

О. В. Цеслів,  
к. т. н., доцент, Національний технічний університет України "КПІ"  
О. О. Клімов,  
Національний технічний університет України "КПІ"

## РОЗРОБКА ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ПРОГРАМИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ ФІРМИ В УМОВАХ РИЗИКУ

*У даній роботі розроблено інвестиційну програму телекомунікаційної фірми (Інтернет-провайдера) у вигляді багатокритеріальної динамічної моделі, що враховує ризик. Для певного набору вхідних даних отримано набір планів, оптимальних за Парето, розподілу загального обсягу інвестицій за періодами реалізації програми. Отримані рішення одночасно забезпечують найбільші значення середнього прибутку Інтернет-провайдера та обсягу трафіку локальної мережі.*

*This work developed an investment program of the telecommunications company (ISP) in a multi-dynamic model that considers the risk. For a specific set of input data obtained set of optimal Pareto distribution plans total investments for the period of the program. These solutions provide the greatest value while the average profit Internet service provider and traffic network.*

*Ключові слова: телекомунікаційна фірма, інвестиційна програма, розподіл інвестицій, оптимальність за Парето, локальна мережа, трафік, багатокритеріальне динамічне програмування, структурна оптимізація, метод гілок та границь.*

### ВСТУП

При розробці інвестиційної програми телекомунікаційної фірми в умовах ризику необхідно знайти оптимальний розподіл капітальних вкладень за певний період. Оскільки в загальному випадку діяльність підприємства зв'язку спирається на певну мережу абонентів, то постає питання оптимізації структури такої мережі у часі. На практиці, крім передачі даних, кожна фірма надає також ряд додаткових послуг. Тому необхідно враховувати додатковий критерій оптимальності при управлінні інвестиціями, тобто виникає багатокритеріальна задача. В цілому, розв'язок задачі повинен забезпечити максимум економічної вигоди від діяльності підприємства зв'язку.

Об'єктом дослідження є інвестиційна діяльність телекомунікаційної фірми (Інтернет-провайдера), що надає послуги доступу до Інтернету та інші послуги, що пов'язані з мережею. Взагалі, задача раціонального розподілу обмеженого ресурсу є традиційною задачею управлінської практики. Задача в такій постановці є звичайною задачею математичного програмування й багаторазово обговорювалася [1; 2].

Методи розв'язання задачі оптимізації структури такої мережі у часі наведені у [3]. Але при оптимізації інвестиційної програми провайдера зв'язку виникають додаткові критерії оптимальності, а також необхідність врахування впливу ризику на економічні рішення. Саме цим проблемам і присвячена дана робота.

Різним аспектам досліджуваної проблематики приділяють і приділяють значну увагу у своїх працях вітчизняні та зарубіжні вчені, а саме: Канторович Л.В., Вітлінський В.В., Зайченко Ю.П.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою даної роботи є розробка інвестиційної програми телекомунікаційної фірми в умовах ризику. В якості об'єкта дослідження обрано інвестиційну діяльність Інтернет-провайдера, що надає послуги доступу до Інтернету та інші послуги, пов'язані з мережею. Стратегія розподілу інвестицій протягом певного періоду часу повинна забезпечити максимум доходу від реалізації проектів щодо надання послуг зв'язку та максимум ціни сукупного трафіку, який передається локальною мережею.

### РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Критерій максимізації сукупного доходу. До числа послуг, що надає провайдер, входить:

- 1) доступ до мережі Інтернет через виділені канали;
- 2) безпроводний доступ до Інтернету;
- 3) хостинг (виділення дискового простору для зберігання та забезпечення роботи сайтів);
- 4) підтримка роботи поштових скриньок або віртуального поштового сервера;
- 5) колокація (розміщення обладнання клієнта на території провайдера);

- 6) аренда виділених та віртуальних серверів;
- 7) резервування даних.

Для кожного виду послуг розроблено інвестиційні проекти, що відображають прогнозовані загальні витрати (обсяги капіталовкладень) та доходи, пов'язані з реалізацією кожного проекту протягом певного періоду. Необхідно розробити план інвестування коштів у реалізацію зазначених проектів табл. 1.

