

УДК 621.644: 621.833.15

Определение параметров исходного контура шестеренного насоса как решение обратной задачи многокритериальной идентификации

Determination of the gear pump basic rack parameters as a solution of the inverse problem of multicriteria identification

З. Я. Лурье, д-р техн. наук,

А. И. Гасюк, канд. техн. наук, Е. Н. Цента, канд. техн. наук

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», Харьков, Украина

В. М. Соловьев, канд. техн. наук

Государственное предприятие «Харьковское конструкторское бюро по машиностроению им. А. А. Морозова», Харьков, Украина,

Целью данной работы является решение обратной задачи по определению параметров исходного контура эвольвентного зубчатого зацепления имеющегося образца прямозубого шестеренного насоса внешнего зацепления.

Методы исследования. К ним относятся: фундаментальные законы теории машин и механизмов, механики твердого тела, теоретической механики, механики жидкости и газа, способствующие более углубленной разработке математической модели качающего узла; методы математического моделирования, позволяющие более полно описать качающий узел функциональными зависимостями; метод исследования пространства параметров, позволяющий решать задачи многокритериальной оптимизации и идентификации. В рамках теории создания шестеренных насосов, при использовании математической модели шестеренного насоса, введенной в программный комплекс ОПТ, производится решение обратной задачи многокритериальной идентификации и определяются наиболее вероятные значения неизвестных параметров зубчатого зацепления шестеренного насоса.

Результаты исследования. Улучшена математическая модель качающего узла шестеренного насоса путем ввода дополнительных уравнений радиального и нормального бокового зазоров, что повысило ее соответствие натурному образцу. Решена обратная задача многокритериальной идентификации. Для рассматриваемого шестеренного насоса определены неизвестные параметры исходного контура зубчатого зацепления: коэффициент высоты головки зуба, коэффициент высоты ножки зуба, боковой нормальный зазор и радиальный зазор. Определены обоснованные допуски на отклонение от оптимального решения трех найденных варьируемых параметров исходного контура: величина высоты головки зуба, величина высоты ножки зуба, величина бокового зазора. Найденные исходные данные совместно с другими известными позволяют построить компьютерную 3D модель для дальнейшего исследования рабочего процесса насоса в программе вычислительной гидродинамики.

Выводы. Обоснован выбранный метод исследования пространства параметров с улучшенной математической моделью при параметрических, функциональных, критериальных ограничениях и назначенных четырех критериях адекватности, открыл возможность поставить и решить обратную задачу многокритериальной идентификации по замене, ошибочно указанного в технической документации исходного контура, тем, по которому изготовлен натурный образец насоса. Проведенные расчеты в среде многокритериальной программной диалоговой системы ОПТ с различными функциями обработки информации таблиц испытаний (решений, входящих в допустимое множество D), позволили выбрать наилучшее решение. Выполненные расчеты геометрии зубчатого зацепления наилучшего решения на основе предложенной математической модели с помощью диалоговой программы ОПТ и расчеты в программе KISSsoft практически совпали. Это подтверждает близость предложенной математической модели и модели программы KISSsoft с достаточной для практики точностью.

Ключевые слова: идентификация, математическая модель, прямая и обратная задачи идентификации, многокритериальные задачи идентификации, критерии адекватности.

Введение

Математическое моделирование стало мощным инструментом в решении самых разнообразных научных и инженерных задач в различных областях науки и техники. Это в свою очередь потребовало обеспечение

достоверности математических моделей натурным образцам. Повышение качества моделей достигается с помощью введения дополнительных зависимостей и уравнений, более полно отображающих рабочий процесс шестеренного насоса, а также постановки и решения задач идентификации. В настоящее время имеется большой арсенал методов и алгоритмов идентификации, обоснована их теоретико-множественная постановка [1]. Показано, что классификация задач идентификации может осуществляться по целому ряду признаков: идентифицируемый объект или процесс, класс модели, в терминах которых осуществляется идентификация, условия наблюдения и возбуждающие процесс воздействия и др. Предложена многокритериальная идентификация, эффективность которой подтверждается решением задач для механических систем на основе метода исследования пространства параметров. В целом можно отметить, что под идентификацией понимается уточнение математической модели по экспериментальным данным реального объекта (процесса) [2].

Такие задачи идентификации являются прямыми.

В науке и технике возникает и обратное положение, когда в технической документации изготовленного образца отсутствует ряд параметров, необходимых, в частности, для построения компьютерных моделей и их исследования. Найти неизвестные параметры можно с помощью математических моделей [3].

Такие задачи идентификации являются обратными.

При постановке задач прямой и обратной идентификации имеется возможность оценивать адекватность модели по множеству локальных критериев близости (адекватности) натурному образцу.

Настоящая работа посвящена постановке и решению обратной задачи идентификации на примере шестеренного насоса. В обсуждаемой работе в качестве такого объекта рассматривается качающий узел шестеренного насоса с рабочим объемом 32 см^3 на рабочее давление 16 МПа , в документации которого следует уточнить исходный контур зубчатого зацепления, по которому он изготовлен.

Анализ литературных источников

В работе [1] авторы отмечают, что параметрическая идентификация в современной теории автоматического управления представляет собой возможность определения параметров математической модели системы или процесса по результатам измерения определенных выходных величин в течение определенного интервала времени. Рассматривается укрупненная общая классификация задач, которая базируется на двух признаках: модели, в терминах которой выполняется идентификация, и условия наблюдаемости. Например, задача с условиями наблюдений со следующей содержательной формулировкой — векторы входных и выходных сигналов с операторной моделью и пространством сигналов или изображений (преобразований) по Лапласу — представляют все задачи параметрической идентификации в терминах операторного математического описания объекта. В общем случае оператор модели задается с точностью до вектора параметров a :

$$x_{\text{вых}}^M(t) = F^M[x_{\text{вх}}^M(t), a], \quad (1)$$

где F^M — оператор, структура которого полностью задана.

Несмотря на то, что термин «идентификация» стал применяться в 60-ые годы XX столетия, он в широком смысле является неотъемлемой частью науки (многих научных направлений). Согласно предлагаемой терминологии в настоящей статье работа [1] с теоретической и практической точек зрения рассматривает только прямые задачи идентификации.

Весьма интересным и эффективным на практике оказался многокритериальный подход к задачам идентификации на примере механических систем на базе метода исследования пространства параметров [2, 3]. В общем случае при исследовании сложных систем нельзя утверждать, что математические модели соответствуют реальному объекту. В этом случае затруднительно обойтись одним показателем (критерием) адекватности, как в традиционных прямых задачах идентификации. В многокритериальной постановке имеется возможность оценивать адекватность модели по множеству локальных критериев близости. Здесь также рассматриваются прямые задачи идентификации.

В работе [4] обоснованно выбран метод исследования пространства параметров, позволивший поставить и решить следующую обратную задачу многокритериальной идентификации.

В технической документации спроектированного и изготовленного шестеренного насоса внешнего зацепления отсутствовали коэффициент высоты ножки зуба h_f^* , боковой нормальный зазор J_n и радиальный зазор C . Отсутствие этих параметров не позволяет с помощью CAD-программ построить компьютерную модель насоса для исследования внутренней гидродинамики и повысить его технический уровень. Отсутствие этих параметров связано с тем, что при расчете и построении зубчатого зацепления качающего узла обычно

используются пакеты расчета механических передач, которые имеют закрытую математическую модель и ориентированы на проектирование силовых механических передач согласно нормативных документов. В результате в документации отсутствует ряд параметров, которые входят в уравнения геометрии зубчатого зацепления качающего узла гидравлической машины. Математическая модель для решения этой задачи была дополнена уравнениями, позволяющими определить боковой зазор и радиальный. Изложенные в работе [4] полученные результаты по постановке и решению обратной задачи многокритериальной идентификации по определению неизвестных исходных данных, открывают возможность ставить и решать другие обратные задачи многокритериальной идентификации в области проектирования гидромашин.

Постановка задачи

Из приведенного обзора следует, что появление достоверной модели на основе решения задач идентификации с применением метода исследования пространства параметров стало новым направлением в теории и практике идентификации. Эффективность многокритериальной (векторной) параметрической идентификации, как следует из обзора, подтверждается на задачах для механических систем. Характер решаемых задач идентификации и в этом направлении связан с адаптацией модели к реальному образцу.

