

спец. 14.00.21 – «Стоматологія», 03.00.07 – «Мікробіологія» / Е. Я. Ясникова – Москва, 2008 – 23 с.

49. **Increased** frequency of rhinitis medicamentosa due to media advertising for nasal topical decongestants / M. Archontaki, E. K. Symvoulakis, J. K. Hajjiannou [et al.] // B-ENT. 2009. – №5(3). – С. 159–162.

50. **Anavi Y.** Complications of maxillary sinus augmentations in a selective series of patients / Y. Anavi // Oral. Surg. Oral. Med. Oral. Pathol. Oral. Radiol. Endod. – 2008. – Vol. 106, № 1. – P. 34–38.

51. **Barone A. A.** clinical study of the outcomes and complications associated with maxillary sinus augmentation / A. A. Barone // Int. J. Oral. Maxillofac. Implants. – 2006. – Vol. 21, № 1. – P. 81–85.

52. **Ewing J.** A treatise on tumors. Philadelphia. / Ewing J. WB Saunders;1928.

53. Hoskison E. Evidence of an increase in the incidence of odontogenic sinusitis over the last decade in the UK / E. Hoskison, M. Daniel, J.E. Rowson, N. S. Jones // J. Laryngol. Otol. –2012. –V.126, No.1. – P.43-46.

54. **Mahendra Ch.** Cholesteatoma of Maxillary Sinus: Mimichig as Sinus Tumor / Ch. Mahendra, S. V. Jagveer, B., Uma, N.S. Jaimanti // Clinikal Rhinology: An International Journal, May-August. –2011. – №4(2). – P. 119-121.

55. Oral and maxillofacial surgery: textbook / Ed. by prof. V. Malanchuk / part one. – Vynytisia : Nova Knyha Publishers, 2011. – 424 p.

56. Pogorel B. S. Published Cholesteatoma of the maxillary sinus: A case report. / B. S. Pogorel, E. G. Budd Arch Otolaryngol 1965;82:532-34.

57. An in vitro comparison of the bactericidal efficacy of lethal photosensitization or sodium hypochlorite irrigation on Streptococcus intermedius biofilms in root canals / G. J. Seal, Y. L. Ng, D. Spratt [et al.]. // International Endodontic Journal. – 2002. Vol. 35, Issue 3. – P. 268–274.

58. **Stefan Schwartz** «Aspergillus fumigatus and Aspergillosis» / Stefan Schwartz, Markus Ruhnke // Ed by J.P. Lungi and W. J. Stenbach, 2009, ASM Press, Washington.

59. **Valvassori G. E.** Imaging of the temporal bone. Ln: Glasscock M. E, Gulya A. J. (Eds). Shambangh's Surgery of the ear (5 the ed). Hamilton, Ont. BC Decker –2003. – P. 227-59.

Поступила 25.04.15



УДК 616-089.843+616.716.4

В. О. Маланчук, д. мед. н., О. Л. Ціленко., П. В. Грабовецький

Національний медичний університет ім. О. О. Богомольця

**ТЕОРЕТИЧНА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ
РОЗПОВСЮДЖЕННЯ РІДИНИ, ЯКА ЗНАХОДИЛАСЬ
У УЯВНОМУ КІСТКОВОМУ ЛОЖІ, ПІСЛЯ УСТАНОВКИ ІМПЛАНТАТІВ
НА НИЖНІЙ ЩЕЛПІ**

При формуванні кісткового ложа для імплантату завжди утворюється крововилив в ділянці травмування кістки. Кров з кісткового ложа під впливом тиску імплантату, який встановлюють, розповсюджується в оточуючу кісткову тканину. Отже наявне одноразове поширення нестислої рідини в пористій кістковій тканині під дією тиску, ініційованого переміщенням імплантату в циліндровому каналі кісткового ложа, який спочатку заповнений рідиною. Після проведення розрахунків було доведено, що при формуванні кісткового ложа для імплантату об'єм крові, який розповсюджується з кісткового ложа у кісткову тканину після установки імплантату, має незмінну масу в кожному рухомому об'ємі.

Ключеві слова: дентальний імплантат, кісткова рана, крововилив, фізико-математична модель.

