho U_\infty^2$ — число кавитации, ΔP — разность давлений в потоке P_∞ и в каверне P_c , U_∞ — скорость набегающего потока, ρ — массовая плотность жидкости.

Уменьшение чисел кавитации $\sigma \rightarrow 0$ приводит к увеличению удлинения каверны λ и ее размеров, при этом

размеры кавитатора становятся малыми $O(1/ O(\lambda^{-2} \sqrt{\ln \lambda}))$ по сравнению с длиной каверны. Асимптотическое решение 2-го порядка для формы средней части каверны в безразмерном относительно полудлины каверны (внешнее решение [5]) имеет вид

$$R^2 = \frac{1}{\lambda^2} \left[(1-x^2) + \frac{x^2 \ln 4 - \ln(1+x)^{(1+x)} - \ln(1-x)^{(1-x)}}{\ln \lambda^2} \right] \tag{2}$$

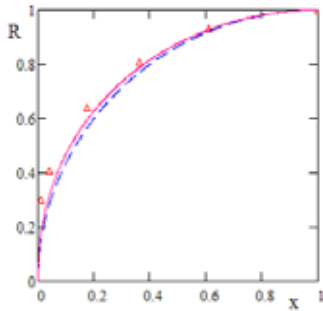


Рисунок 1 — Внешнее асимптотическое решение для формы каверны за диском второго приближения

$\bar{R}(x) = (1/\delta^2)R(x)$, $\delta = 1/\lambda$, $\sigma = 0.04$.
 ——— внешнее решение второго порядка (2)
 - - - - - эллипсоидальная каверна
 $\Delta \Delta \Delta$ нелинейный численный расчет [1]

Передняя часть каверны описывается известной асимптотикой Гуревича–Левинсона

$$R^2 \Big|_{\substack{\sigma=0 \\ x \rightarrow \infty}} \rightarrow 2\sqrt{c_{d0}} \frac{x}{\sqrt{\ln(x)}} + \dots \quad (3)$$

Здесь коэффициент c_{d0} сопротивления кавитатора при $\sigma = 0$. Находится третий член этой асимптотики, позволяющий рассматривать это разложение в качестве промежуточного решения. Решение сингулярной задачи с учетом сращивания определяет асимптотические зависимости 2-го порядка в этом случае для наибольшего радиуса R_k , полудлины L_k и удлинения $\lambda = L_k / R_k$ каверны в виде [6]

$$a) R_k^2 = R_n^2 \frac{c_d}{\sigma} \left[1 + 2 \frac{\ln 2 / \sqrt{e}}{\ln \lambda^2} \right], \quad b) \sigma = \frac{2 \ln \lambda / \sqrt{e}}{\lambda^2} \quad (4)$$

$$c) L_k = R_n \frac{\sqrt{c_d \ln \lambda^2}}{\sigma} \left[1 - \frac{\ln e / 2}{\ln \lambda^2} \right]$$

Асимптотическая зависимость 2-го порядка для удлинения от числа кавитации за тонкими кавитаторами типа конуса, включая цилиндр, определяется как

$$\sigma = \frac{\ln \lambda^2}{\lambda^2} \left[1 - 2 \left(1 + \varepsilon \lambda \sqrt{1 + (\varepsilon \lambda)^2} \ln \frac{\varepsilon \lambda}{\sqrt{1 + (\varepsilon \lambda)^2}} \right) \frac{1}{\ln \lambda^2} \right], \quad (5)$$

$$a) \text{ диск: } L_k = R_n \frac{\sqrt{c_d \ln \lambda^2}}{\sigma} \left[1 - \frac{\ln e / 2}{\ln \lambda^2} \right],$$

$$b) \text{ цилиндр: } \sigma = \frac{2}{\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{e}$$

Здесь λ соответствует двойному удлинению задней части каверны за миделем, ε — тангенсу полуугла раскрытия конуса. Частные случаи этой зависимости: (5a) соответствует каверне за малым кавитатором типа диска, (5b) — каверне за цилиндром.

Таблица 1

σ	0.03	0.04	0.05
λ - решение (4)	11.327	9.291	7.924
λ - расчет [1]	11.456	9.453	8.132
R_k / R_n - решение (4)	5.537	4.834	4.357
R_k / R_n - расчет [1]	5.5544	4.8448	4.3624
L_k / R_n - решение (4)	63.497	45.583	36.109
L_k / R_n - расчет [1]	63.5181	45.8	35.473

Результаты сравнения данных расчета по асимптотическим зависимостям (4) с данными нелинейного численного расчета каверны за диском [1] приведены в таблице 1.