Суть подхода авторов работ [2, 3] к задаче многокритериальной идентификации заключается в следующем: имеются характеристики (критерии) $\Phi_v^c(\alpha)$, $v = \overline{1, k}$ определяемые из анализа математической модели, описывающей исследуемый объект, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)$ — вектор параметров исследуемой модели. Имеется Φ_v^{exp} — экспериментальное значение v -го критерия, измеренного с достаточной точностью непосредственно на опытном образце или на прототипе. Полнота эксперимента определяется тем, что характеристики Φ_v^{exp} должны измеряться во всех основных узлах, в наиболее характерных точках конструкции объекта. Их должно быть достаточно для корректной постановки задачи идентификации.

Сопоставляя расчетные характеристики модели $\Phi_v^c(\alpha)$, $v = \overline{1, k}$ и экспериментальные, необходимо определить соответствие модели реальному объекту и найти векторы параметров α^i , которые удовлетворяют трем видам ограничений:

- параметрическим $\alpha_j^* \leq \alpha_j \leq \alpha_j^{**}, j = \overline{1, r}$;
- функциональным $c_l^* \leq f_l(\alpha) \leq c_l^{**}, l = \overline{1, t}$;
- критериальным $\|\Phi_v^c(\alpha^i) - \Phi_v^{exp}\| \leq \Phi_v^{**}$.

Эти ограничения определяют допустимую область D [2]. Здесь — Φ_v^{**} критериальные ограничения, которые назначаются в процессе диалога исследователя с ЭВМ на основе анализа таблиц испытаний. Найденные векторы α^i , принадлежащие области D , названы авторами адекватными. Указанный алгоритм представляет собой общую постановку и путь решения многокритериальной задачи параметрической идентификации. В работе [2] в качестве примеров показаны три задачи: доводка грузового автомобиля, векторная идентификация параметров долбежного станка и векторная идентификация параметров шпиндельного узла и его доводка, решение каждой из которых представляет собой очень сложную и, может быть, непреодолимую проблему для другого метода. Приведенные примеры относятся к прямым задачам векторной идентификации.

Необходимость знать ряд параметров натурального объекта, которые отсутствуют в технической документации по разным причинам, ставят перед конструктором-исследователем необходимость постановки и решения обратных задач идентификации. В работе [4] указан путь решения таких задач на конкретном примере.

При постановке обратной задачи идентификации в настоящей статье рекомендуется следующее:

- определить согласно какому ГОСТу или ОСТу включен в техническую документацию шестеренного насоса исходный контур;
- с помощью улучшенной математической модели и программы ОПТ, построенной на методе исследования пространства параметров, убедиться соответствует ли модельная геометрия качающего узла конструкторской;
- подвергнуть анализу параметрические и функциональные ограничения;
- сформулировать (назначить) критерии адекватности и ввести в математическую модель критериальные ограничения.

Решение

На рисунке 1 изображен теоретический исходный контур и некоторые выдержки из ГОСТ 13755-81 «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые, цилиндрические, эвольвентные. Исходный контур».

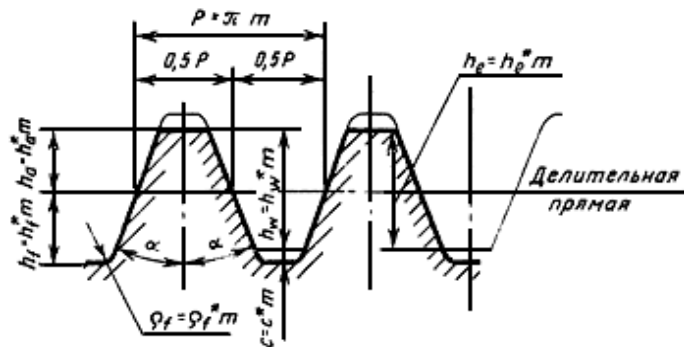


Рисунок 1 — Теоретический исходный реечный контур по ГОСТ 13755-81

Значения параметров и коэффициентов исходного контура должны быть следующими:

Наименование параметра	Численное значение
угол профиля	$\alpha = 20^{\circ}$
коэффициент высоты головки	$h_a^* = 1$
коэффициент высоты ножки	$h_f^* = 1,25$
коэффициент граничной высоты	$h_i^* = 2$
коэффициент радиуса кривизны переходной кривой	$\rho_f^* = 0,38$
коэффициент глубины захода зубьев в паре исходных контуров	$h_w^* = 2$
коэффициент радиального зазора в паре исходных контуров	$C^* = 0,25$

Из пяти примечаний ГОСТ 13755-81 приведены только три, имеющие отношение к качающему узлу шестеренного насоса.

1. Допускается увеличение радиуса кривизны $\rho_f^* = 0,38$, если это не нарушает правильности зацепления в передаче. Первым примечанием разработчики и заводы, изготавливающие шестеренные насосы, не пользуются, так как при значении $\rho_f^* = 0,38$ получается приемлемая переходная кривая.

2. Допускается увеличение радиального зазора $C^* = 0,25$ цилиндрической зубчатой передачи, вызванное изменением диаметра впадин, до $C^* = 0,35$ при обработке зубчатых колес долбяками и швеллерами, и до $C^* = 0,4$ при обработке под зубошлифование. Реализация этого примечания допускается только для механических зубчатых передач, поскольку в шестеренном насосе даже значение 0,25 является избыточным.

3. Для передач, к которым предъявляются специальные требования, допускается применение исходных контуров, отличающихся от установленных ГОСТ, параметры таких передач должны устанавливаться в отраслевых стандартах.

На основе рассматриваемого шестеренного насоса и проведенных исследований, можно предложить специальные требования, сформулированные специалистами в области проектирования шестеренного насоса [4]:

- уменьшить значение коэффициента радиального зазора $C^* = 0,25$ на допустимо возможное;
- ввести в исходные данные желаемое значение бокового зазора и функциональные ограничения на зазор;
- исключить из исходного контура вообще коэффициент C^* , который в предлагаемой математической модели определяется расчетным уравнением.

В технической документации рассматриваемого шестеренного насоса отмечено, что в качестве исходного контура принят нормальный контур согласно ГОСТ 13755-81. Для проверки, что натурный образец спроектирован и изготовлен с этим нормальным контуром, воспользуемся математической моделью качающего узла шестеренного насоса, построенной в рамках законов механики твердого тела, в которой учтен опыт зарубежных и отечественных исследователей зубчатого зацепления механических и гидравлических передач.

Математическая модель качающего узла

Уравнения, определяющие основные геометрические параметры зубчатого зацепления.

Делительное межосевое расстояние

$$\alpha = m \cdot z. \quad (2)$$

Действительное межосевое расстояние

$$\alpha_w = \alpha \cdot \cos \alpha / \cos \alpha_w. \quad (3)$$

Диаметр делительной окружности

$$d = m \cdot z. \quad (4)$$

Диаметр основной окружности

$$d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha. \quad (5)$$

Диаметр начальной окружности

$$d_w = a_w = \frac{d_b}{\cos \alpha_w}. \quad (6)$$

Диаметр вершин зубьев шестерен [5] согласно DIN, Германия

$$d_a = 2a_w - d + 2m(h_a^* - X). \quad (7)$$

Диаметр впадин шестерен [5] (DIN, Германия)

$$d_f = d + 2m(X - h_f^*). \quad (8)$$

Коэффициент смещения исходного контура [6]

$$X = \frac{z \cdot (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) - \frac{J_n \cdot \cos \alpha_w}{2 \cdot m \cdot \cos \alpha}}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_w}. \quad (9)$$

Суммарный коэффициент воспринимаемого смещения

$$X_{CB} = \frac{m \cdot z + \alpha_w}{m}. \quad (10)$$

Коэффициент уравнительного смещения

$$X_y = 2 \cdot X - X_{CB}. \quad (11)$$

Угол профиля на окружности вершин

$$\alpha_a = \arccos \frac{d_b}{d_a}. \quad (12)$$

Угол зацепления

$$\alpha_w = \arccos \left(\frac{d}{\alpha_w} \cdot \cos \alpha \right). \quad (13)$$

Коэффициент наименьшего смещения шестерни, нарезаемой инструментом реечного типа:

