

УДК 004.942:519.21:330.04

О. О. Піддубна,
к. е. н., завідувач кафедри економічної кібернетики Обласного комунального вищого
навчального закладу "Інститут підприємництва "Стратегія"
О. Б. Литвинова,
старший викладач кафедри економічної кібернетики Обласного комунального вищого
навчального закладу "Інститут підприємництва "Стратегія"

МЕТОДИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В АНАЛІЗІ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

O. Piddubna,
Candidate of Economic Scienc, head of Department of Economic cybernetics regional municipal higher educational
institution "Strategy", the Institute for Entrepreneurship, Zhovti Vody
O. Litvinova,
Senior lecturer of Department of Economic cybernetics regional municipal higher educational institution "Strategy",
the Institute for Entrepreneurship, Zhovti Vody

METHODS OF SIMULATION IN THE ANALYSIS OF THE ECONOMIC SYSTEMS

Використання методів імітаційного моделювання і сучасних інформаційних технологій підвищує ефективність управління сучасним підприємством. На сьогодні використання методу Монте-Карло у практичній діяльності залишається не достатньо поширеним, бо він вимагає обробку великих масивів даних. Основу метода Монте-Карло становить одержання великого числа реалізацій випадкового процесу, який формується так, щоб імовірнісні характеристики (математичні очікування, імовірність деяких подій, імовірність попадання траєкторії процесу в деяку область тощо) дорівнювали певним величинам задачі, яка розв'язується. Побудова моделі з використанням даного методу може ґрунтуватися на розподілі випадкових величин у досліджуваному процесі. Множину реалізацій можна використати як деякий штучно отриманий статистичний матеріал, що обробляється звичайними методами математичної статистики. Створення ефективної системи застосування ІТ є одним з аспектів забезпечення достатнього рівня якості для розрахунку систем масового обслуговування методами Монте-Карло.

The using of methods of simulation and modern information technologies promotes efficiency of management of modern enterprise. Today, the use of method Monte-Carlo in practical activity remains widespread not enough, because he requires treatment of large volumes of information. Basis of method of Monte Carlo is a receipt of large number of realization of casual process, which is formed so that probabilistic descriptions (expected values, probability of some events, probability of hit of trajectories of process in some area and other) equaled the certain sizes of task which decides. The construction of model with the use of this method can be based on distributing of casual sizes in the probed process. The great number of realization can be used as some artificially got statistical material which is processed the ordinary methods of mathematical statistics. Creation of the effective system of the use IT is one of aspects of providing of sufficient level of quality for the calculation of the queuing of Monte-Carlo methods systems.

Ключові слова: інформаційні технології, імітаційне моделювання, метод Монте-Карло, обслуговування замовлень, імовірнісні характеристики.

Key words: information technologies, simulation, method of Monte-Carlo, maintenance of requests, probabilistic descriptions.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

На даному етапі розвитку економіки інформаційні технології можна вважати атрибутом успішного сучасного підприємства. ІТ значно розширюють можливості використання інформаційних ресурсів у різних галузях

спільної діяльності. Одним з найпотужніших методів аналізу економічних систем є імітаційне моделювання (simulation), що є процесом проведення експериментів з математичними моделями складних систем реального світу за допомогою інформаційних технологій. Ство-