Равномерно пригодное решение второго приближения для формы каверны за диском получено в виде

$$\mu_x = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2[e + x(1 - (x/L_k))]}{e\sqrt{c_d}} \sqrt{\ln \left[e + x \left(1 - \frac{x}{L_k} \right) \right]} \right\}, \quad (6)$$

$$R^2 = 1 + \sqrt{\frac{\mu}{\mu_x}} \left[\frac{2\sqrt{c_d}}{\sqrt{2\mu k}} x - \frac{\sigma}{2\mu} x^2 \right] \quad \mu = \ln \frac{\lambda}{\sqrt{e}}$$

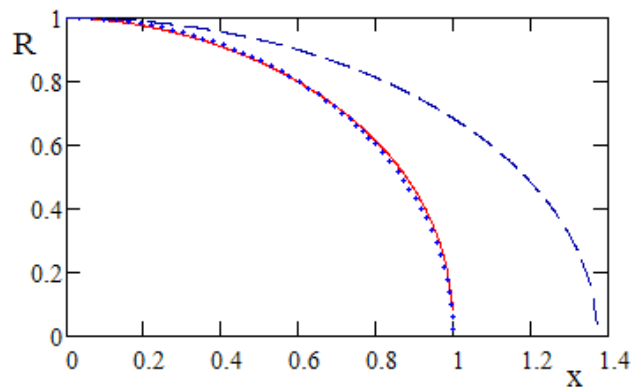


Рисунок 2 — Форма каверны за цилиндром в сравнении с формой каверны за диском после миделя

- - - - - Форма каверны за диском на основе внешнего решения (2).
 ——— Решение 2-го порядка для формы каверны за цилиндром
 Эллипсоидальная каверна за цилиндром

Близость формы задней части каверны за цилиндром на основе внешнего решения к эллипсоидальной и ее отличие от задней части каверны за диском показан на рисунке 2.

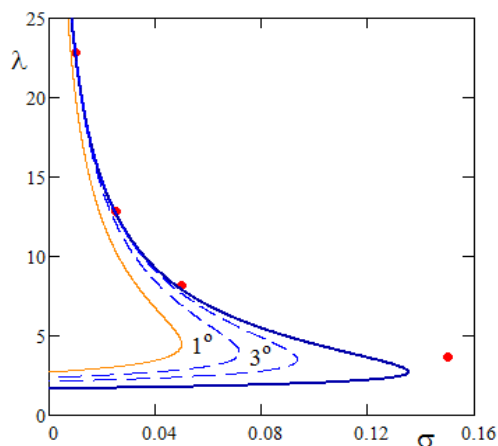


Рисунок 3 — Зависимость удлинения задней части каверны за конусом от числа кавитации
 ————— диск — зависимость (4b)
 ————— цилиндр — зависимость (5b)
 - - - - - конус $\gamma = 1^\circ$, $\gamma = 3^\circ$ — зависимость (5)
 ••••• численный расчет [1]

Результаты расчета асимптотических зависимостей второго порядка от удлинения для каверны за диском (4b) в сравнении с решением для задней части каверны за конусами (5) с очень малыми углами полураствора, включая цилиндр (5b), показаны на рисунке 3.

Силы на кавитаторе

Наиболее эффективным является применение зависимостей, полученных аппроксимацией результатов численных расчетов [1–3] с учетом их верификации экспериментальными данными, принимая также во внимание характер асимптотического поведения сопротивления тонких кавитаторов. В случае конуса величина c_d в виде выражения $c_d = c_{d0} + \kappa_\sigma \sigma$ в диапазоне углов $0 < \gamma \leq 90^\circ$, $\beta(\gamma) = \gamma^\circ / 90^\circ$, включая диск $c_{d*} \approx 0.82(1 + \sigma)$, определяется универсальной зависимостью [7].

$$c_{d0} = \frac{\pi^2 \beta^2}{2} \ln \left[\frac{1.74[1 - 0.45\sqrt{\beta} + 2\beta]}{\pi\beta} \right] - 0.87\beta^{1.7},$$

$$a) \kappa_\sigma = \left[0.46 + 0.39\beta(\gamma) + \frac{0.89 \cdot 0.017}{\beta(\gamma)^{1.36} + 0.028} \right] \quad (7)$$

Здесь в случае тонких конусов может быть также применима зависимость

$$c_{d0} = 2\varepsilon^2 \ln \frac{3[1 + (4/3)\varepsilon]}{2\varepsilon}, \quad \varepsilon = \tan \gamma, \quad \gamma \leq 25^\circ \quad (8)$$

Результаты расчета по универсальной зависимости (7) в сравнении с данными нелинейных численных расчетов показаны на рисунках 4, 5.

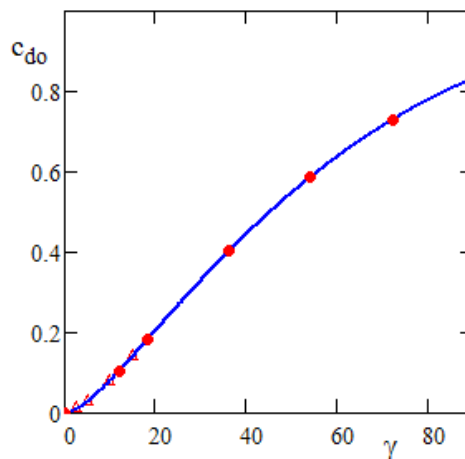


Рисунок 4 — Универсальная зависимость для c_{d0}
 ————— Зависимость (8) $\gamma = 0 \div 90^\circ$ (7)
 ••••• нелинейный численный расчет [1]
 Δ Δ Δ Δ нелинейный численный расчет [3]