- уравнение, принятое в работе [7]

$$X_{\min} = h_f^* - C^* - \frac{z \sin^2 \alpha}{2}, \quad (14)$$

- уравнение, принятое в работе [8]

$$X_{\min} = \frac{h_a^* - \rho^* (1 - \sin \alpha)}{m} - \frac{z \sin^2 \alpha}{2}. \quad (15)$$

Радиус кривизны активного профиля зуба в нижней точке [7]

$$\rho_p = a_w \cdot \sin \alpha_w - 0,5 \cdot d_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_a. \quad (16)$$

Радиус кривизны активного профиля зуба в граничной точке [7]

$$\rho_l = 0,5 \cdot m \cdot z \cdot \sin \alpha - \frac{(h_l^* - h_a^* - x) \cdot m}{\sin \alpha}. \quad (17)$$

Рабочий объем насоса [6]

$$V_0 = 0,5 \cdot \pi \cdot b \cdot \left(d_a^2 - d_w^2 - \frac{p_{bn}^2}{3} \right) \cdot 10^{-3}. \quad (18)$$

Высота зуба шестерен

$$H = 0,5 \cdot (d_a - d_f) \quad (19)$$

Радиальный зазор [5, 9]

$$C_p = 2 \cdot a_w + (h_a^* + h_f^* - 2 \cdot X) \cdot m - mz - d_a - d \quad (20)$$

При подстановке в уравнение (20) формул (4), (5) и (8), определяющих a_w , d и d_a , получаем следующие выражения для радиального зазора C_p и его коэффициента C_p^*

$$C_p = (h_f^* - h_a^*)m, \quad h_f^* = h_a^* \cdot C_p^* \quad (21)$$

Если не использовать численные значения ГОСТ 13755-68 для коэффициентов h_a^* и C_p^* , а следовать исходному речному контуру (рисунок 27, ГОСТ 13755-68), то мы получаем формулу (21). Откуда вытекает, что в коэффициент высоты ножки самым важным слагаемым входит коэффициент высоты головки h_a^* . Как видно из рисунка 1, такое требование является лишним: размер ножки зуба без радиального зазора может быть не равным по размеру головки зуба. Появляется возможность поиска лучших зубчатых зацеплений для качающего узла шестеренного насоса путем постановки и решения оптимальных (многокритериальных) задач.

Толщина зуба по начальной окружности [7]:

$$s_w = d_w \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{2X \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right), \quad \operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha, \quad \operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w \quad (22)$$

Шаг по начальной окружности $p_w = p \cdot d_w / z$. (23)

Боковой нормальный зазор по дуге начальной окружности [7]

$$j_n = (p_w - 2 \cdot s_w) \cdot \cos \alpha_w \quad (24)$$

Боковой зазор по контактной нормали [7] $j = \frac{2 \cdot j_n}{d_b}$. (25)

Коэффициент граничной высоты зуба шестерни:

- при задании коэффициента радиального зазора в исходных данных для расчета зубчатого зацепления в программе «Компас» или в числе варьируемых параметров в предлагаемой модели для многокритериальной идентификации

$$h_L^* = h_a^* + h_f^* - C^* \quad (26)$$

- при расчете коэффициента радиального зазора по формуле (21) и с заданием в исходных данных коэффициентов высоты головки h_a^* и ножки h_f^* для расчета в программе KISSsoft или в числе варьируемых параметров в предлагаемой модели для многокритериальной идентификации:

$$h_L^* = h_a^* + h_f^* - C_p^*.$$

Угол эвольвенты на начальной окружности

$$\alpha_w = \arccos \frac{d}{d_w} \quad (27)$$

Основной шаг (шаг зацепления)

$$p_b = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha \quad (28)$$

Длина общей нормали, измеренная по двум зубьям $W_k = s_b + p_b$, (29)

где толщина зуба по основной окружности

$$s_b = d_b \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{2X \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha \right) \quad (30)$$

Параметрические ограничения

В соответствии с постановками идентификационных и оптимизационных многокритериальных задач, выделим в модели физические величины, которые подлежат изменению (вариации) конструктором изделия (т.е. варьируемые параметры).

Анализ выше приведенных выражений, опыт расчетов зубчатых передач с внешним зацеплением, позволяет выделить, в общем случае следующие варьируемые параметры: z (число зубьев), a_w (межосевое расстояние), α (угол профиля исходного контура), h_a^* (коэффициент высоты головки зуба), m (модуль), J_n (нормальный боковой зазор по дуге начальной окружности), h_f^* (коэффициент высоты ножки зуба), ρ (коэффициент радиуса кривизны переходной кривой) и b (ширина шестерни) — девять параметров.

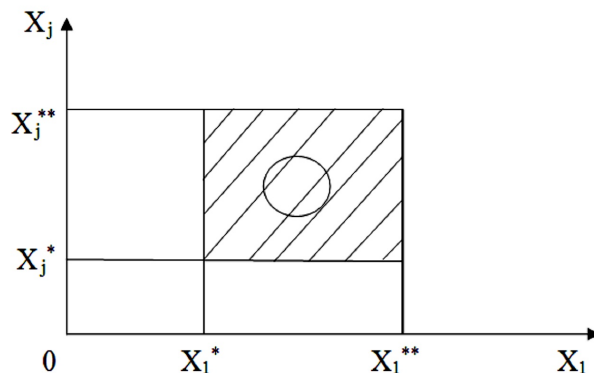
Совокупность этих параметров обозначим буквой X . Пространством параметров в данной работе является девятимерное пространство, состоящее из точек X с декартовыми координатами (X_1, \dots, X_9) . Пределы изменения каждого параметра определяют параметрические ограничения [10]

$$X_j^* \leq X_j \leq X_j^{**}, \quad j = 1, 2, \dots, 9, \tag{31}$$

где X_j^* — минимальное значение, X_j^{**} — максимальное значение.

Параметрические ограничения (31) выделяют в пространстве параметров параллелепипед π (рисунок 2), j -мерный объем которого равен произведению

$$V_\pi = (X_1^{**} - X_1^*) \dots (X_j^{**} - X_j^*).$$



В дальнейшем рассматриваются только точки X , принадлежащие π : только им соответствуют параметры, которые удовлетворяют параметрическим ограничениям.

Неравенства, отражающие необходимость выполнения ограничений на геометрические и кинематические параметры при расчете (функциональные ограничения)

Функциональные ограничения, выполнение которых обеспечивает работоспособность шестеренного насоса, с учетом работ [7, 11—15] представлены следующими неравенствами:

- на минимальное смещение шестерни (отсутствие подрезания зуба): $X > X_{\min}$, (32)
- на высоту зубьев шестерен $H \leq 0,25$, (33)
- на минимальные радиальные зазоры шестерен $0,04 \leq C_p^* \leq 0,1$, (34)
- на условие отсутствия интерференции зубьев шестерен с переходной кривой: $\rho_p \geq \rho_L$, (35)
- на коэффициент смещения: $X > 0$, (36)
- на допустимую высоту (не больше) зубьев шестерен $H \leq H_{\text{доп}}$, (37)
- где $H_{\text{доп}} = 2,5 m$, (38)
- на нижнюю и верхнюю границы коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha > 1,03$ (39)
- $\varepsilon_\alpha \leq 1,05$ (40)

- на рабочий объем шестеренного насоса $V_0 \geq V_{0,зад}$, (41)
- где $V_{0,зад}$ — заданное заказчиком значение рабочего объема;
- на допустимую минимальную толщину вершины зуба $s_a \geq 0,2 m$, (42)
 - на верхнюю границу габаритного размера качающего узла $G \leq G_{доп}$, (43)
- где $G_{доп}$ — допускаемое максимальное значение габаритного размера (уточняется в процессе расчета),
- на нижнюю границу коэффициента использования объема венцов шестерен $K_{V_0} \geq 0,3$. (44)

Критерии адекватности

На основе анализа технической документации и замеров на реальном образце (диаметров окружностей вершин и впадин шестерен) были приняты следующие критерии адекватности:

F1da — модуль разности (близости) модельного d_a^m и объекта $d_a^{об}$ диаметра окружности вершин

$$F1da = |d_a^m - d_a^{об}|, \quad (45)$$

F2df — модуль разности (близости) модельного d_f^m и объекта $d_f^{об} = 34,5$ мм диаметра окружности впадин

$$F2df = |d_f^m - d_f^{об}|, \quad (46)$$

F3Vo — модуль разности (близости) модельного V_0^m и объекта $V_0^{об} = 32$ см³ рабочего объема

$$F3Vo = |V_0^m - V_0^{об}|, \quad (47)$$

F4X — модуль разности (близости) модельного X^m и объекта $X^{об} = 0,681$ коэффициента смещения

$$F4X = |X^m - X^{об}|. \quad (48)$$

Таким образом, математическая модель содержит все необходимые выражения, включая, параметрические, функциональные и назначаемые из таблиц испытаний критериальные ограничения для расчета качающих узлов шестеренного насоса как механического устройства на заданный заказчиком рабочий объем.