Критерій максимізації ціни сукупного трафіку. Для міського провайдера засобом надання послуг зв'язку є локальна комп'ютерна мережа. Вона забезпечує:

- потреба абонентів у обміні цифровою в інформацією (передача даних, зображень, електронних листів, телефонних розмов та ін.);
- спільне використання різних типів ресурсів (вихід в глобальну мережу, дисковий простір, паралельні обчислення, принтери та ін.);

Саме тому при розробці інвестиційної програми необхідно врахувати показники ефективності функціонування мережі, наприклад:

- середній час затримки в передачі повідомлень;
- завантаженість;
- продуктивність;
- характеристики надійності;
- загальна вартість.

Також при проектуванні локальної мережі в межах міста через її велику протяжність та розмірність процес розробки і введення в дію охоплює великий інтервал часу. Тому проектувати мережу необхідно як систему, що розвивається. Ця проблема включає [3]:

- визначення етапності в розвитку мережі;
- синтез структури мережі на кожному етапі;
- управління ходом розвитку мережі (визначення оптимальної за деяким критерієм траєкторії руху (розвитку) мережі із початкового стану в деякий кінцевий, в якому потреби абонентів у обробці інформації будуть повністю задовольнятися).

При цьому необхідно враховувати зростання потреб абонентів у мережевому трафіку (обсягу інформації, що проходить через абонента (канал зв'язку) за певний період часу, визначає завантаженість мережі) з плином часу, зміну техніко-економічних характеристик технічних засобів мережі.

Отже, при заданій початковій структурі локальної мережі, прогнозах в зростанні потреб абонентів у трафіку на кінець створення локальної мережі, перспективних оцінках зниження затрат на передачу та обробку інформації, а також при заданому числі етапів та заданих трудових ресурсах необхідно розподілити капітальні затрати між етапами та знайти проміжні структури таким чином, щоб максимізувати економічний ефект від створення локальної мережі.

Побудова математичної моделі в узагальненому вигляді. Виходячи з постановки задачі в загальному вигляді математична модель для критерію максимуму доходу від реалізації проектів щодо надання послуг зв'язку та максимуму ціни сукупного трафіку, який передається локальною мережею протягом певного періоду, матиме вигляд:

$$f^1(x) = \max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m D_{ij}(x_{ij}) \quad (1);$$

$$f^2(x) = \max \sum_{i=1}^n P_i H(S_i(x_i) / S_{i-1}) \alpha^i \quad (2);$$

при обмеженнях:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij}(x_{ij}) \leq W \quad (3);$$

$$\sum_{i=1}^n w(S_i(x_i) / S_{i-1}) \leq W \quad (4);$$

Таблиця 1. Проекти реалізації послуг за певний період

Проекти	Витрати $C$ та доходи $D$ за послугами, тис. грн									
	Послуга №1		Послуга №2		Послуга №3		Послуга №4		Послуга №5	
	$C_1$	$D_1$	$C_2$	$D_2$	$C_3$	$D_3$	$C_4$	$D_4$	$C_5$	$D_5$
Проект №1	49	62	0	0	62	77	134	163	153	188
Проект №2	44	55	69	84	86	108	0	0	178	220
Проект №3	41	50	65	78	83	101	0	0	190	228
Проект №4	38	47	64	79	73	89	87	105	127	156

$$w_i \leq w_i^{ep} \quad (5),$$

де  $D_{ij}$  — прогнозований дохід, що отримає провайдер при виборі  $j$ -ї послуги в  $i$ -му періоді;

$X_{ij}$  — обсяг інвестицій при виборі  $j$ -ї послуги в  $i$ -му періоді;

$C_{ij}(X_{ij})$  — прогнозовані витрати при виборі  $j$ -ї послуги в  $i$ -му періоді;

$W$  — загальний обсяг виділених інвестицій;

$m$  — загальна кількість видів телекомунікаційних послуг;

$S_i$  — структура мережі в  $i$ -му періоді, що визначається  $Y(i)$  — множиною функціонуючих серверів;

$\{X_{ij}\}$  — множиною прив'язок абонентів до серверів;

$h_j(i)$  — обсягом потреб у трафіку для кожного абонента;