рення ефективної системи застосування ІТ є одним з аспектів забезпечення достатнього рівня якості для розрахунку систем масового обслуговування методами Монте-Карло.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Дослідженням даного питання займалися як іноземні, так і вітчизняні науковці. Проблеми специфікації та застосування імітаційного моделювання в економічних системах викликали у працях багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених, зокрема Костробій П.П., Леманн Д., Личкіна Н.Н., Колосов А.Є., Трахтенгерц Е.А., Цвіркун А.Д., Хемді А. Таха, Море Е., Стоун Д., Робертсон Т., Метрополіс Н. і Улам С. У наукових працях Жарова В.С. зазначено, що в умовах розвитку ринкової економіки основним методом моделювання розвитку різних економічних систем є імітаційне моделювання на основі використання існуючих взаємозв'язків між економічними показниками [1]. Аналіз літератури показав, що методи імітаційного моделювання, а саме метод Монте-Карло, представляють інтерес для дослідження невизначених (стохастичних) економічних об'єктів і процесів, коли не повністю (до певної міри) є відомими внутрішні взаємодії в цих системах. Даний метод дає змогу відтворити процес за допомогою стохастичної математичної моделі та обчислити характеристики цього процесу.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Імітаційне моделювання (машинна імітація) — особлива форма проведення експериментів на ЕОМ з математичними моделями, які з певним ступенем ймовірності описують закономірності функціонування реальних систем і об'єктів. Це метод, що дозволяє будувати моделі процесів, що описують, як ці процеси проходили б насправді. Таку модель можна "програти" в часі як для одного випробування, так і заданої їх кількості. При цьому результати визначатимуться випадковим характером процесів. За цими даними можна отримати достатньо стійку статистику [2]. Імітаційне моделювання, у порівнянні з іншими методами, дозволяє розглядати велике число альтернатив, покращувати якість управлінських рішень і точніше прогнозувати їх наслідки. Проте на сьогодні використання цього методу у практичній діяльності залишається не досить поширеним, бо він має складний математичний апарат і необхідність в обробці великих масивів даних.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Імітаційне моделювання як інструмент експериментального дослідження складних систем, охоплює методологію створення моделей систем, методи алгоритмізації та засоби програмних реалізацій імітаторів, планування, організацію і виконання на ЕОМ експериментів з імітаційними моделями, машинну обробку даних та аналіз результатів. При цьому динамічні і стохастичні характеристики реальних процесів відображаються в моделі за допомогою спеціально сконструйованих процедур [3].

На сьогоднішній день імітаційне моделювання є потужним аналітичним засобом, що ввібрав у себе весь

арсенал новітніх інформаційних технологій, включаючи об'єктно-орієнтоване програмування, Internet-рішення, розвинені графічні оболонки для цілей конструювання моделей та інтерпретації вихідних результатів моделювання, мультимедійні засоби і відео, що підтримують анімацію в реальному масштабі часу тощо.

Слід зазначити, що імітаційне моделювання розглядається сьогодні як обов'язковий етап у прийнятті важливих управлінських рішень на підприємствах, що активно застосовують у своїй діяльності сучасні ІТ. Підприємства залучають на допомогу управлінцям системи, які сприяють прийняттю стратегічних управлінських рішень, інструменти підтримки стратегічного планування на основі комп'ютерного імітаційного моделювання, що дають можливість відобразити складні нелінійні взаємодії у бізнесі, дають оцінку наслідкам реалізації різних сценаріїв або прогнозують подальший розвиток подій [4].

Імітаційне моделювання використовується як в економіці, так і в багатьох інших науках. Одним з методів, що має найбільшу популярність, є метод Монте-Карло.

Теоретичні основи методу Монте-Карло. Долати значну кількість недоліків, властивих деяким аналітичним методам, що оцінюють ефективність проектів, дозволяє метод Монте-Карло, який є одним із потужних засобів проведення аналізу реальних економічних систем. В основу даного методу, у тому числі і стохастичної імітації, закладено синтез, а також методи аналізу чутливості і сценаріїв.

Метод Монте-Карло — це чисельний метод, основу якого становить одержання великого числа реалізацій випадкового процесу, який формується так, щоб імовірнісні характеристики (математичні очікування, імовірність деяких подій, імовірність попадання траєкторії процесу в деяку область тощо) дорівнювали певним величинам задачі, яка розв'язується.

Метод Монте-Карло ґрунтується на імітації масового процесу шляхом вирахування його ходу, в якому випадкові коливання визначаються за допомогою жеребу або таблиці випадкових чисел. Економічний експеримент може замінюватися статистичними випробуваннями моделі економічного процесу. Побудова цієї моделі може ґрунтуватися на розподілі випадкових величин у досліджуваному процесі.

Сутність методу Монте-Карло полягає в тому, що замість аналітичного описання системи масового обслуговування здійснюється "розігрування" випадкового процесу, який відбувається в системі масового обслуговування, шляхом спеціально організованої процедури. В результаті такого "розігрування" здійснюється кожного разу нова, відмінна від інших реалізація випадкового процесу. Цю множину реалізацій можна використати як деякий штучно отриманий статистичний матеріал, що обробляється звичайними методами математичної статистики. Після такої обробки можуть бути отримані майже будь-які характеристики обслуговування [5].