На основе использования этой модели в программном комплексе «ОРТ» были выполнены поверочные расчеты качающих узлов шестеренного насоса для насосов ПрАТ «Гидросила» с рабочим объемом 10 и 32 см³, экспериментального насоса («Вроцлавская политехника») [16] с рабочим объемом 80 см³. Численные эксперименты показали, что выполненные на предлагаемой модели в программе «ОРТ» расчеты по заданным исходным данным или по результатам многокритериальной оптимизации позволяют с достаточной для практики точностью в САД-программах строить зубчатые зацепления качающих узлов шестеренного насоса.

Перейдем к проверке качающих узлов шестеренного насоса. Согласно технической документации известны следующие параметры: $z=8$, $a_w = 45$ мм, $m = 5$ мм, $b = 22$ мм, $d_b = 37,588$ мм, $d_a = 55$ мм, $d_f = 34,5$ мм, $d = 40$ мм, $t = 5$ мм. Параметры исходного контура приняты по ГОСТ 13755-81: $h_a^* = 1$, $h_f^* = 1,25$, $C = 0,25$, или в абсолютных значениях $C = 0,25 \cdot 5 = 1,25$ мм, $h_L = 2$, $\rho^* = 0,38$ и $\alpha = 20^\circ$.

Процесс расчета качающих узлов с принятым исходным контуром выполнялся с помощью предлагаемой математической модели уравнений (1)–(48), и программы «ОРТ». Ввиду того, что этот вариант качающих узлов не прошел функциональные ограничения, то при их исключении при повторном расчете получено следующее: коэффициент перекрытия оказался равным $\epsilon_\alpha = 0,885$ (при допуске $\epsilon_\alpha > 1,03$), рабочий объем $V_0 = 27,7$ см³, а должен быть $V_0 \geq V_{0,зад}$, где $V_{0,зад}$ — заданное значение заказчиком, которое необходимо выполнить. При значении коэффициента перекрытия меньше единицы зубчатое зацепление не работает, его заклинивает.

Для получения большей достоверности полученного отрицательного результата был проведен расчет по тем же исходным данным с помощью программы «KISSsoft» (Швейцария), программно-математическое обеспечение которой основано на документах DIN [5, 8]. Коэффициент радиального зазора C^* в исходных данных не вводится, а рассчитывается программой и в протоколе показывается абсолютным значением. Получен такой же отрицательный результат. Следовательно, нет сомнения, что исследуемый, реальный шестеренный насос имеет другой исходный контур.

Теперь нужно определить неизвестные значения параметров: h_a^* (коэффициент высоты головки зуба), h_f^* (коэффициент высоты ножки зуба), J_n (боковой зазор) и вместо C^* (значение коэффициента радиального зазора) C_p^* другого исходного контура, соответствующего реальному образцу шестеренного насоса, т.е. поставить и решить обратную задачу идентификации. Для решения этой задачи используется метод исследования пространства параметров и разработанная математическая модель, в которую необходимо ввести критериальные ограничения.

Критериальные ограничения

Критериальное ограничение, например, $F1^{**}da$ это худшее значение критерия $F1da$, которое конструктор-исследователь или группа экспертов считают приемлемым. Критериальные ограничения назначаются в процессе диалога исследователя с ЭВМ на основании анализа таблицы испытаний. При этом нужно обеспечить непустоту множества D допустимых точек (решений) [10].

Были приняты следующие критериальные ограничения:

для $F1da$ два: верхнее $F11^{**}da \leq 0,03$ мм и нижнее $F12^{**}da \geq -0,05$ мм

для $F2df$ два: верхнее $F21df \leq 0,03$ мм и нижнее $F22df \geq -0,05$ мм;

для $F3Vo$ одно: $F3^{**}Vo \leq 0,3$ см³;

для $F4X$ одно: $F4^{**}X \leq -0,014$.

На основе модели с критериями (45)—(48) и параметрическими (31), функциональными (32)—(44) и принятыми критериальными ограничениями, получена таблица испытаний (таблица 1) допустимых решений со значениями четырех искомых параметров (h_a^* , h_f^* , C_p , J_n).

Таблица 1 — Значения критериев и искомых параметров множества допустимых решений

Критерии				Искомые параметры			
F1da	F2df	F3 V ₀	F4 X	h_a^*	h_f^*	C_p	J_n
мм	мм	см ³				мм	мм
-0,007	-0,202	0,021	-0,012	1,169	1,239	0,354	0,027
0,021	0,002	0,126	-0,012	1,171	1,219	0,239	0,028
0,016	-0,122	0,108	-0,013	1,17	1,231	0,303	0,034
-0,012	-0,165	0,003	-0,012	1,168	1,235	0,338	0,03
0,019	-0,168	0,121	-0,012	1,171	1,236	0,324	0,026
-0,006	0,033	0,023	-0,013	1,168	1,215	0,237	0,033
0,016	-0,294	0,108	-0,012	1,17	1,248	0,389	0,032
-0,003	-0,014	0,037	-0,012	1,169	1,22	0,259	0,029

Анализ данных таблицы 1 показывает:

- во всех восьми решениях значения искомых параметров h_a^* и h_f^* исходного контура отличаются от значений принятых в документации; существенное различие наблюдается в значениях коэффициента радиального зазора;
- претендентом на наилучшее решение можно принять шестое решение (шестая строка таблицы 1) ввиду меньшего значения радиального зазора C_p , чем в других семи решениях.

Проведем локальную оптимизацию только с решением 6 в направлении уменьшения зазора C_p . Для этого выделяем это решение и округляем значения переменных (варьируемых параметров) h_a^* , h_f^* и J_n , принимавших участие в многокритериальной идентификации, с шестизначными знаками после запятой до трехзначных с учетом технологичности изготовления. При этом получаем значения критериев и искомых параметров, приведенных в первой строке таблицы 2. Затем с последовательными изменениями значения h_f^* от 1,215 до 1,209, в диалоговом режиме пакета ОРТ получаем следующий результат (таблицы 2, вторая строка), позволяющий признать его наилучшим решением.

Таблиця 2 — Значения критериев и искомых параметров наилучшего решения

Критерии				Искомые параметры			
F1da мм	F2df мм	F3 V ₀ см ³	F4 X	h_a^*	h_f^*	C_p мм	J_n мм
-0,005	0,035	0,028	-0,012	1,168	1,215	0,235	0,033
-0,005	0,095	0,028	-0,012	1,168	1,209	0,205	0,033
$d_a = 55 \text{ мм}, d_f = 34,5 \text{ мм}, V_0 = 32 \text{ см}^3, X = 0,681$							

Обоснованием этого решения служит сопоставление значений критериев и искомых параметров 1-й и 2-й строк таблицы 2: существенно уменьшилось значение C_p , равное 0,205 мм (это очень важный параметр, когда исследуются не качающие узлы, а насос в целом и его объемный КПД), но несколько увеличился критерий F2df. Все остальные критерии и искомые параметры остались без изменений. В третьей числовой строке таблицы 2 показаны значения диаметров окружностей вершин d_a и впадин шестерен d_f , рабочего объема V_0 и коэффициента смещения X натурального объекта.

Численные значения 2-й и 3-й строк таблицы 2 позволяют определить точность решения поставленной задачи (для диаметра d_a $(0,005/55) \cdot 100 = 0,009\%$; для диаметра d_f $(0,095/34,5) \cdot 100 = 0,275\%$; для рабочего объема V_0 $(0,0286/32) \cdot 100 = 0,518\%$; для X $(0,012/0,681) \cdot 100 = 1,762\%$). По найденным данным h_a^* , h_f^* , J_n (таблица 2, 2-я строка) и шести неизменяемым параметрам в модели z , a_w , α , m , ρ и b , равных значениям реального объекта, были рассчитаны геометрические параметры зубчатого зацепления и критерии в программе KISSsoft.