В. А. Маланчук, О.Л. Ціленко, П. В. Грабовецький

Национальный медицинский университет им. А.А. Богомольца

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЖИДКОСТИ, КОТОРАЯ НАХОДИЛАСЬ
В ВООБРАЖАЕМОМ КОСТНОМ ЛОЖЕ, ПОСЛЕ УСТАНОВКИ ИМПЛАНТАТОВ
НА НИЖНЕЙ ЧЕЛЮСТИ**

При формировании костного ложа для имплантата всегда образуется кровоизлияние в области травмирования кости. Кровь из костного ложа под давлением имплантата, который устанавливают, распространяется в окружающую костную ткань. Таким образом мы имеем одноразовое распространение несжатой жидкости в пористой костной ткани под действием давления, инициированного перемещением имплантата в

циліндровому каналі кісткового ложа, який спочатку заповнений рідиною. Після проведення розрахунків було доведено, що при формуванні кісткового ложа для імплантата об'єм крові, який розповсюджується з кісткового ложа в кісткову тканину після установки імплантата, має незмінну масу в кожному русині об'єму.

Ключові слова: дентальний імплантат, кісткова рана, кровоизлияние, фізико-математична модель.

V. O. Malanchuk, O.L. Tsilenko, P.V. Grabovetsky

National Medical University named after Bogomolets A. A.

THEORETICAL PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF FLUID, WHICH WAS IN AN IMAGINARY BONE BED AFTER IMPLANT PLACEMENT IN THE MANDIBLE

When a bone cavity for the implant is being shaped, there is always hemorrhage forming in the place of injured bone. The blood from the bone cavity, affected by the placed implant, spreads into the surrounding bone tissue. Thus, there is one-time spread of non-compact liquid in the spongy bone tissue under the pressure, initiated by implant movement in cylinder canal of bone cavity which was initially filled with liquid. Having carried out the calculations, it was proved that in the process of shaping a bone cavity for the implant, the blood volume which spreads from the bone cavity to bone tissue after implant placement, has a fixed weight in every moving volume.

Key words: dental implant, osteal wound, hemorrhage, physical - mathematical model.

Як відомо, у відповідь на будь-яке оперативне втручання, в тому числі і на постановку імплантатів, в організмі людини завжди відбувається реакція тканин як в зоні операції, так і організму в цілому. Особливий інтерес представляє реакція кісткової тканини на хірургічне втручання. Це обумовлене тим, що саме кісткові структури приймають безпосередню участь в створенні контакту з дентальними імплантатами і в подальшому несуть жувальне навантаження. Існує багато аспектів процесів загоєння кісткової тканини, які потребують пояснення, але вже на теперішній час існують переконливі докази, що кортикальна та губчаста кістка ведуть себе в цьому процесі по різному [1-6].

Відповідь кісткової тканини на хірургічне втручання є комплексом послідовних реакцій клітинних та субклітинних структур, які направлені на відновлення цілісності кістки та адаптацію її до нових умов. В таких умовах необхідно, крім дотримання всіх правил асептики та антисептики, застосовувати метод установки імплантатів, котрий би дозволяв оптимізувати реакцію кісткової тканини на травму та сприяти найкращим умовам для остеointegraції імплантатів [7-13].

При формуванні кісткового ложа для імплантату завжди утворюється крововилив в ділянці травмування кістки. Кров з кісткового ложа під впливом тиску імплантату, який встановлюють, розповсюджується в оточуючу кісткову тканину. Таким чином, ми маємо справу з рухом рідини, який проходить далеко не в ідеальних умовах. Тому з метою теоретичного моделювання розповсюдження крові, яка знаходиться у кістковому ложі після встановлення імплантату на нижній щелепі в ділянці від 5 до 8 зубів в залеж-

ності від типу кістки нами були розроблені фізико-математичні моделі.

Відомо, що фізико-математичні моделі описуються змінними, які характеризують механіку рідини, їх відносять до одного з трьох класів: 1) ті, які визначають геометрію границь (довжина, площа, об'єм); 2) ті, які визначають сам потік (час, швидкість, прискорення, рівні потоку, інтенсивність сил або їх градієнти, в тому числі динамічні показники - кількість руху, енергії, та сили); 3) ті, які визначають рідину (щільність, питома маса, динамічна в'язкість, поверхневий натяг, пружність).