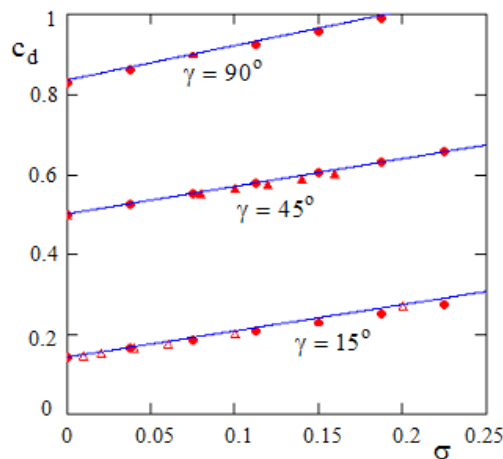


Рисунок 5 — Сравнение результатов расчета по универсальной зависимости для c_d в случае конуса с данными нелинейного расчета в диапазоне углов $\gamma = 15^\circ - 90^\circ$
 ————— Зависимость (7),
 ••••• Нелинейный численный расчет [1],
 □ □ □ □ Нелинейный численный расчет [3],
 ▲ ▲ ▲ ▲ эксперимент [8]

С учетом зависимости (7a) при $\gamma = 17^\circ$ определяется также c_d составного кавитатора в виде переднего параболоида с задней частью конической формы. А расстояние от острия конуса до сечения гладкой стыковки

поверхностей при полной длине конической поверхности $l=1$, в которую вписывается носовая параболоидальная часть при гладком сопряжении [7].

Составной кавитатор

$$c_{d0} = 2\varepsilon^2 \left\{ \ln \left[\frac{2(1-a)}{e\varepsilon} \right] + \frac{a^2}{2} \ln(1+\varepsilon^2) + a \ln \left[\frac{e(2-a)}{2(1-a)} \right] \right\} \quad (9)$$

Величина сопротивления тонких кавитаторов слабо зависит от их формы, но существенно от их удлинения. Для приближенных оценок c_d тонких кавитаторов других форм можно использовать зависимости для конуса или параболоида при равном значении углов кавитатора в сечении отрыва струй при близких по величине удлинений.

Для оценки влияния вязкости на сопротивление кавитатора и каверну определяется величина $\kappa_D = D_f / D_c$ — отношения вязкой и кавитационной составляющих сопротивления конуса при задании величин U_∞, R_n . Эта величина определяется в виде $\kappa_D = \kappa_D(\gamma, Re)$, где в качестве Re применяется величина $Re = U_\infty R_n / \nu$.

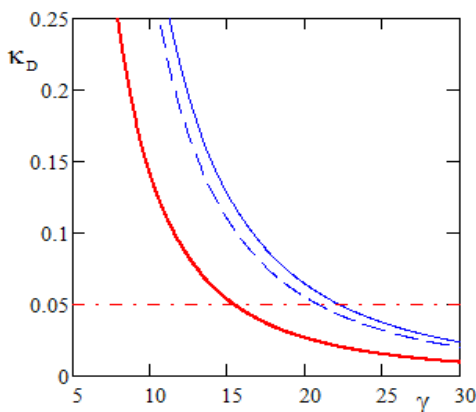


Рисунок 6 — Оценка влияния вязкости на c_d конуса

в зависимости от углов γ , $Re = \frac{U_\infty R_n}{\nu}$

----- $\kappa_D = D_f / D_c$, $Re = 10^5$
 ————— $\kappa_D = D_f / D_c$
 ————— $\kappa_D = D_f / D_c$

На рисунке 6 показаны результаты расчета для трех типичных величин Re , соответствующих значениям в возможных приложениях и экспериментальных исследованиях. Существенно большие значения соответствуют диапазону κ_D экспериментальных исследований.

Коэффициенты подъемной силы c_{dy} диска [4] и тонкого кавитатора определяются зависимостями

- диск: $-c_{dy} = c_d(\cos \alpha)(\sin \alpha) \sim 0.82c_d \alpha$, $\alpha < 45^\circ$,
 где α — угол атаки оси диска;

- тонкий кавитатор: $c_{dy} = (1-2)\alpha$, $\alpha < 18-20^\circ$ (10)
 здесь α — угол тонкого кавитатора.

Нелинейная зависимость для диска пригодна вплоть до углов $\alpha = 45^\circ-50^\circ$ — рисунок 7.

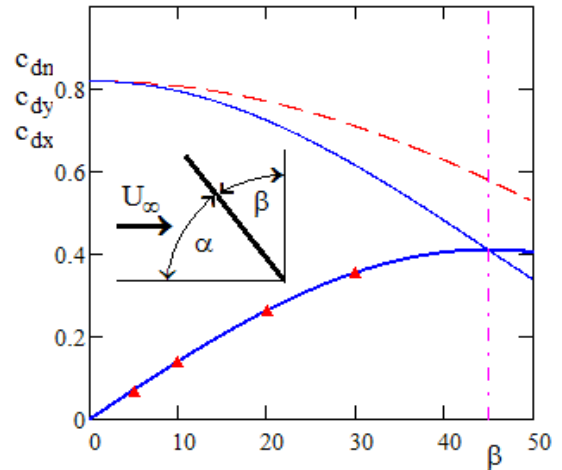


Рисунок 7 — Зависимости компонент диска c_d от угла его наклона $\beta = 90^\circ - \alpha$

- нормальная к диску сила, c_{dn} ,
- сопротивление, c_{dx} ,
- подъемная сила, c_{dy}
- ▲▲▲▲▲ подъемная сила, c_{dy} — эксперимент [8]

Результаты расчета для диска c_{dy} показаны на рисунке

7. В случае тонких конусов величины $c_{dy} \sim 2\alpha$ могут иметь место при обеспечении, в частности, в экспериментах, безотрывного обтекания верхней поверхности кавитатора.