Это выполнялось с целью оценки близости предложенной математической модели для решения обратной задачи идентификации и модели программы KISSsoft (таблица 3 построена по протоколу). В таблице 3 показаны значения критериев адекватности, которые вычислялись по уравнениям (44)—(47), где значения параметров с индексом «М» брались из протокола программы KISSsoft.

Таблиця 3 — Значения критериев и искомых параметров в протоколе KISSsoft

F1da, мм	F2df, мм	F4X	h_a^*	h_f^*	C_p , мм	J_n , мм
0,045	0,079	-0,015	1,172	1,213	0,205	0,03

В целом сравнение данных таблиц 2 и 3 показывает достаточную для практики точность геометрических параметров зубчатого зацепления и критериев адекватности, полученных на основе обсуждаемой модели с помощью пакетов OPT и KISSsoft.

Значение радиального зазора в абсолютных числах при задании конструктором согласно ГОСТ 13755-81 $C^* = 0,25$ при модуле $m = 5$ мм равно $C = 1,25$ мм. Расчетное значение C_p составило 0,205 мм, что в 6,1 раза меньше, чем при задании конструктором. Возникает $C = 1,25$ мм необходимость сравнения полученного зазора с результатом замера.

Замер специальным щупом показал 0,2 мм. Близость значений радиального зазора 0,205 мм, полученного при решении обратной задачи идентификации, и замера 0,2 мм на реальном образце насоса подтверждает достаточную адекватность разработанной модели.

С точки зрения практики, представляет интерес определение поля допусков для трех варьируемых параметров h_a^* , h_f^* и J_n и соответствующих отклонений критериев адекватностей от наилучшего решения.

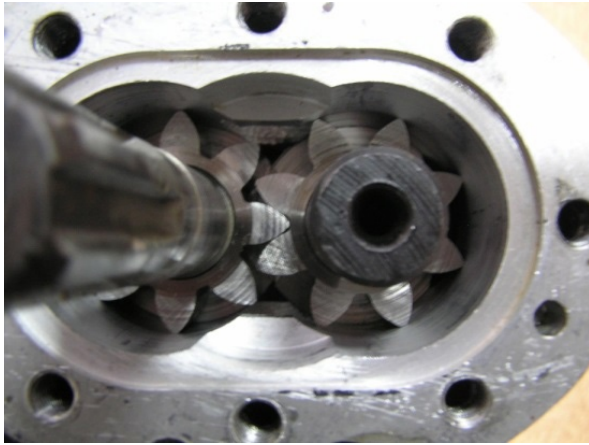


Рисунок 3 — Положение зубьев перед замером

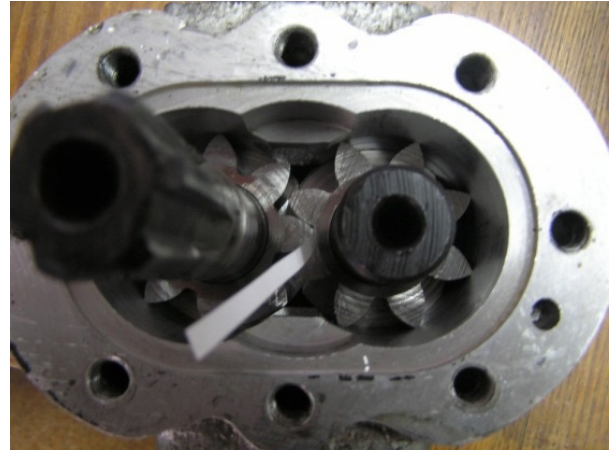


Рисунок 4 — Замер зазора при помощи щупа

На рисунке 5 показана зависимость взаимного изменения параметров h_a^* и h_f^* , связанных уравнением (2) и график радиального зазора C_p при условии возможности сохранения его оптимального значения $C_p = 0,205$ мм. Начальные значения параметров h_a^* , h_f^* и рассчитываемого C_p равны оптимальным. При значениях $h_a^* < 1,168$ и $h_a^* > 1,175$, $h_f^* < 1,209$ и неизменном оптимальном значении $J_{n^*} = 0,033$ мм решений нет: не выполняются ограничения. Ввиду различий численных значений параметров h_a^* , h_f^* и C_p в 5,5 раза, то для размещения их графиков на одном плоттере значения C_p были умножены на соответствующий масштабный коэффициент $K = 5,5$.

Анализ кривых рисунка 5 показывает:

- взаимное изменение h_f^* в интервале (1,209—1,215) и соответственно h_a^* в интервале (1,168—1,174) обеспечивают сохранение оптимального значения $C_p = 0,205$ мм;
- при увеличении h_f^* от 1,215 до 1,218 и h_a^* с 1,174 на 0,001 (следовательно, 1,175) радиальный зазор увеличивается по линейному закону с 0,205 до 0,215 мм.

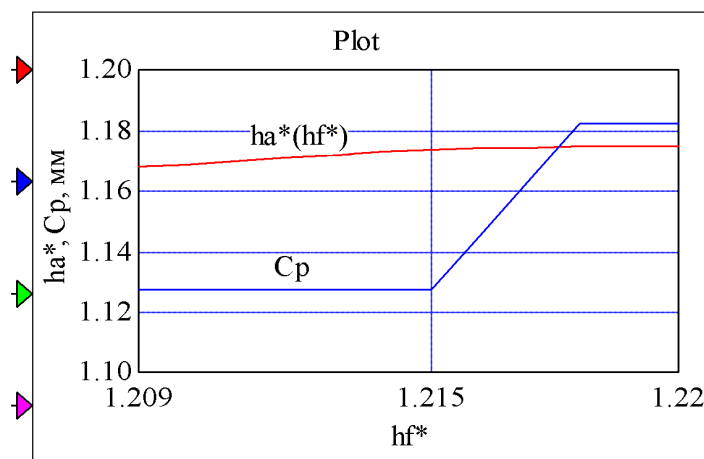


Рисунок 5 — Графики изменения параметров h_a^* , C_p в функции h_f^* с оптимального значения 1,209 до допустимого значения 1,22, при котором выполняются ограничения

Рассмотрим, как изменяются при этом критерии. Характер изменений и численные значения отражены кривыми на рисунке 6. В начале отметим, что график критерия F4X отсутствует, так как критерий не зависит от параметров h_a^* и h_f^* . Все кривые начинаются с оптимальных значений, а значения при окончании процесса позволяют определить максимальные отклонения поля допусков h_a^* и h_f^* .

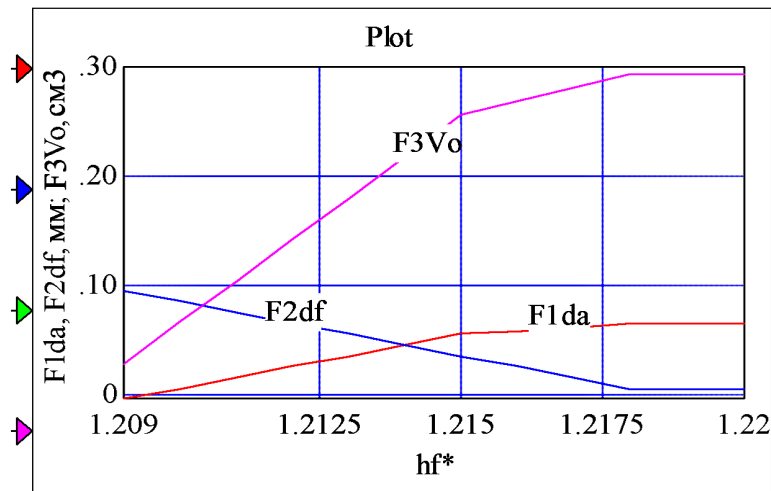


Рисунок 6 — Значения критериев F1da, F2df и F3Vo в интервале отклонения от оптимальных значений

Анализ кривых на рисунке 6 показывает:

- при увеличении h_f^* от 1,209 до 1,218 и h_a^* с 1,168 до 1,175 критерий F1da растёт от значения $-0,005$ до $0,065$ мм;
- критерий F2df уменьшается по линейному закону от значения $0,095$ до $0,005$ мм;
- критерий F3Vo растёт по линейному закону от значения $0,028$ до $0,294$ см³;
- найденные пределы отклонения критериев адекватности от оптимальных значений не превысили соответствующие принятые критериальные ограничения: для F1da ($-0,0075$ — $0,075$ мм); для F2df ($-0,34$ — $0,1$ мм); для F3Vo ($0,3$ см³).