Застосування табличного процесора MS Excel для вивчення методу Монте-Карло. Представлений метод використовують для моделювання різних фізичних, економічних і інших процесів. В основу методу Монте-Карло

Номер замовл. i	Випадкове число r _i	- ln r _i	Час між двома послідовними замовленнями tau(i) = 2(- ln r _i)	Момент надходження замовлення T _i = T _(i-1) + tau(i)
1				
2	0,69	=LN(C21)		

Рис. 1. Визначення логарифму випадкового числа

$$\tau(i) = 2(-\ln r_i)$$

$$t(i) = 0,50(-\ln R_i)$$

Номер замовл. i	Випадкове число r _i	- ln r _i	Час між двома послідовними замовленнями tau(i) = 2(- ln r _i)	Момент надходження замовлення T _i = T _(i-1) + tau(i)
1				
2	0,69	0,371	=C\$14*D21	

Рис. 2. Визначення часу між двома послідовними замовленнями

Номер замовл. i	Випадкове число r _i	- ln r _i	Час між двома послідовними замовленнями tau(i) = 2(- ln r _i)	Момент надходження замовлення T _i = T _(i-1) + tau(i)
1				0
2	0,69	0,371	0,74	=I20+F21

Рис. 3. Визначення моменту надходження замовлення

Номер замовл. i	Випадкове число r _i	- ln r _i	Час між двома послідовними замовленнями tau(i) = 2(- ln r _i)	Момент надходження замовлення T _i = T _(i-1) + tau(i)
1				0
2	0,69	0,371	0,74	0,74
3	0,07	2,659		
4	0,49	0,713		
5	0,41	0,892		
6	0,38	0,968		
7	0,87			
8	0,63			

Рис. 4. Заповнення таблиці для визначення моментів надходжень замовлень

лежить метод статистичних випробувань. Суть його полягає в тому, що результат випробування ставиться в залежність від значення деякої випадкової величини, розподіленої по заданому закону. Тому результат кожного окремого випробування носить випадковий характер.

Номер замовл. i	Випадкове число r _i	- ln r _i	Час між двома послідовними замовленнями tau(i) = 2(- ln r _i)	Момент надходження замовлення T _i = T _(i-1) + tau(i)
1				0
2	0,69	0,371	0,74	0,74
3	0,07	2,659	5,32	6,06
4	0,49	0,713	1,43	7,49
5	0,41	0,892	1,78	9,27
6	0,38	0,968	1,94	11,21
7	0,87	0,139	0,28	11,48
8	0,63	0,462	0,92	12,41
9	0,79	0,236	0,47	12,88
10	0,19	1,661	3,32	16,20
11	0,76	0,274	0,55	16,75
12	0,35	1,050	2,10	18,85
13	0,58	0,545	1,09	19,94
14	0,4	0,916	1,83	21,77 (Сторп)

Рис. 5. Таблиця визначення моментів надходжень замовлень

Принципова особливість методу полягає в тому, що він гарантує високу якість статистичних оцінок тільки при величезному числі випробувань, яке неможливо виконати без допомоги комп'ютера.

За допомогою табличного процесора можна досить просто продемонструвати основні особливості даного методу.

Застосуємо інформаційні технології для розрахунку системи масового обслуговування з відмовами методом Монте-Карло.

Нехай в одноканальну систему масового обслуговування з відмовами надходить пуассоновський потік замовлень. Час між моментами надходження двох послідовних замовлень розподілено по закону $f(\tau) = 0,5e^{-0,5\tau}$; час обслуговування замовлень випадковий і розподілений по закону $f_1(t) = 2e^{-2t}$. Знайти методом Монте-Карло за час $T = 20$ хв: а) середнє число обслужених замовлень; б) середній час обслуговування одного замовлення; в) ймовірність обслуговування; г) ймовірність відмови. Провести шість випробувань [6].