Таким чином, ми маємо випадок одноразового поширення нестислої рідини в пористій кістковій тканині під дією тиску, ініційованого переміщенням імплантату в циліндровому каналі кісткового ложа, який спочатку заповнений рідиною. Рух рідини визначається рівнянням Нав'є - Стокса (рівнянням динаміки):

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{F} - \text{grad } p + \mu \Delta \vec{v} \quad (1)$$

і рівнянням збереження маси (у нашому випадку рівнянням нерозривності)

$$\text{div } v = 0. \quad (2),$$

де t – час, v – швидкість рідини, p – тиск, μ – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини, ρ – щільність рідини, F – вектор прискорення масових сил (наприклад, земного тяжіння). Найчастіше використовується не векторна, а тензорна форма цих рівнянь. У декартовій системі координат (x_1, x_2, x_3) маємо:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0.$$

Тут мається на увазі підсумовування за двічі повторюваному індексу. Наприклад, проекція першого рівняння (3) – рівняння динаміки – на напрям x_1 ($i = 1$) буде:

$$\rho \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right) = \rho F_1 - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2} \right) \quad (4),$$

а рівняння нерозривності приймає вигляд:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0 \quad (5).$$

Особливість цього стану в тому, що рідина, витікаючи з отвору каналу під дією перепаду тиску, який створюється переміщенням імплантату рукою лікаря, потрапляє в мікропористу структуру з дрібними капілярами, по яких і здійснюється проникнення рідини в кісткову тканину. Завідомо ясно, що через великий опір дрібних капілярів швидкість переміщення імплантату буде малою, і по капілярах рідина буде переміщатися повільно. Здійснюється, так званий, «повзучий» рух, при якому вплив сил інерції (ліва частина рівнянь (1), (3), (4)), а також масових сил (перший член правих частин перерахованих рівнянь) буде незначним. Таким чином, рівняння динаміки приймає вигляд:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (6).$$

Рішення цього рівняння для прямолінійних каналів різної поперечної форми широко відомі і отримали назву «течія Пуазейля» – лікаря, який дослідним шляхом підтвердив справедливості рівняння (6) для циліндричного капіляра (x, r):

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_x}{dr} \right) \quad (7)$$

Рішення (7) дало залежності

$$v_x = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2), \quad Q = \frac{\pi}{8\mu} R^4 \frac{\Delta p}{l} \quad (8),$$

згідно яких розподіл швидкості течії в капілярі з радіусом R відповідає параболічному закону, а об'ємна витрата рідини Q лінійно залежить від перепаду тиску Δp в каналі довжиною l .

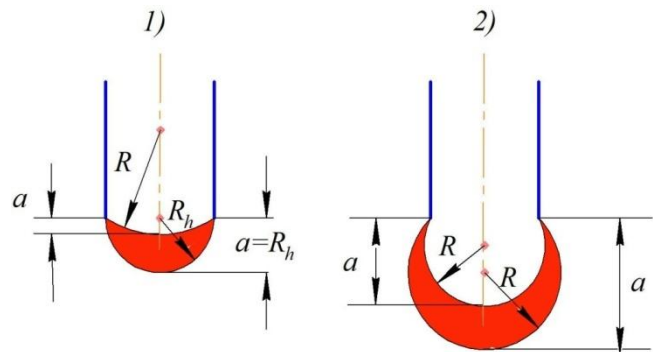
Виконати рішення рівняння (6) в нашому випадку досить важко, оскільки кісткова тканина являє собою пористу структуру з безліччю звивистих капілярів з різноманітними формами поперечних перерізів. Незважаючи на це можна припускати, що лінійний зв'язок між перепадом тиску і сумарною об'ємною витратою при русі імплантату в кістковій тканині збережеться.