Проведенные исследования и полученные результаты, предоставляют возможность определить в первом приближении допуски на варьируемые параметры h_a^* и h_f^* искомого исходного контура для рассматриваемого шестеренного насоса: $h_a^* = 1,168^{0,007}$ и $h_f^* = 1,209^{0,009}$, что в пересчете на абсолютные величины даст следующие результаты: величина высоты головки зуба, $h_a = 5,84^{0,035}$ мм величина высоты ножки зуба $h_f = 6,045^{0,045}$ мм.

Перейдем к поиску допуска третьего определяемого параметра J_n исходного контура. В качестве допуска отклонения от оптимального значения $0,033$ мм на параметр J_n принят интервал ($-0,008$ — $0,002$ мм). Для обеспечения нижней границы $-0,008$, т.е. значения J_n , внесены следующие изменения в критериальные ограничения: изменена нижняя граница допуска на критерий F1da от $-0,0075$ до $-0,0155$ мм; изменена верхняя граница допуска на критерий F2df от $0,1$ до $0,12$ мм; введена нижняя граница допуска до критерия F3Vo $-0,3$ см³.

На рисунке 7 показаны графики четырёх критериев, построенные в принятом интервале изменения J_n .

Анализ кривых показывает:

- изменение критериев в функции $\Delta J_n = (J_n - 0,25)$ происходит по линейному закону;
- начальное значение $J_n = 0,25$ принято как $\Delta J_n = 0$;
- при $\Delta J_n = 0$ критерии F1da(0) = $-0,015$ мм; F2df(0) = $0,105$ мм; $\Delta J_n = 0,01$ мм ($0,035$ — $0,025$);
- F3Vo(0) = $-0,009$ мм и F4X(0) = $-0,012$;
- при $\Delta J_n = 0,008$ мм (оптимальное решение, таблица 2, вторая строка);
- при максимальном допуске отклонения критерии F1da(0,01) = $-0,003$ мм, F2df(0,01) = $0,093$ мм; F3Vo(0,01) = $0,031$ см³; F4X(0,01) = $-0,013$;
- критерии F1da, F2df, F3Vo, F4X(0) при максимальном допуске отклонения соответственно изменяются относительно своих оптимальных значений — F1da уменьшается в $0,003 / 0,005 = 0,6$ раза, F2df уменьшается в $0,093 / 0,095 = 0,979$ раза, F3Vo растёт в $0,031 / 0,028 = 1,32$ раза, F4X уменьшается в $0,012 / 0,013 = 0,923$ раза.

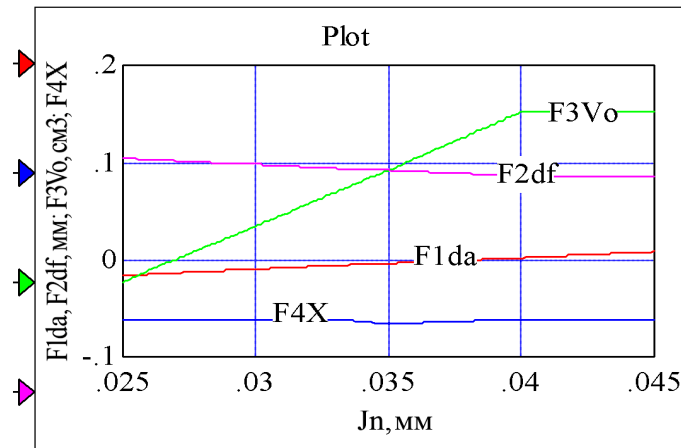


Рисунок 7 — Кривые изменения критериев F1da, F2df, F3Vo и F4X в интервале отклонения от оптимальных значений

На основе выполненного исследования в качестве поля допуска отклонения параметра J_n от оптимального значения 0,033 принимается $J_n = 0,033^{0,002}_{-0,008}$ мм.

Полученные результаты сведены в таблицу 4, которая позволяет проанализировать различные варианты значений параметров исходного контура, характер изменений критериев адекватности F1da—F4X, выбрать решение и допуски на отклонение от него трех найденных варьируемых параметров исходного контура h_a^* , h_f^* и J_n как решение обратной задачи идентификации.

Таблица 4 — Результаты расчетов на диалоговом комплексе OPT пяти вариантов искомого исходного контура

Вариант	h_a^*/h_f^*	J_n	F1da	F2df	F3Vo	F4X
1.	1,168/1,209	0,033	-0,005	0,095	0,028	-0,012
2.	1,175/1,218	0,033	0,065	0,005	0,294	-0,012
3.	1,168/1,218	0,033	-0,005	0,005	0,028	-0,012
4.	1,168/1,209	0,035	-0,003	0,093	0,037	-0,013
5.	1,168/1,209	0,025	-0,015	0,105	-0,009	-0,012

Пояснение 1 к таблице 4: различные варианты значений параметров исходного контура, по которому изготовлен шестеренный насос с учетом полей допусков:

1. Оптимальное решение;
2. При h_a^* и h_f^* на границах допусков и оптимальном значении J_n ;
3. При h_f^* на границе допуска и оптимальных значениях h_a^* и J_n ;
4. При J_n на верхней границе допуска и оптимальных значениях h_a^* и h_f^* ;
5. При J_n на нижней границе допуска и оптимальных значениях h_a^* и h_f^* .

Пояснение 2 к таблице 4: h_a^* — коэффициент высоты головки зуба, мм; h_f^* — коэффициент высоты ножки зуба, мм; J_n — боковой зазор по дуге начальной окружности, мм.

Пояснение 3 к таблице 4: F1da — критерий адекватности по диаметру вершин, мм; F2df — критерий адекватности по диаметру впадин, мм; F3Vo — критерий адекватности по рабочему объему, см³; F4X — критерий адекватности по смещению.

Таким образом, решение обратной задачи многокритериальной идентификации с помощью модели, дополненной уравнением радиального зазора и четырьмя критериями адекватности, показало: высокую адекватность предлагаемой модели качающих узлов шестеренного насоса; достаточную для практики точность определения искомых параметров объекта; возможность определить допуски на изготовление и ввода их в техническую документацию; путь к уменьшению допуска «-0,34» на диаметр окружности впадин; эффективность применения метода исследования пространства параметров.

Выводы

1. Проведенный обзор работ показывает, что задачам параметрической идентификации уделяется должное внимание во многих отраслях науки и техники, особенно в теории автоматического управления и машиностроении, хотя термин «идентификация» стал применяться лишь в 60-е годы XX столетия. При этом в основном задачи параметрической идентификации решались в направлении повышения адекватности математической модели реальному объекту.

Однако на практике возникают вопросы, когда в технической документации объекта нет некоторых исходных данных, при которых он был спроектирован, либо в технической документации ошибочно указан исходный контур, по которому он был рассчитан, сконструирован и изготовлен реальный образец шестеренного насоса внешнего зацепления. В этих случаях возникают обратные задачи параметрической идентификации, когда с помощью наиболее достоверных моделей определяются неизвестные параметры объекта. Высокие требования к качеству и полноте технической документации гидравлических машин вызваны необходимостью построения компьютерных 3D моделей для проведения исследований внутренней гидродинамики рабочего процесса. В качестве такого объекта рассматривался шестеренный насос с рабочим объемом 32 см^3 на давление 16 МПа .

2. Предложена улучшенная математическая модель для шестеренного насоса, основанная на анализе опубликованных работ отечественных и зарубежных исследователей зубчатых зацеплений механических передач и в области разработки насосов с зубчатым зацеплением, которая дополнительно включает:

- уравнения, учитывающие особенности зубчатого зацепления в составе качающего узла гидравлического насоса (рабочего объема, коэффициента профильного смещения, радиального зазора, требования к коэффициенту перекрытия);

- параметрические и функциональные ограничения;

- критерии адекватности и критериальные ограничения рассматриваемого объекта к его математической модели (по значениям диаметров окружности вершин и впадин, по коэффициенту смещения и рабочему объему), позволяет поставить и решать обратные задачи многокритериальной идентификации.