Для визначеності будемо брати випадкові числа з двома десятковими знаками після коми з таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел при розігруванні τ_j починаючи з першого рядка знизу, а при розігруванні t_j — починаючи з першого рядка зверху.

Час між моментами надходження двох послідовних замовлень розподілено за законом $f(\tau) = 0,5e^{-0,5\tau}$, тому значення τ_j розіграємо за формулою:

$$\tau_i = -\left(\frac{1}{0,5}\right) \ln r_i = 2(-\ln r_i).$$

Випадкові числа τ_j беремо з таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел, починаючи з першого рядка знизу.

Час обслуговування замовлень розподілено по закону $f_1(t) = 2e^{-2t}$, тому значення t_j розіграємо за формулою

$$t_i = -\left(\frac{1}{2}\right) \ln R_i = 0,5(-\ln R_i).$$

Випадкові числа R_i беремо з таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел, починаючи з першого рядка зверху.

Нехай $T_1 = 0$ — момент надходження першого замовлення. По випадковому числу $r_1 = 0,10$, розіграємо тривалість часу обслуговування першого замовлення (у хв):

$$t_1 = 0,5(-\ln 0,10) = 0,5 \cdot 2,30 = 1,15.$$

Номер замовл. i	Випадкове число R_i	$-\ln r_i$	Тривалість обслуговування замовлення $t_i = 0,50 (-\ln R_i)$	Момент			Лічильник	
				надходж. замовл.	початку обслуг.	закінчення обслуг.	обслужених замовлень	відмов
1	0,1	2,30	1,15	0	0	1,15		
2				0,742	=ЕСЛИ(H41<J40;0;H41)			

Рис. 6. Визначення моменту початку обслуговування

Номер замовл. i	Випадкове число R_i	$-\ln r_i$	Тривалість обслуговування замовлення $t_i = 0,50 (-\ln R_i)$	Момент			Лічильник	
				надходж. замовл.	початку обслуг.	закінчення обслуг.	обслужених замовлень	відмов
1	0,1	2,30	1,15	0	0	1,15	1	0
2				0,742	0,00	0,00	0	1
3	0,09	2,41	1,20	6,061	6,06	=F42+I42		

Рис. 7. Визначення моменту закінчення обслуговування

Номер замовл. i	Випадкове число R_i	$-\ln r_i$	Тривалість обслуговування замовлення $t_i = 0,50 (-\ln R_i)$	Момент			Лічильник	
				надходж. замовл.	початку обслуг.	закінчення обслуг.	обслужених замовлень	відмов
1	0,1	2,30	1,15	0	0	1,15	1	0
2				0,742	0,00	0,00	0	1
3	0,09	2,41	1,20	6,061	6,06	7,26	1	0
4	0,73	0,31	0,16	7,487	7,487	7,64	=ЕСЛИ(H43<J42;0;1)	

Рис. 8. Заповнення лічильника обслужених замовлень

Номер замовл. i	Випадкове число R_i	$-\ln r_i$	Тривалість обслуговування замовлення $t_i = 0,50 (-\ln R_i)$	Момент			Лічильник	
				надходж. замовл.	початку обслуг.	закінчення обслуг.	обслужених замовлень	відмов
1	0,1	2,30	1,15	0	0	1,15	1	0
2				0,742	0,00	0,00	0	1
3	0,09	2,41	1,20	6,061	6,06	7,26	1	0
4	0,73	0,31	0,16	7,487	7,487	7,64	1	=ЕСЛИ(H43<J42;1;0)

Рис. 9. Заповнення лічильника відмов

Момент закінчення обслуговування першого замовлення $T_1 = 1,15 = 0 + 1,15 = 1,15$. У лічильник обслужених замовлень записуємо одиницю.

По випадковому числу $r_2 = 0,69$ розігруємо час (у хв) між моментами надходження першого і другого замовлення:

$$\tau_2 = 2(-\ln 0,69) = 2 \cdot 0,37 = 0,74.$$

Перше замовлення надходить у момент $T_1 = 0$. Звідси слідує, друге замовлення надходить у момент $T_2 = T_1 + 0,74 = 0 + 0,74 = 0,74$.