При малых скоростях [8] определяются значения $c_{dy} \sim 2\alpha$.

Асимптотические аппроксимации

Под асимптотической аппроксимацией подразумевается уточненная на основе численных расчетов асимптотическая зависимость, пригодная для расчетов в более широком диапазоне. Зависимости (2) представим в виде

$$a) \lambda^2 = \frac{2\mu}{\sigma}, \mu = \ln \frac{\lambda}{\sqrt{e}}, \quad (11)$$

$$b) L_k = \frac{R_n}{\sigma} \sqrt{\frac{2c_d \mu}{k}}, R_k^2 = R_n^2 \frac{c_d}{k\sigma},$$

$$k = \left[1 + 2 \frac{\ln 2 / \sqrt{e}}{\ln \lambda^2} \right]^{-1} \approx k \square 1 - \frac{2 \ln 2 / \sqrt{e}}{\ln 4 / \sigma}$$

Аппроксимации для величин μ , k , расширяющие диапазон пригодности этих зависимостей до $\sigma < 0,2$, при сохранении 1-го члена ряда, (γ — угол полураствора конуса) определяются зависимостями (12)–(15)

$$\gamma > 1^\circ \div 2^\circ, \sigma < 0.2:$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \mu &= \ln \frac{\lambda + 0.9}{\sqrt{e}} \text{ или } \mu = \ln \frac{0.9\lambda + 1.3}{\sqrt{e}}, \\ \text{b) } \mu &= \ln \sqrt{\frac{1.3}{\sigma}} \text{ или } \mu = \ln \left(\sqrt{\frac{2}{\sigma}} - 0.47 \right). \end{aligned} \quad (12)$$

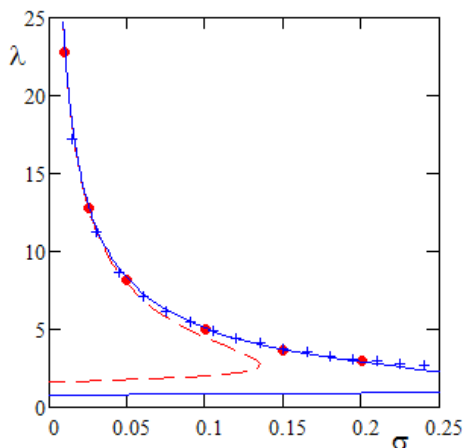


Рисунок 8 — Результаты расчета уточненных зависимостей для удлинения каверны в сравнении

$\lambda = \lambda(\sigma)$ с асимптотической зависимостью и нелинейным численным расчетом

- асимптотическое решение (4b)
- однопараметрическое уточнение (12a)
- +++++ однопараметрическое уточнение (12b)
- нелинейный численный расчет [1]

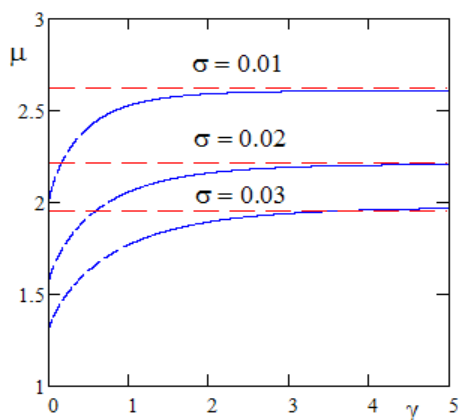


Рисунок 9 — Зависимость коэффициента от угла $\mu(\sigma, \gamma)$ полураствора конуса γ при фиксированных σ

- зависимость (13)
- уточненные зависимости (12)

На рисунке 8 показаны результаты значительного расширения диапазонов пригодности асимптотической зависимости $\lambda = \lambda(\sigma)$ (4b) при улучшении зависимостей (12) для μ на основе численных расчетов.

Влияние угла полураствора конуса γ на удлинение его задней части в диапазоне очень малых углов определяется зависимостью (13), полученной на основе аппроксимации асимптотического решения (5) и ее улучшения с использованием данных нелинейного расчета для каверны за цилиндром [2]

$$\mu = \ln \left(\sqrt{\frac{2}{\sigma}} - 0.47 \right) - \frac{0.65 - 0.25\sigma}{1 + 55(\tan \gamma)^2} \quad (13)$$

Качественная картина влияния малых углов полураствора конуса на удлинение задней после миделя части каверны показана на рисунке 9.