3. Поставленная и решенная обратная задача многокритериальной идентификации по определению трех неизвестных параметров (h_f^* , J_n , C_p) для экспериментального шестеренного насоса [3, 4], характеризуются применением следующих общих этапов, которые использованы в данной работе:

- введением критериальных ограничений и поиском не пустого множества D с определением предельных значений (и номера точек) по каждому критерию для выявления прецедентов на наилучшее решение;

- локальная идентификация с выбранным прецедентом и завершение поиска трех неизвестных параметров.

4. На основе проведенных исследований определены обоснованные величины допусков на отклонение от оптимального решения трех найденных варьируемых параметров исходного контура: величины высоты головки зуба $h_a = 5,840,035 \text{ мм}$ величины высоты ножки зуба $h_f = 6,045^{0,045} \text{ мм}$, величины бокового зазора $J_n = 0,033_{-0,008}^{0,002} \text{ мм}$.

5. На базе рассчитанных полей допусков предложены пять вариантов исходных контуров, которые улучшают технологичность процесса изготовления зубчатого зацепления; помогают конструктору-исследователю выбрать лучший вариант с практической точки зрения.

6. Найденные исходные данные совместно с другими известными параметрами позволяют построить 3D компьютерную модель для дальнейшего исследования рабочего процесса насоса в гидродинамическом режиме работы.

7. Выполненные расчеты геометрии зубчатых зацеплений наилучшего решения с использованием предложенной математической модели и диалоговой программы ОПТ с результатом расчета программы KISSsoft подтвердили близость моделей и достаточную для практики точность.

Литература

1. Справочник по теории автоматического управления / Под редакцией А. А. Красовского. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 712 с.
2. Статников, Р. Б. Многокритериальное проектирование машин / Р. Б. Статников, И. Б. Матусов. — М.: Знание, 1989. — 48 с.
3. Stryczek, J. To the issue of solving the inverse tasks of multi-criteria identification of volume hydraulic machines / J. Stryczek, Z. Ya. Lurye, V. M. Solovyov, P. Antoniak // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Гидравлические машины и гидроагрегаты. — Х. : НТУ «ХПИ», 2017. — №42 (1264). — С. 7 — 12.
4. Стричек, Я. Определение неизвестных параметров шестеренного насоса внешнего зацепления путем решения обратной задачи многокритериальной идентификации / Я. Стричек, З. Я. Лурье, В. М. Соловьев, П. Антоньяк // Промислова гідроліка і пневматика. — 2017. — №2 (56). — С. 57 — 67.
5. DIN 3960 Begriffe und Bestimmungsgroben fur Stirnrader (Zylinderrader) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung [Notions and determination coats for spur gears (cylindrical gears) and spur gear pairs (pairs of cylindrical gears) with involute toothing] — 1987. — 59 s.
6. Юдин, Е. М. Шестеренные насосы / Е. М. Юдин. — М. : Машиностроение, 1964. — 236 с.
7. Цилиндрические эвольвентные передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии: Справочное пособие / И. А. Болотовский, В. И. Гурьев, В. Э. Смирнов, В. И. Шендерей. — М.: Машиностроение, 1974. — 160 с.
8. DIN 3967 Bestimmungsgroben fur Stirnrader (Zylinderrader) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung. — 1978. — 24 s.
9. Программный комплекс KissSys: программа KISSsoft (www.kisssoft.ch).
10. Соболев, И. М. Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями / И. М. Соболев, Р. Б. Статников. — М. : Наука, 1981. — 107 с.
11. Стричек, Я. Математическое моделирование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в линии нагнетания шестеренного насоса / Я. Стричек, Д. В. Костюк, Н. В. Ногин, О. М. Яхно // Промислова гідроліка і пневматика. — 2013. — №3 (41). — С. 37 — 43.
12. Hyun, K. Two-dimensional CFD analysis of a hydraulic gear pump / K. Hyun, M. Hazel, P. Suresh // American society Eng. — 2007. — 18 p.
13. Casoli, P. A numerical model for the simulation of external gear pumps / P. Casoli, A. Vacca, G. Franzoni // The JFPS, 2005 November 7-10, Tsukuba, Japan.
14. Расчет геометрических параметров (внешнее зацепление): ГОСТ 16532-70. [Чинний від 2001-06-27]. — 2005. — 20 с.
15. Параметры исходного контура (внешнее зацепление): ГОСТ 13755-81.[Чинний від 2001-06-27]. — 2001. — 18 с.
16. Visualisation research of the flow processes in the outlet chamber-outlet bridge-inlet chamber zone of the gear pumps / J. Stryczek, P. Antoniak, O. Jakhno [et al] // Archives of Civil and Mechanical Engineering. — 2014. — pp. 1—14.
17. Оксененко, А. Я. Диалоговая система решения инженерных задач многокритериальной оптимизации / А. Я. Оксененко, З. Я. Лурье, Г. С. Левитин // Управляющие системы и машины. — К.: Техника, 1988. — №3. — С. 101—103.

References

1. Krasovskii, A. A. (Ed.). *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Reference book on the theory of automatic control]. — Moskow, Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit. [In Russian].
2. Statnikov, R. B. & Matusov, I. B. (1989). *Mnogokriterialnoe proyektirovanie mashin* [Multicriteria design of machines]. — Moskow, Znanie [In Russian].
3. Stryczek, Ya., Lurye, Z. Ya., Solovyov, V. M. & Antoniak, P. (2017). To the issue of solving the inverse tasks of multi-criteria identification of volume hydraulic machines // *Vestnik NTU «KhPI». Seriya: Gidravlicheskiye mashiny i gidroagregaty — Hydraulic machines and hydraulic units*, 42 (1264), 7—12 [In English].
4. Stryczek, Ya., Lurye, Z. Ya., Solovyov, V. M. & Antoniak, P. (2017). *Opredelenie neizvestnykh parametrov shesterennogo nasosa vneshnego zatsepleniya putiom resheniya obratnoy zadachi mnogokriterialnoy identifikatsii*

[Determination of unknown parameters of the external engagement gear pump by solving the inverse problem of multicriteria identification]. *Promyslova gidravlika i pnevmatika* [Industrial hydraulics and pneumatics], 2 (56), 57—67 [In Russian].

5. Begriffe und Bestimmungsgroben fur Stirnrader (Zylinderrader) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung [Notions and determination coats for spur gears (cylindrical gears) and spur gear pairs (pairs of cylindrical gears) with involute toothing]. (1987). DIN 3960 [In Deutsch].

6. Yudin, Ye. M. (1964). *Shesterennyye nasosy* [Gear pumps]. — Moskow: Mashinostroyeniye [In Russian].

7. Bolotovskiy, I. A., Gur'yev, V. I., Smirnov & V. E., Shenderey, V. I. (1974). *Tsilindricheskie evolventnyye peredachi vneshnego zatsepleniya. Raschet geometrii* [Cylindrical elluvent transmission of external engagement]. — Moskow: Mashinostroyeniye. [In Russian].

8. Bestimmungsgroben fur Stirnrader (Zylinderrader) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung [Determination coarse for spur wheels (cylindrical gears) and pairs of spur gears (twin wheel pairs) with involute toothing]. (1978). DIN 3967 [In Deutsch].

9. Programmnyi kompleks KissSys: programma KISSsoft. Retrieved from <http://www.kisssoft.ch/>

10. Sobol, I. M. & Statnikov, R.B. (1981). *Vybor optimalnykh parametrov v zadachakh s mnogimi kriteriyami* [Choosing optimal parameters for tasks with many criteria]. Moskow: Nauka, [In Russian].

11. Strychek, Ya. Kostyuk, D.V., Nogin, N.V. & Yakhno, O.M. (2013). Matematicheskoye modelirovaniye laminarnogo techeniya vyazkoy neszhimayemoy zhidkosti v linii nagnetaniya shesterennogo nasosa [Mathematical modeling of the laminar flow of a viscous incompressible fluid in the line of injection of a gear pump]. *Promyslova gidravlika i pnevmatika*. [Industrial hydraulics and pneumatics], 3 (41). 37—43 [In Russian].