$H(S_i(x_i) / S_{i-1})$  — сумарний приріст трафіку мережі, при переході від  $(i-1)$ -го до  $i$ -го періоду;

$P_i$  — ціна трафіку в  $i$ -му періоді;

$w(S_i(x_i) / S_{i-1})$  — фактичні затрати при переході від структури  $D_{i-1}$  до структури  $D_i$ ;

$w_i^{ep}$  — верхній граничний обсяг інвестицій, які можна освоїти в  $i$ -му періоді;

$W$  — загальний обсяг виділених інвестицій;

$n$  — загальна кількість періодів інвестування;

$\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ) — коефіцієнт дисконтування, котрий дозволяє звести ефект, отриманий в  $i$ -му періоді, до початкового моменту.

Математична модель задачі синтезу структури локальної мережі. Оскільки при проектуванні локальної мережі виникає задача синтезу її структури (топології) за критерієм вартості, то розглянемо постановку та математичну модель цієї проблеми [4; 5].

Нехай є множина  $X = \{x_j\}$  абонентів локальної мережі. Позначимо:

$h_j$  — обсяг трафіку, що виникає в одиницю часу у абонента  $x_j$  та має бути оброблений сервером, мбіт/с;

$\{\delta_j, \omega_j\}$  — географічні координати місцезнаходження абонента;

$Y = \{y_j\} \in X$  — множина пунктів, де можливе встановлення серверів;

$l_{ij}$  — відстань між пунктами  $x_i$  та  $x_j$ .

Введемо величину зведених затрат на організацію та експлуатацію прямого каналу передачі даних між пунктами  $x_i$  та  $x_j$ :

$$C_{ij}^{nep} = C_{kan}^{nep} E_n + C_{ap}^{nep},$$

де  $C_{kan}^{nep}$  — капітальні затрати на будівництво каналу передачі даних;

$E_n$  — нормативний коефіцієнт окупності капітальних вкладень;

$C_{ap}^{nep}$  — вартість аренды каналу передачі даних;

З достатньою для практики точністю можна вважати, що капітальні затрати на будівництво одиничного каналу зв'язку  $C_{kan}^{nep}$  довжиною  $l_{ij}$  описуються формулою  $C_{kan}^{nep} = Kl_{ij}$ , де  $k$  — вартість одного канало-кілометра в залежності від типу каналу (коаксіальний кабель, "вита пара", оптико-волоконний та ін.). Залежність вартості оренди такого каналу можна представити Кусково-нелінійною апроксимацією:

$$C_{ap}^{nep}(l_{ij}) = \begin{cases} -a_1 + b_1 \lg l_{ij}, & \text{якщо } l_{ij} < l_1; \\ -a_2 + b_2 \lg l_{ij}, & \text{якщо } l_1 < l_{ij} < l_2; \\ -a_3 + b_3 \lg l_{ij}, & \text{якщо } l_2 < l_{ij}. \end{cases}$$

**Таблиця 2. Результати оптимізації за двома критеріями**

№	$\alpha_1$	$\alpha_2$	Ефективна оцінка		Рішення оптимальне за Парето
			Критерій №1	Критерій №2	
1	0	1	0	646	$x_1=205;$ $x_2=115;$ $x_3=178;$
2	0,1	0,9	128	632	$x_1=194;$ $x_2=123;$ $x_3=181;$
3	0,2	0,8	197	611	$x_1=98;$ $x_2=227;$ $x_3=173;$
4	0,3	0,7	225	597	$x_1=210;$ $x_2=106;$ $x_3=184;$
5	0,4	0,6	263	593	$x_1=109;$ $x_2=219;$ $x_3=171;$
6	0,5	0,5	309	554	$x_1=221;$ $x_2=159;$ $x_3=174;$

Таким чином, зведені затрати на створення каналу передачі даних між пунктами  $x_i$  та  $x_j$ ;

$$C_{ij} = C^{nep}(h_j, l_{ij}) = (kl_{ij}E_n + C_{ap}^{nep}(l_{ij}))h_{ij} / d,$$

де  $d$  — пропускна здатність одиничного каналу передачі даних (дужки) [означають операцію вибору найближчого більшого цілого];

Оцінимо зведені затрати переробки трафіку сервером, які складаються із капітальних та експлуатаційних затрат. Капітальні затрати на створення серверу в залежності від продуктивності задаються співвідношеннями:

$$C_{кан}^{серв}(P) = \sum_{i=1}^{I_1} \alpha_{i,к} P^{\beta_{i,к}},$$

де  $\alpha_{i,к} > 0$ ;  $0 < \beta_{i,к} \leq 1$ .