Що стосується кінематичного боку цього стану, який обумовлений рівнянням нерозривності, то можна запропонувати наступне рішення. Форма фронту рідини, яка виштовхується імплантатом з просвердленого каналу повинна відповідати принципу Гіббса - Кюрі, згідно з яким термодинамічно стійкою є форма тіла, що має найменшу поверхневу енергію. З усіх форм легко деформованих тіл однакового об'єму ($V = \text{const}$) цим принципом відповідає сфера, для якої енергія Гіббса відповідає:

$$E_r = 4\pi R^2 \sigma \quad (9)$$

та є дійсно мінімальною. Тут σ поверхневий натяг. Справедливість принципу Гіббса - Кюрі підтверджується і побутовими спостереженнями, яких можна навести буквально десятки. Це, наприклад, розпад струменя на краплі, дощові краплі. Або поверхню води, яка «повзе», витісняється з майже закритого водопровідного крана невеликого діаметру. Ця поверхня сферична. Останній приклад є майже повною аналогією нашого випадку – великий гідравлічний опір і схожість геометрії. Звичайно, в нашому випадку витікання відбувається не в повітря, а в пористу структуру, але принцип мінімуму поверхневої енергії повинен виконуватися.

Отже, еволюція фронту рідини, яка витісняється імплантатом повинна відповідати схемі представленої на малюнку 1. У геометричному відношенні слід розрізняти дві стадії.



Мал. 1. Еволюція фронту рідини, яка витісняється імплантатом. a (t), R – радіус капіляра, R_h – вихідний радіус каналу.

Перша – від початку закінчення (плоска поверхня) до півсфери з радіусом рівним радіусу отвору R_h . Об'єм кульового сегмента в міру його зростання визначається залежністю

$$V = \frac{\pi(3aR_h^2 + a^3)}{6} \quad a \in [0, R_h], \quad (10),$$

де a (t), $a R_h$ – вихідний радіус каналу. По досягненню значення $a = R_h$ залежність (10) трансформується в вигляді:

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 + \frac{\pi\sqrt{R^2 - R_h^2}(4R^2 - 2R_h^2)}{6} \quad R \in [R_h, R] \quad (11),$$

де R обмежується геометрією кісткової тканини.

Зв'язок між обсягами гематоми V і витісняється рідиною з каналу V_f визначається ефективною пористістю ε кісткової тканини:

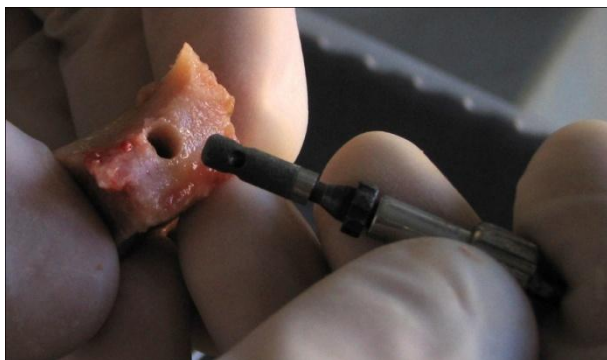
$$\varepsilon = \frac{V_f}{V} \quad (12).$$

Таким чином, динаміка зміни $V(t)$ буде:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{dV_f}{dt} \quad (13)$$

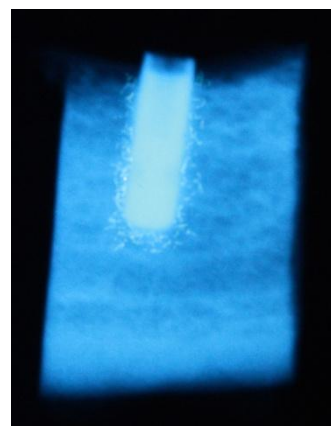
При розгляданні змінних, які визначають сам потік та рідину, ми отримали наступні дані про те, що при формуванні кісткового ложа для імплантату об'єм крові, який розповсюджується з кісткового ложа у кісткову тканину після установки імплантату, має незмінну масу в кожному рухомому об'ємі [14, 15].

Нами було проведено експериментальне моделювання внутришньокісткової гематоми з використанням фрагмента нижньої щелепи, який був отриманий в результаті автопсії. Сформоване кісткове ложе було заповнене рентгенконтрастною речовиною, після чого в нього було введено імплантат циліндричної форми (мал. 2). В якості рентгенконтрастної речовини використовували тріомбразт 76 %, з метою візуалізації її розповсюдження в кістковій тканині в наслідок введення імплантату.

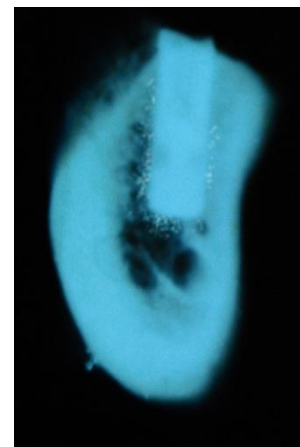


Мал. 2. Введення імплантату в сформоване кісткове ложе, яке заповнено рентгенконтрастною речовиною.