У цей момент канал зайнятий обслуговуванням першого замовлення ($0,74 < 1,15$), тому друге замовлення отримує відмову. У лічильник відмов записуємо одиницю.

За черговим випадковим числом $r_3 = 0,07$ розіграємо час між моментами надходження другого і третього замовлення:

$$\tau_3 = 2(-\ln 0,07) = 2 \cdot 2,66 = 5,32.$$

Друге замовлення надходить у момент $T_1 = 0,74$. Звідси слідує, третє замовлення надходить у момент $T_3 = T_2 + 0,74 = 5,32 + 0,74 = 6,06$. В цей момент канал уже вільний ($6,06 > 1,15$), тому він обслужить третє замовлення. У лічильник обслужених замовлень записуємо одиницю.

Подальший розрахунок зрозумілий з таблиць, що розраховані за допомогою табличного процесора MS Excel.

Спочатку послідовно визначимо моменти надходжень замовлень $T_i = T_{i-1} + \tau_i$.

Далі, за допомогою функцій табличного процесора MS Excel послідовно

Таблиця 1. Таблиця розрахункових значень

Номер замовл. i	Випадкове число R_i	$-\ln r_i$	Тривалість обслуг. замовлення t_i	Момент			Лічильник	
				Надходж. замовлення	Початку обслуг.	Закінчення обслуг.	Обслуг. замовлень	Відмов
1	0,1	2,30	1,15	0	0	1,15	1	0
2				0,742	0,00	0,00	0	1
3	0,09	2,41	1,20	6,061	6,06	7,26	1	0
4	0,73	0,31	0,16	7,487	7,487	7,64	1	0
5	0,25	1,39	0,69	9,271	9,271	9,96	1	0
6	0,33	1,11	0,55	11,206	11,206	11,76	1	0
7				11,484	0,000	0,00	0	1
8	0,76	0,27	0,14	12,408	12,408	12,55	1	0
9	0,52	0,65	0,33	12,880	12,880	13,21	1	0
10	0,01	4,61	2,30	16,20	16,201	18,50	1	0
11				16,750	0,000	0,00	0	1
12	0,35	1,05	0,52	18,850	18,850	19,37	1	0
13	0,86	0,15	0,08	19,939	19,939	20,01	1	0
			7,13				10	3

Номер випробування j	Надійшло замовлень $N_{j \text{ надх.}}$	Обслужені замовлення $N_{j \text{ обсл.}}$	Тривалість обслуговування $t_{j \text{ обсл.}}$	Сер. час обслуговування $\bar{t}_{j \text{ обсл.}}$	Ймовірність обслуговування $\bar{P}_{j \text{ обсл.}}$	Ймовірність відмови $\bar{P}_{j \text{ відмови}}$
1	13	10	7,13	0,71	0,77	0,23
2	6	6	3,91	0,65	1,00	0,00
3	11	10	2,85	0,28	0,91	0,09
4	8	7	4,58	0,65	0,88	0,13
5	13	11	4,03	0,37	0,85	0,15
6	9	7	6,61	0,94	0,78	0,22
	60	51		3,61	5,18	

Рис. 10. Зведена таблиця розрахункових значень після 6-ти випробувань

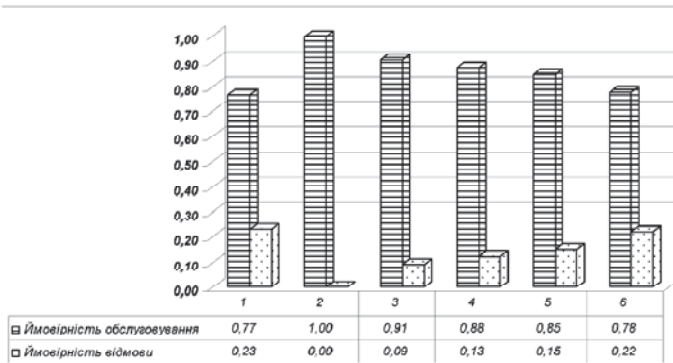


Рис. 11. Графічне зображення значень ймовірностей обслужених замовлень та відмов

заповнюємо всю таблицю розтягуючи формули відповідно по кожному стовпчику.