Улучшенные зависимости для k , полученные с учетом данных численного расчета [1],

$$\gamma > 10^\circ, \sigma < 0.2:$$

$$k = \left[1 + \frac{2 \ln 2 / \sqrt{e}}{\ln(0.6\lambda + 3)^2} \right]^{-1} \quad k = 1 - \frac{2 \ln 2 / \sqrt{e}}{\ln(4/\sigma + 18)} \quad (14)$$

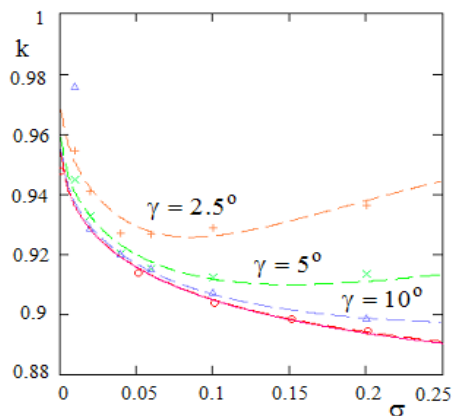


Рисунок 10 — Улучшенные зависимости $k(\sigma)$ для случая конусов с малыми углами полураствора

- Зависимость (14), $\gamma = 90^\circ$
- Зависимость (15):
- +++++ $\gamma = 2.5^\circ$ × × × × $\gamma = 5^\circ$ □ □ □ □ $\gamma = 10^\circ$
- нелинейный численный расчет [3]

Влияние угла полураствора конуса на величину $k = k_{\sigma\gamma}$ с учетом данных нелинейного численного расчета [3] в диапазоне малых углов может быть оценено зависимостью

$$k_{\sigma\gamma} = 1 - \frac{2 \ln 2 / \sqrt{e}}{\ln(4/\sigma + 18) + \xi_{\sigma\gamma}(\sigma, \gamma)} \quad (15)$$

$$\xi_{\sigma\gamma}(\sigma, \gamma) = 0.027 \left(\frac{90}{\gamma} - 1 \right)^{1.8} \left(9 - 1.7\sigma^{0.18} + 28\sigma^{0.9} \right).$$

Величини μ b k в силу особенностей функции \ln слабо зависят от λ , σ и формы каверны и кавитатора и во многих случаях используются в качестве универсальных постоянных.

Результаты расчета по зависимостям (14), (15) в сравнении с данными нелинейного численного расчета показаны на рисунках 10 и 11.

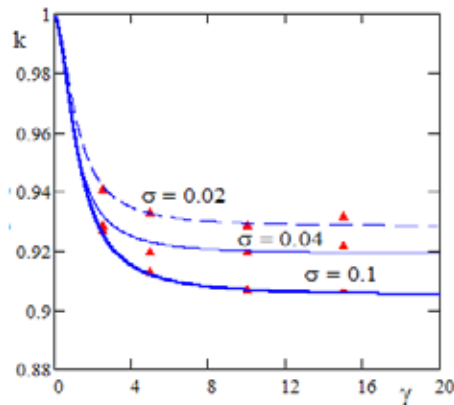


Рисунок 11 — Уточненная зависимость $k(\sigma, \gamma)$ от углов полураствора конуса

- Зависимость (15), $\sigma = 0.02$
- Зависимость (15), $\sigma = 0.04$
- Зависимость (15), $\sigma = 0.1$
- ▲▲▲▲ Нелинейный численный расчет

Форма и размеры каверны

Система уравнений для расчета удлиненных осесимметричных каверн имеет вид [6, 9, 10]:

$$\mu_c \frac{d^2 R^2}{dx^2} + \sigma(x) = 0, \quad \mu_c = \frac{0.82}{0.82 - k\sigma},$$

$$\left. \frac{dR^2}{dx} \right|_{x=0} = R_n \sqrt{\frac{2(c_d - k\sigma)}{k\mu_c}}, \quad R^2 \Big|_{x=0} = R_n^2. \quad (16)$$

Основой этой системы является предельная дифференциальная часть IDE (1) для формы каверны, уточненной величинами μ , k на основе зависимостей (12)–(15) и определения первого начального условия, исходя из уравнения энергии. Здесь величина μ учитывает размеры

кавитатора. Система (9) универсально пригодна в случае кавитаторов типа диска и тонких кавитаторов. Однако здесь для определения формы каверны используется только внешнее решение первого приближения в виде эллипсоидальной каверны, пренебрегая участком промежуточного решения (3). Это обуславливает достаточно грубое представление формы каверны в районе кавитаторов типа диска (рисунок 12).

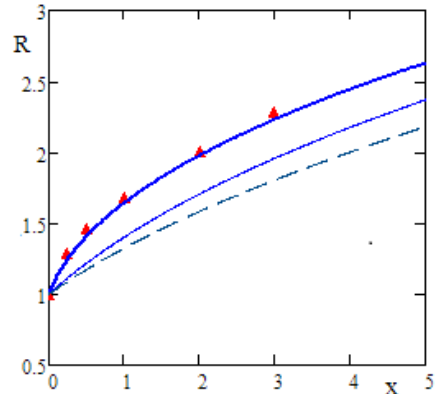


Рисунок 12 — Форма переднего участка эллипсоидальной каверны за диском $\sigma = 0.04$

- элементарное уравнение: (17), $\sigma = 0.04$
- элементарное уравнение: (17), $\sigma = 0.005$
- асимптотическое решение (6), $\sigma = 0.04$
- ▲▲▲▲ численный расчет: $\sigma = 0.04$ [1]

Однако при этом обеспечивается высокая точность моделирования основных размеров каверны. Обеспечивается также хорошее представление формы каверны за тонкими кавитаторами на всей ее протяженности.