Експлуатаційні затрати на утримання сервера:

$$C_{ек}^{серв}(P) = \sum_{i=1}^{I_2} \alpha_{i,ек} P^{\beta_{i,ек}},$$

де  $\alpha_{i,ек} > 0$ ;  $0,4 < \beta_{i,ек} \leq 0,9$ .

Зведені затрати на створення сервера продуктивністю  $P$ :

$$C_{зв}^{серв} = C_{кан}^{серв}(P)E_n + C_{ек}^{серв}(P).$$

Необхідно визначити місця розміщення серверів

$\{y_i^*\} \in Y^*$ , а також множину абонентів  $X_y$ , які обслуговуються кожним з них. При цьому повинен забезпечуватися мінімум зведених затрат на передачу та обробку трафіку в мережі за умови повного задоволення в інформаційних потребах всіх абонентів мережі.

Побудуємо математичну модель задачі оптимального розміщення серверів та зв'язаних з ними абонентів. Введемо наступні позначення:

$X_y$  — підмножина абонентів, що знаходяться в околі (сфері тяжіння) сервера;

$H_y$  — сумарний обсяг трафіку, який обробляється сервером  $y$ ;

$$\delta_{xy} = \begin{cases} 1, & \text{якщо трафік абонента } x \text{ обробляється сервером } y, \\ 0, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

Математична модель задачі має наступний вигляд:

$$\min \sum_{y \in Y^*} \sum_{x \in X} C_{xy}^{nep}(h_x, l_{xy}) \delta_{xy} + \sum_{y \in Y^*} C_{зв}^{серв}(P) \quad (6);$$

$$\sum_{y \in Y^*} \delta_{xy} = 1, \quad \forall x \quad (7);$$

$$\sum_{x \in X^*} h_x \delta_{xy} = \sum_{x \in X_y} h_x = H_y \quad (8);$$

$$P_y \geq \gamma H_y \quad (9),$$

де  $\gamma$  — деякий коефіцієнт для оцінки необхідної продуктивності сервера  $P_y$  за величиною  $H_y$ ;

(7) — означає, що трафік будь-якого абонента повинен бути оброблений на одному із серверів;

(8) — сумарний обсяг трафіку, що обробляється на кожному із серверів;

(9) — необхідна продуктивність сервера  $y$ .

Визначення оптимального рівня надання матеріально-технічних засобів для послуг зв'язку при імовірнісному попиті. Для вибору обсягів інвестицій у виробництво продуктів за кожним з проектів необхідно враховувати оптимальний рівень матеріально-технічних засобів, що дозволить зекономити на ресурсах і збільшити прибуток. Дослідимо можливий стан системи при імовірнісному попиті з метою визначення оптимального обсягу надання матеріально-технічних засобів за кожним проектом. Це визначить обсяги інвестицій, які будуть основними параметрами моделі. Нехай:

$C(y-z)$  — витрати на надання  $i$ -тої послуги;  
 $z$  — наявний резерв матеріально-технічних засобів, од.;

$y$  — обсяг замовлення матеріально-технічних засобів ( $y \geq z$ );