Розрахунки закінчують, коли момент надходження замовлення $T_{\text{н}} \geq 20$.

Наступним кроком є розрахунок тривалості обслуговування, моментів надходження, початку і закінчення обслуговування, заповнення лічильника обслужених або відхилених замовлень.

В результаті виконання розрахунків отримали таблицю 1, яку заповнили за допомогою табличного процесора MS Excel.

Після 1-го випробування можемо зробити наступні висновки. Загалом було проведено 13 випробувань, обслужені 10 замовлень, тривалість обслуговування замовлень склала 7,13 хв, середній час обслуговування склав 0,71 хв, ймовірність обслуговування склала 0,77, а ймовірність відмови в обслуговуванні — 0,23 частки.

Після проведення 6-ти випробувань з використанням різного набору випадкових чисел отримали наступні результати, які представлено на рисунку 10.

Як бачимо з розрахунків, у своїй більшості замовлення були обслужені. Лише 15 % з усієї групи замовлень отримали відмови у обслуговуванні. Графічно значення ймовірностей обслужених замовлень і відмов представлено на рисунку 11.

ВИСНОВКИ

Застосування електронних таблиць спрощує роботу з даними і дозволяє отримувати результати без проведення розрахунків уручну або спеціального програмування. Широке застосування електронні таблиці знайшли не тільки в економічних і бухгалтерських розрахунках, але і в науково-технічних завданнях електронні таблиці можна використовувати ефективно, наприклад, для проведення однотипних розрахунків над великими наборами даних;

автоматизації підсумкових обчислень; обробки результатів експериментів; проведення пошуку оптимальних значень параметрів; підготовки табличних документів; побудови діаграм і графіків за наявними даними.

Література:

1. Жаров В.С. Методология прогнозирования развития экономики региона сырьевой направленности // Сборник докладов на Всероссийской научно-практической конференции "Методология регионального прогнозирования". — М.: СОПС, 2003. — С.78—93.
2. Павленко Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз // Модель ІН91М — 14. МEGУ, Рівне, 2010. — 86 с.
3. Ситник В.Ф., Орленко Н.С. Імітаційне моделювання: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. — К.: КНЕУ, 1999. — 208 с.
4. Ібрагімов Е.Е. Моделювання виведення нового товару на ринок у системі корпоративного управління підприємством [Текст] / Е.Е. Ібрагімов // Маркетинг і менеджмент інновацій. — № 3. — 2012. — С. 21—30.
5. Купалова Г.І. Теорія економічного аналізу. Навч. посіб. — К.: Знання, 2008. — 639 с.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 5-е, стер. — М.: Высш. шк., 1999. — 400 с.:

References:

1. Zharov, V.S. (2003), Metodologiya prognozirovaniya razvitiya ekonomiki regiona sirjevoy napravlenosti [Methodology of prognostication of development of economy of region of raw material orientation], Collection of lectures at All-russian scientific practical conference "Methodology of regional prognostication", SOPS, Moscow, Russia.
2. Pavlenko, R.M. (2010), Pobudova i doslidjennya matematichnoi modeli yakosti zasvoennya bazovoi disciplini metodom statistichnih viprobuvanij Monte Karlo. Mnoginniy regresijnyy analiz [Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline the method of statistical tests of Monte Carlo. Plural regressive analysis], MEGU, Rivne, Ukraine.
3. Sitnik, V.F. and Orlenko, N.S. (1999), Imitacijne modelyuvannya [Imitation design], KNEU, Kyiv, Ukraine.
4. Ibragimov, E.E. (2012), "Design of leadingout of new commodity to the market in the system of corporate management an enterprise", Marketing i menedgment innovacij, vol. 3, pp 21—30.
5. Kupalova, G.I. (2008), Teoriya ekonomichnogo analizu. [Theory of economic analysis], Znannya, Kyiv, Ukraine.
6. Gmurman, V.E. (1999), Rukovodstvo k resheniyu zadach po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike [Guidance to the decision of tasks on the theory of chances and mathematical statistics], Visshaja shkola, Moscow, Russia. *Стаття надійшла до редакції 07.11.2013 р.*