12. Hyun, K. Two-dimensional CFD analysis of a hydraulic gear pump / K. Hyun, M. Hazel, P. Suresh // American society Eng. — 2007. — 18 p.

13. Casoli P. A numerical model for the simulation of external gear pumps / P. Casoli, A. Vacca, G. Franzoni // The JFPS, 2005 November 7-10, Tsukuba, Japan.

14. Raschet geometricheskikh parametrov (vneshneye zatsepleniye) [Calculation of geometric parameters (external engagement)]. (2005). *GOST 16532-70 from 3-d September 2005*. Moskow: Standart [In Russian].

15. Parametry iskhodnogo kontura (vneshneye zatsepleniye) [Parameters of the original circuit (external engagement)]. *GOST 13755-81 from 5d June 1981*. Moskow: Standart [In Russian].

16. Visualisation research of the flow processes in the outlet chamber-outlet bridge-inlet chamber zone of the gear pumps / J. Stryczek, P. Antoniak, O. Jakhno [et al] // Archives of Civil and Mechanical Engineering. — 2014. — pp. 1—14.

17. Oksenenko, A. Ya., Lurye, Z. Ya., Levitin, G.S. (1988). Dialogovaya sistema resheniya inzhenernykh zadach mnogokriterialnoy optimizatsii [Dialogue system for solving engineering problems of multicriteria optimization]. *Upravlyayushchie sistemy i mashiny* — [Control systems and machines]. 3, 101—103 [In Russian].

Надійшла 12.02.2019 року

УДК 621.644: 621.833.15

Визначення параметрів вихідного контуру шестеренного насоса як рішення зворотної задачі багатокритеріальної ідентифікації

З. Я. Лур'є, В. М. Соловійов, О. І. Гасюк, Є. М. Цента

Метою цієї роботи є рішення зворотної задачі по визначенню параметрів вихідного контуру евольвентного зубчастого зачеплення зразка прямозубого шестеренного насоса зовнішнього зачеплення.

До методів дослідження відносяться: фундаментальні закони теорії машин і механізмів, механіки твердого тіла, теоретичної механіки, механіки рідини і газу, які сприяють більш поглибленій розробці математичної моделі качаючого вузла; методи математичного моделювання, що дозволяють більш повно описати качаючий вузол функціональними залежностями; метод дослідження простору параметрів, що

дозволяє вирішувати задачі багатокритеріальної оптимізації та ідентифікації. В рамках теорії створення шестеренних насосів, при використанні математичної моделі шестеренного насоса, введеної в програмний комплекс «ОРТ», побудованого на базі методу дослідження простору параметрів, проводиться рішення зворотної задачі багатокритеріальної ідентифікації і визначаються найбільш імовірні значення невідомих параметрів зубчастого зачеплення шестеренного насоса.

Результати. Покращена математична модель качаючого вузла шестеренного насоса шляхом введення додаткових рівнянь радіального і нормального бічного зазорів, що підвищило її відповідність натурному зразку. Розв'язано зворотню задачу багатокритеріальної ідентифікації. Для розглянутого шестеренного насоса визначені невідомі параметри вихідного контуру зубчастого зачеплення: коефіцієнт висоти головки зуба, коефіцієнт висоти ніжки зуба, бічний нормальний зазор і радіальний зазор. Визначено обґрунтовані допуски на відхилення від оптимального рішення трьох знайдених варіюваних параметрів вихідного контуру: величина висоти головки зуба, величина висоти ніжки зуба, величина бічного зазору.

Знайдені вихідні дані спільно з іншими відомими дозволяють побудувати комп'ютерну 3D модель для подальшого дослідження робочого процесу насоса в програмі обчислювальної гідродинаміки.

Висновки. Обґрунтовано обраний метод дослідження простору параметрів з поліпшеною математичною моделлю при параметричних, функціональних, критеріальних обмеженнях та призначених чотирьох критеріях адекватності, що відкрив можливість поставити і вирішити зворотню задачу багатокритеріальної ідентифікації по заміні помилково зазначеного в технічній документації вихідного контуру на той, за яким було виготовлено натурний зразок насоса. Проведені розрахунки в середовищі багатокритеріальної програмної діалогової системи ОРТ з різними функціями обробки інформації таблиць випробувань (рішень, що входять до допустимої множини D) дозволили вибрати найкраще рішення. Виконані розрахунки геометрії зубчастого зачеплення найкращого рішення на основі запропонованої математичної моделі за допомогою діалогової програми ОРТ і розрахунки в програмі KISSsoft практично збіглися. Це підтверджує близькість запропонованої математичної моделі та моделі програми KISSsoft з достатньою для практики точністю.

Ключові слова: ідентифікація, математична модель, пряма і зворотня задачі ідентифікації, багатокритеріальні задачі ідентифікації, критерії адекватності.

UDC 621.644: 621.833.15

Determination of the gear pump basic rack parameters as a solution of the inverse problem of multicriteria identification

Z. Ya. Lurye, V. M. Solovyov, O. I. Gasyuk, E. N. Tsenta

The purpose of this work is solving the inverse problem of determining the parameters of the basic rack of involute gearing for existing sample of external gear pump. The initial data are the geometrical parameters of the GP, which obtained based on measuring of gear pump sample and as well as partially known gearing parameters from the technical documentation.

Research methods include: the fundamental laws of the theory of machines and mechanisms, solid mechanics, theoretical mechanics, fluid and gas mechanics, which contributing to a more in-depth development of a mathematical model of a pumping unit; methods of mathematical modeling, which allowing to more fully describe PU functional dependencies; parameter space investigation method, which allows to solve problems of multi-criteria optimization and identification.

In the frames of the gear pumps theory, using the mathematical model of the GP, which introduced into the ORT software package, built on the parameter space investigation method, the inverse problem of multi-criteria identification was solved and the most probable values of the gear pump gearing parameters are determined.

Results. The mathematical model of the gear pump was improved by introducing additional equations of the clearance and normal backlash, which increased its correspondence to the existing sample of gear pump. The inverse problem of multi criteria identification was solved.

For existing sample of gear pump, the unknown parameters of the initial gearing contour were determined: the addendum coefficient, the dedendum coefficient, normal backlash and clearance. The rational tolerances

for the deviation from the optimal solution of the three found variable parameters of the initial contour were determined: the addendum, the dedendum, and normal backlash. The founded input data which together with other known parameters allow creating a computer 3D model for further study of the gear pump workflow in the computational fluid dynamics program.

Conclusions. Selected the parameter space investigation method was confirmed. Together with an improved gear pump mathematical model (with parametric, functional, criterion limitations and four assigned adequacy criteria) the inverse problem of multi-criteria identification for the changing mistakes parameters from the technical documentation of the original gearing contour was formulated and solved.

The calculations which carried out in the environment of the multi-criteria OPT software interactive system with various functions of processing information of the test tables (solutions included in the admissible set D) allowed to choose the best solution.

The calculations results of the best solution gearing geometry based on the proposed mathematical model (with using the interactive program OPT) and calculations results of the KISSsoft program were coincided.

The proposed mathematical model and the mathematical model of the KISSsoft program confirm sufficient accuracy for practice.

Keywords: identification, mathematical model, direct and inverse identification problems, multicriteria identification problems, adequacy criteria.

Відомості про авторів

Лур'є Зіновій Якович

тел. (+38) (057) 707-66-46, e-mail: zi.lurye@gmail.com

Лурье Зиновий Яковлевич

тел. (+38) (057) 707-66-46, e-mail: zi.lurye@gmail.com

Lurye Zinoviï Yakovych

tel. (+38) (057) 707-66-46, e-mail: zi.lurye@gmail.com

Соловійов Володимир Михайлович

тел.: (+38) (057) 757-41-70

Соловьёв Владимир Михайлович

тел.: (+38) (057) 757-41-70

Soloviov Volodymyr Mykhailovych

тел. (+38) (057) 757-41-70

Цента Євген Миколайович

тел. (+38) (057) 707-66-46.

Цента Евгений Николаевич

тел. (+38) (057) 707-66-46.

Tsenta Yevgen Mykolaiovych

tel. (+38) (057) 707-66-46.

Гасюк Олександр Іванович

тел. (+38) (057) 707-66-46.

Гасюк Александр Иванович

тел. (+38) (057) 707-66-46.

Gasyuk Oleksandr Ivanovych

tel. (+38) (057) 707-66-46.