На рентгенограмах в прямій і боковій проекціях ми спостерігали розповсюдження рентгенконтрастної речовини в кістці вздовж імплантату на всьому його протягу (мал. 3, 4).



Мал. 3. Рентгенограма фрагменту нижньої щелепи в прямій проекції.



Мал. 4. Рентгенограма фрагменту нижньої щелепи в боковій проекції.

Отже, при введенні імплантату циліндричної форми гематома розповсюджується вздовж імплантату на всьому його протягу.

Таким чином, враховуючи вище викладене, при всіх рівних умовах формування кісткового ложа для імплантату та приймаючи до уваги умови його постановки, на розповсюдження крові в кістковій тканині буде значно впливати лише особливості структури кістки в зоні постановки імплантату, а саме – її пористість.

Список літератури

1. **Пауков В. С.** Морфология воспаления. Стадии воспаления / Пауков В. С., Кауфман О. Я. // Воспаление. Под ред. Серова В. В., Паукова В. С. – М.: Медицина, 1995. – С. 176 – 199.
2. **Робустова Т. Г.** Воспалительные осложнения зубной имплантации / Т. Г. Робустова // Вопр. стоматол. и нейростоматол. – 1999. – №3. – С. 29 – 32.
3. **Серов В. В.** Воспаление / В. В. Серов, В. С. Пауков – М.: Медицина, 1995. – С. 630.
4. The **periimplant** hard and soft tissues at different implant systems / I. Abrahamsson, T. Berglundh, J. Wennstrom [et al.] // Clin. Oral. Impl. Res. – 1996. – Vol. 7. – P. 212 – 217.
5. **Influence** of surface characteristics on bone integration of titanium implants. A istomorphometric study in miniature pigs / D. Buser, R. Schenk, S. Steinemann [et al.] // J. Biomed. Mater. Res. – 1991. – Vol. 25. – P. 889 – 902.

6. **Piattelli A.** An histologic and histomorphometric study of bone reactions to unloaded and loaded non- submerged single implants in mounkeys: A pilot study / A. Piattelli, A. Ruggeri, M. Franchi // J. Oral Impl. – 1993. – Vol. 19 N 4. – P. 314 – 320.

7. **Замараев Е. П.** Дополнительные данные об участии кальция в регенерации кости при переломах: материалы научной конф. (Челябинск, 1965) / Замараев Е. П. – т. II. – С. 318 – 320.

8. **Каплан А. В.** Техника лечения переломов костей / Каплан А.В. – М.: Медицина. – 1948.

9. **Хірургічна** стоматологія та щелепно-лицева хірургія / [Маланчук В. О., Логвіненко І.П., Маланчук Т.О., Ціленко О.Л.] – К.: ЛОГОС, 2011. – Т. 2. – С. 443 – 465.

10. **Сумароков Д. Д.** Роль деструктивной фазы регенерации в репаративном процессе / Д. Д. Сумароков, Д. В. Гуткин, М. Б. Швырков // Патол. физиол. и экспер. тер. – 1991. – №2. – С. 40 – 42.

11. **Сумароков Д. Д.** Экспериментальное исследование роли регуляторных факторов в процессе репаративной

регенерации костной ткани на модели перелома нижней челюсти : автореф. дис. на присвоение учен. степени докт. биол. наук : спец. 03.00.30 «Биология развития, эмбриология» / Сумароков Д. Д. – М., 1988. – 44 с.

12. **Сумароков Д. Д.** Онтогенез / Д. Д. Сумароков, М. Б. Швырков, А. Х. Шамсудинов // Стоматология. – 1988. – №5. – С. 468 – 473.

13. **Суров О. Н.** Зубное протезирование на имплантатах / О. Н. Суров – М.: Медицина, 1993. – 205 с.

14. **Рауз Х.** Механика жидкости / Рауз Х. – 1967. – С. 195-203.

15. Гиббс Д. В. Термодинамика / Гиббс Д. В. // Статистическая механика, пер. с англ., М., 1982. – С. 60 - 85

Поступила 28.05.15