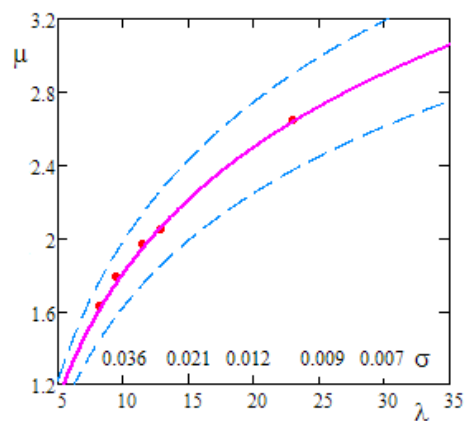


Рисунок 13 — Зависимость $\mu = \mu(\lambda)$

- Решение 2-го порядка Eq. (3.2.4b, c) $\mu = \mu(\lambda)$ (17)
- отклонение расчетной величины при 10% изменении удлинения каверны
- численный расчет

Решение системы (9) при $\sigma = \text{const}$ для формы каверны $R = R(x)$ и ее основных размеров: R_k — наибольший радиус, L_m — координата миделя, L_k — длина каверны после миделя, L_c — полная длина каверны определяются зависимостями:

$$R^2 = R_n^2 + R_n \sqrt{\frac{2(c_d - k\sigma)}{k\mu_v} x} - \frac{\sigma}{2\mu_v} x^2,$$

$$R_k = R_n \sqrt{\frac{c_d}{k\sigma}}, \quad L_c = L_m + L_k,$$

$$L_m = \frac{R_n}{\sigma} \sqrt{\frac{2\mu_v(c_d - k\sigma)}{k}}, \quad L_k = \frac{R_n}{\sigma} \sqrt{\frac{2\mu_v c_d}{k}},$$

$$L_c = \frac{R_n}{\sigma} \sqrt{\frac{2\mu_v}{k}} (\sqrt{c_d - k\sigma} + \sqrt{c_d})_{\text{диск}} \approx 2 \frac{R_n}{\sigma} \sqrt{\frac{2\mu_v c_d}{k}}$$

Физически коэффициент μ в этих уравнения определяет инерционные свойства сечений каверны, k — небольшой перенос энергии вдоль сечений каверны.

Величины $\mu = \mu(\lambda)$ и $k = k(\lambda)$ определяются двухчленными разложениями по удлинению, где в зависимости $\mu = \mu(\lambda)$ первая предельная часть определяет зависимость от λ , а член второго порядка — зависимость от формы каверны.

Вследствие особенностей функции \ln эти величины слабо зависят от формы каверны и кавитатора, а также от удлинения поверхности кавитатора и каверны в целом. Величина коэффициента k формируется на переднем участке каверны вблизи сечения струй. Существенным здесь также является небольшое влияние вязкости в зоне резкого поворота струй при их отрыве с кромок диска. В расчете k для диска это влияние можно оценить поправкой на влияние вязкости $k_f \sim 1,035$.

Для тонких кавитаторов нужно исключить из расчета вязкую составляющую сопротивления кавитатора. В наиболее распространенном диапазоне удлинений каверны $\lambda = 7 \sim 30$ для целей грубой оценки может применяться в качестве постоянной $\mu = 17 \sim 22$, $k \sim 0,96$ [4].

Величина μ не зависит от вязкости и очень слабо, но более заметно зависит от удлинения. При расчете стационарных и нестационарных каверн, значительно отличающихся от стационарной каверны при $\delta = \text{const}$, достаточно надежным способом расчета их формы является применение зависимостей $\mu = \mu(\lambda)$ от удлинения этих каверн (12, а) при $\delta = \text{const}$, учитывающих главную зависимость от удлинения. Этот прием позволяет достаточно точно рассчитывать формы стационарных

Таблица 2

$\sigma \div \sigma$	0.04 ÷ 0.06	0.03 ÷ 0.05	0.02 ÷ 0.04	0.014 ÷ 0.03	0.01 ÷ 0.02	0.005 ÷ 0.01
$\lambda \div \lambda$	9 ÷ 6	12 ÷ 8	15 ÷ 10	19 ÷ 12	23 ÷ 14	36 ÷ 21
μ	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.8
k	0.948	0.951	0.955	0.960	0.964	0.972

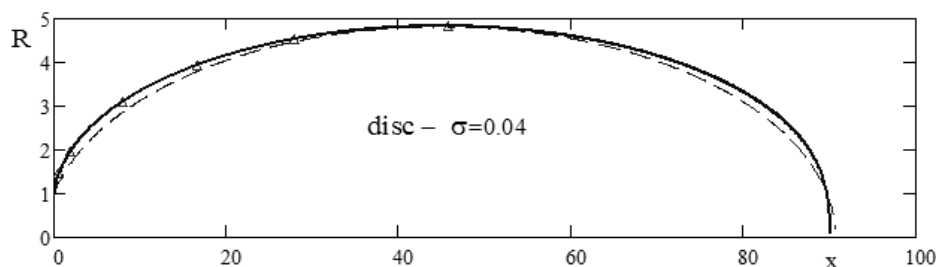


Рисунок 14 — Результаты расчета формы каверны за диском при $\delta = 0,04$
 - - - - - элементарные уравнения (16), (17), ——— асимптотическое решение (6)
 Δ Δ Δ Δ нелинейный численный расчет [1]