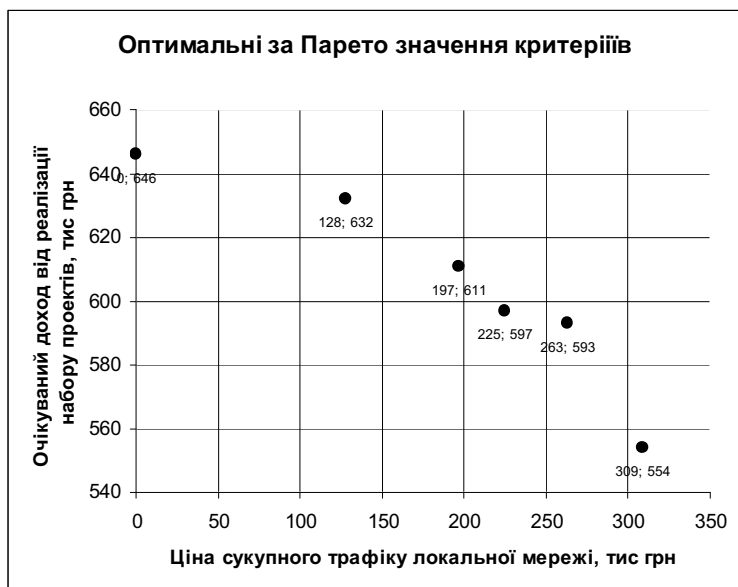
$x$  — величина випадкового попиту на послугу за певний період  $t$ ;

$f(x)$  — щільність розподілу попиту за певний період  $t$ ;

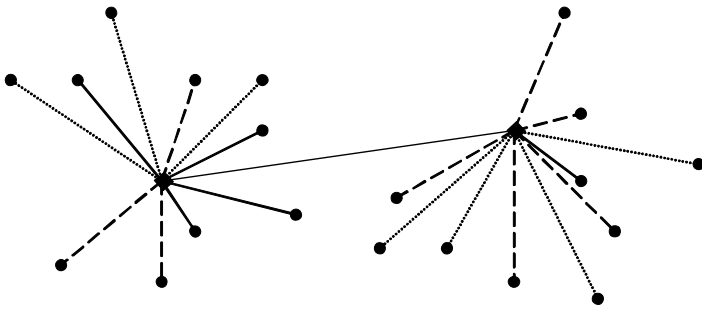
$S(y-x)$  — питомі затрати, пов'язані з нереалізацією запланованої послуги протягом певного періоду  $t$ ;

$P(x-y)$  — питомі затрати від незадоволеного попиту на телекомунікаційну послугу (штраф за дефіцит) на одиницю обсягу надання послуги протягом часу  $t$ ;

Визначимо оптимальний обсяг надання ма-



**Рис. 1. Множина Парето**



- лінія зв'язку, що вводиться на 1-му етапі;
- - - - лінія зв'язку, що вводиться на 2-му етапі;
- · — лінія зв'язку, що вводиться на 3-му етапі;
- ◆ сервер;
- абонент.

**Рис. 2 . Розвиток структури локальної мережі  $a_1=0$  та  $a_2=1$**

теріально-технічних засобів  $y^*$ , який мінімізує сумарні очікувані затрати, пов'язані із наданням певного рівня послуг, резервуванням матеріально-технічних засобів для надання послуг та незадоволеним попитом. Розглянемо частковий випадок моделі при імовірнісному попиті, коли функції затрат  $P(u)$ ,  $S(u)$ ,  $C(u)$  — лінійні. В цьому випадку величину  $y^*$  можна визначити аналітично:

$$S(y-x) = S \cdot (y-x), \quad P(x-y) = P \cdot (x-y), \quad C(y-z) = C \cdot (y-z).$$

Тоді математичне сподівання загальних витрат підприємства за період  $t$  становить:

$$L_t(y, z) = S \int_0^y (y-x)f(x)dx + P \int_y^\infty (x-y)f(x)dx + C(y-z),$$

$$\frac{\partial L_t(y, z)}{\partial y} = S \int_0^y f(x)dx - P \int_y^\infty f(x)dx + C = 0 = SF(y) - P(1-F(y)) + C = 0.$$

Для знаходження оптимального обсягу надання матеріально-технічних засобів отримуємо рівняння:

$$F(y) = \frac{P-C}{P+S},$$

де  $F(y)$  — функція розподілу випадкового попиту.