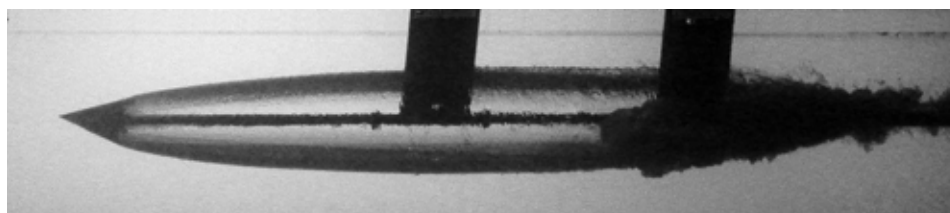


Рисунок 15 — Фотография каверны за конусом: $\gamma = 20^\circ$, $d = 5$ см, $\alpha = 5^\circ$,
 при движении в канале на глубине $H = 10$ см со скоростью $U_\infty = 9,75$ см при $\delta = 0,039$ [11].

и нестационарных каверн, значительно отличных от стационарной каверны при $\delta = \text{const}$ в большинстве практических случаев. Значения величин μ и k (с учетом вязкости $\kappa_f \sim 1,035$) в типичных диапазонах изменения λ , σ для каверны при $\delta = \text{const}$ за малым кавитатором, включая диск, приводятся в таблице 2.

Зависимость величины μ от λ и σ показана на графиках рисунка 13. Точность расчета каверны за диском при $\sigma = 0,04$ по элементарным уравнениям (16), (17) в сравнении с равномерно пригодным решением для формы каверны 2-го порядка (6) и данными численного расчета показаны на графиках рисунка 14.

Влияние свободной границы

Влияние свободной границы моделируется воздействием зеркально отраженного течения каверны, моделируемого источником и стоком. Решение задачи сводится к решению четырех уравнений для величин с индексом :

$$\Gamma_{kh} = 1 + \frac{1 - \bar{H}_h}{2 \left[\bar{H}_h (1 - 2 \ln 2 \bar{H}_h - 4 \mu_h) - 1 \right]},$$

$$\bar{R}_{kh}^2 = \frac{8 \mu_h \bar{H}_h \Gamma_{kh} (1 - \Gamma_{kh})}{\Gamma_{kh} - \bar{H}_h},$$

$$\mu_h = \ln \left[\frac{1}{\sqrt{e}} \left(0,9 \sqrt{\frac{\mu_h}{\mu_0}} \frac{\Gamma_{kh}}{\bar{R}_{kh}} \lambda_0 + 1,3 \right) \right],$$

$$\bar{H}_h = \bar{H} \sqrt{\frac{\mu_0}{\mu_h}} : \rightarrow \sigma_h = \frac{2 \mu_h}{\lambda_h^2};$$

$$\bar{\Gamma}_{kh} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\mu_h}} \frac{\Gamma_{kh}}{\Gamma_{k0}}, \quad R_{kh} = \frac{R_k}{R_{k0}}, \quad \bar{H} = \frac{H}{L_{k0}}.$$

Здесь L_{k0} , R_{k0} , μ_0 соответствуют длине каверны после миделя, наибольшему радиусу каверны и величине μ для каверны без учета влияния границы, H — глубина. Учет влияния свободной границы сводится к определению скорректированной величины числа кавитации σ_h при заданных величинах L_{k0} , R_{k0} , μ_0 , H . С учетом малых изменений величин μ_h , H_h достаточно точным оказывается уже первое приближение для σ_h , $\bar{\Gamma}_{kh}$, \bar{R}_{kh} при μ_0 , H_0 .

На рисунке 15 представлена фотография экспериментальной каверны [11] за конусом с полураствором 20° , спрямленной параллельно свободной границе с помощью угла атаки кавитатора $\alpha = 5^\circ$. Результаты обработки фотографии и расчетов формы и размеров каверны по уравнениям (16)–(18) с учетом влияния свободной границы определили величину скорректированного числа

кавитации σ_h (exp: 0.039) и размеры каверны с учетом свободной границы $R_k = 0,57$ м (exp: 0,057), $L_k = 0,88$ м (exp: 0.88).

Выводы

Получен ряд зависимостей для расчета суперкавитационных течений за осесимметричными кавитаторами, существенно расширяющих диапазон их практического применения. Результаты работы являются основой методики оперативного расчета основных элементов высокоскоростных кавитационных течений при постановке экспериментов в открытых каналах.

Литература

1. Гузевский, Л.Г. Численный анализ кавитационных течений / Л.Г. Гузевский. — Новосибирск, 1979. Препринт № 40-79 СО АН СССР. Ин-т теплофизики. — 36 с.
2. Гузевский, Л.Г. Влияние державки на параметры кавитационного обтекания конусов / Л.Г. Гузевский, В.И. Зуйкова // Термогазодинамика турбулентных течений. — Новосибирск, 1986. — С. 21—27.
3. Краснов, В.К. Применение метода граничных интегральных уравнений для расчета осесимметричных и плоских течений в трубе / В.К. Краснов, Ю.В. Кузнецов // Сб. Актуальные проблемы гидродинамики. — Чебоксары. — 1989. — С. 71—75.
4. Логвинович, Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами / Г.В. Логвинович. — К.: Наукова Думка, 1969. — 215 с.
5. Серебряков, В. В. Асимптотические решения задачи о тонкой осесимметричной каверне / В.В. Серебряков // Доклад АН УССР. Сер. А. — 1973. — № 12. — С.1119—1122.
6. Serebryakov, V.V. The models of the supercavitation prediction for high speed motion in water / V.V. Serebryakov // Proc. of HSH2002, Cheboksary, Russia. pp.71—92.
7. Серебряков, В.В. Сопротивление осесимметричных кавитаторов при малых числах кавитации // В.В. Серебряков // Прикладна гідромеханіка. — 2014. — том 16. — №4. — С. 54—65.
8. Kiceniuk, T. An Experimental study of the hydrodynamic forces acting on a family of cavity — producing conical bodies of revolution inclined to the flow/ Report No E-12.17, Hydrodynamics laboratory California Institute of Technology. 1954. — 15 p.
9. Серебряков, В.В. Кольцевая модель для расчета осесимметричных течений с развитой кавитацией / В.В. Серебряков // Гидромеханика. — 1974. — Вып. 27. — С.25—29.
10. Serebryakov, V.V. Physical-mathematical bases of the principle of independence of cavity expansion / V.V. Serebryakov // Proc. of CAV2009, Ann Arbor, Michigan, USA. — 2009. — 14 p.

11. Kochin, V.A. Hydrodynamics of supercavitating bodies at an angle of attacks under conditions of considerable effect of liquid weightiness and closeness of free border / V.A. Kochin, V.V. Moroz, N. Nechitailo, V.V. Serebriakov // Proceedings MAST EurAsia. — Istanbul. — 2014. — 20 p.

References

1. Guzevskiy, L.G. Chislennyi analiz kavitatsionnykh techeniy / L.G. Guzevskiy. — Novosibirsk, 1979. Preprint № 40-79 SO AN SSSR. In-t teplofiziki). — 36 s.

2. Guzevskiy, L.G. Vliyaniye derzhavki na parametry kavitatsionnogo obtokaniya konusov / L.G. Guzevskiy, VI. Zuikova // Termogazodinamika turbulentnykh techeniy. — Novosibirsk, 1986. — С. 21—27.

3. Krasnov, V.K. Primeneniye metoda granichnykh integralnykh uravneniy dlya raschiota osesimmetrichnykh i ploskikh techeniy v trube / V.K. Krasnov, Yu.V. Kuznetsov // Sb. Aktualnye problemy gidrodinamiki. — Cheboksary. — 1989. — S. 71—75.

4. Logvinovich, G.V. Gidrodinamika techeniy so svobodnymi granitsami / G.V. Logvinovich. — K.: Naukova dumka, 1969. — 215 s.

5. Serebriakov, V.V. Asymptoticheskiye resheniya zadachi o tonkoy osesimmetrichnoy kaverne // Doklad AN USSR. Ser. A. — 1973. — № 12. — С. 1119—1122.

6. Serebriakov, V.V. The models of the supercavitation prediction for high speed motion in water // Proc. of HSH2002, Cheboksary, Russia. pp.71—92.

7. Serebriakov, V.V. Soprotivlenie osesimmetrichnykh kavitatorov pri malykh chislakh kavitatsii / V.V. Serebriakov // Prykladna gidromekhanika. — 2014. — Tom 16. — № 4. — С. 54 — 65.

8. Kiceniuk, T. An Experimental study of the hydrodynamic forces acting on a family of cavity-producing conical bodies of revolution inclined to the flow/ Report No E-12.17, Hydrodynamics laboratory California Institute of Technology. 1954. — 15 p.

9. Serebriakov, V.V. Koltsevaya model dlya rascheta osesimmetrichnykh techeniy s razvvitoy kavitatsiyei / V.V. Serebriakov // Gidromekhanika. — 1974. — Вып. 27. — S. 25—29.

10. Serebriakov, V.V. Physical-mathematical bases of the principle of independence of cavity expansion / V.V. Serebriakov // Proc. of CAV2009, Ann Arbor, Michigan, USA. — 2009. — 14 p.

11. Kochin, V.A. Hydrodynamics of supercavitating bodies at an angle of attacks under conditions of considerable effect of liquid weightiness and closeness of free border / V.A. Kochin, V.V. Moroz, N. Nechitailo, V.V. Serebriakov // Proceedings MAST EurAsia. — Istanbul. — 2014. — 20 p.

УДК 532-528

Практичні залежності для розрахунку основних елементів кавітаційної течії

В. В. Серебряков

Стаття включає близький до завершення перелік простих універсальних та достатньо надійних рівнянь і залежностей у широкому діапазоні чисел кавітації і кавітаторів різних форм та видовжень. Підхід розробляється на основі симбіозу асимптотичних та нелінійних числових методів з верифікацією їх придатності низкою експериментальних даних.

Ключові слова: кавітаційна течія, розрахунок елементів, число кавітації, кавітатори.

UDC 532-528

The practical dependences for the calculation of the basic elements of the cavitation flow

V. V. Serebriakov

This article contains the almost complete list of the universal and simple enough reliable equations and dependencies for the practical calculation of the basic elements of the cavitation flow in a wide range of cavitation numbers and for the cavitators of various forms and elongations. This approach is developed on the basis of the symbiosis of the asymptotic and numerical nonlinear solutions with verification of its suitability by the series of the experimental data.

Keywords: cavitation flow, calculation of the elements, cavitation number, cavitators.

Надійшла 20.06.2015 року