Тому для показникового розподілу попиту отримуємо такий оптимальний обсяг надання матеріально-технічних засобів:

$$F(y^*) = 1 - e^{-\frac{y}{\mu T}} = \frac{P-C}{P+S}, \quad y^* = \mu T \ln \frac{P+S}{C+S}.$$

Для рівномірного розподілу:

$$F(y^*) = \frac{1}{b-a} = \frac{P-C}{P+S}, \quad y \in [a, b];$$

$$y^* = \frac{b(P-C) + a(C+S)}{P+S}.$$

Для нормального розподілу не можна аналітично виразити  $y^*$ , але використовуючи функцію Лапласа можна записати:

$$F(y^*) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = \Phi_0\left(\frac{y-a}{\sigma}\right) - \Phi_0\left(\frac{-\infty-a}{\sigma}\right) = \Phi_0\left(\frac{y-a}{\sigma}\right) + 0,5 = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{y-a}{\sigma}\right).$$

$$F(y^*) = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{y-a}{\sigma}\right) = \frac{P-C}{P+S};$$

$$\Phi_0\left(\frac{y-a}{\sigma}\right) = \frac{0,5(P-S) - C}{P+S}.$$

Для закону розподілу Релея отримаємо:

$$F(y^*) = 1 - e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} = \frac{P-C}{P+S}, \quad y^* = \sigma \sqrt{2 \ln \frac{P+S}{S+C}}.$$

Нелінійну багатокритеріальну задачу можна вирішити методом динамічного програмування [7]. Однак її основна трудність у тому, що потрібно знаходити оптимальний план за двома показниками ефективності. Також необхідно відшукувати оптимальні структури мережі для кожного можливого розподілу затрат. Все це пов'язано з великим обсягом розрахунків ("прокляття розмірності").

Основне рекурентне співвідношення можна записати в наступному вигляді:

$$\Lambda_i(\xi) = \max_{w_i \leq \xi} \{ \lambda \max_{S_i} H(S_i(w_i) / S_{i-1}) \alpha_i + (1-\lambda) D_i(w_i) + \Lambda_{i-1}(\xi - w_i) \},$$

при обмеженнях:

$$w_i \leq w_i^{cp}, \quad \xi = 0, \xi_1, \dots, W.$$

Алгоритм розв'язку реалізований у програмному середовищі Delphi. Основні результати наведено на рис. 1.

## ВИСНОВКИ

У даній роботі розроблено інвестиційну програму Інтернет-провайдера умовах ризику за критеріями максимізації сукупного доходу та максимізації ціни сукупного трафіку. Для кожного розподілу капіталовкладень за періодами визначено оптимальну структуру локальної мережі, що забезпечує задані потреби абонентів у передачі даних, за критерієм мінімізації витрат на її побудову. При цьому також мінімізовано затрати на закупівлю необхідного обладнання, враховуючи різні закони розподілу попиту.

Метод векторного динамічного програмування реалізовано у програмному середовищі Delphi, що дозволяє отримувати результати моделювання для різних наборів вхідних даних.

Перспектива подальших досліджень полягає у врахуванні більшої кількості показників ефективності функціонування локальної мережі.

## Література:

1. Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике. — М.: Наука, 1972. — 227 с.
  2. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: навч. Посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 452 с.
  3. Зайченко Ю.П., Гонта Ю.В. Структурная оптимизация сетей ЭВМ. — К.: Техніка, 1986. — 168 с.
  4. Зайченко Ю.П. Алгоритмы топологической оптимизации сетей передачи данных и ЭВМ // Упр. системы и машины. — 1977. — №4. — С. 14—19.
  5. Янбух Г.Ф., Эттингер Б.Я. Методы анализа и синтеза сетей ЭВМ. — Л.: Энергия, 1980. — 94 с.
  6. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: підручн. для вищ. навч. закл., що навч. за напр. "Прикладна математика" та "Комп'ютерні науки" / Ю.П. Зайченко. — 5-е вид. перероб. і доп. — К.: ЗАТ "ВІПОЛ", 2001. — 688 с.
  7. Коган Д.И. Динамическое программирование и дискретная многокритериальная оптимизация: учебное пособие. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 2004. — 150 с.
  8. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. — К.: ТОВ "Борисфен-М", 1996. — 336 с.
  9. Таха Хемди А. Введение в исследование операций. — М.: Вильямс, 2005. — 903 с.
- Стаття надійшла до редакції 03.02.2010 р.