

УДК 378:004

Кобильник Т.П.

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка,  
Дрогобич, Україна**ВИКОРИСТАННЯ WEB-SERVCY WOLFRAM|ALPHA ДЛЯ  
РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ**

DOI: 10.14308/ite000549

Тенденція до використання віддалених мережних ресурсів в Інтернеті чітко позначилася. Традиційне навчання все більш поєднується з мережними, дистанційними технологіями, популярності набувають хмарні обчислення. Методи досліджень теорії ймовірностей використовуються в різних галузях науки. Особливої уваги заслуговує використання методів теорії ймовірностей у психологічних та педагогічних дослідженнях при статистичному аналізі експериментальних даних. Проведення таких досліджень неможливе без використання сучасних інформаційних технологій. Ураховуючи переваги web-орієнтованого програмного забезпечення, у статті схарактеризовано web-сервіс Wolfram|Alpha. Детально проаналізовано можливості використання web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач з теорії ймовірностей. На конкретних прикладах описано результати виконання запитів для розв'язування задач з теорії ймовірностей, зокрема з розділів випадкові події та випадкові величини. Розглянуто та проаналізовано задачу на число відбувань події  $A$  при  $n$  незалежних випробувань з використанням Wolfram|Alpha. Детально проаналізовано можливості використання сервісу Wolfram|Alpha для дослідження неперервної випадкової величини, що має нормальний та рівномірний розподіли ймовірностей, зокрема обчислення ймовірності потрапляння значення випадкової величини у заданий інтервал. Розглянуто задачу на застосування біноміального та гіпергеометричного розподілів ймовірностей дискретної випадкової величини та показано можливості використання сервісу Wolfram|Alpha для її розв'язування.

**Ключові слова:** теорія ймовірностей, математична статистика, розподіли ймовірностей, web-СКМ, Wolfram|Alpha

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.** Теорія ймовірностей та математична статистика є важливою складовою фундаментальної підготовки як фахівців з інформаційних технологій, так і педагогів. Теорія ймовірностей та математична статистика належить до математичних основ інформатики. Крім того, ймовірнісно-статистичні методи використовуються в різних галузях науки, зокрема біології, медицині, моделюванні, розпізнаванні образів, прийнятті рішень, психології, педагогіці тощо. Для майбутніх учителів (не тільки інформатики, фізики чи математики) знання методів теорії ймовірностей та математичної статистики є необхідними для здійснення аналізу даних у психолого-педагогічних дослідженнях. Тут слід відзначити навчальний посібник [1], у якому стисло подано основи теорії ймовірностей та математичної статистики та детально розглянуто методи перевірки статистичних гіпотез, що виникають під час опрацювання результатів психолого-педагогічних експериментів.

Сьогодні неможливо уявити навчальний процес в університеті, в тому числі і педагогічному, без використання сучасних інформаційних технологій. У навчанні студентів фізико-математичних, природничих спеціальностей педагогічного університету використовується програмне забезпечення як загального, так і спеціального призначення. Як зазначено у підручнику [5, с. 7], «внаслідок стрімкого розвитку персональних ЕОМ з'явилися

широкого використання їх для вирішення прикладних програм на основі теорії ймовірностей та математичної статистики, зокрема на основі статистичного моделювання». Зокрема, для супроводу навчання дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика», як правило, обирають програму MS Excel [2; 11]. Окремо слід відзначити підручник [5], де подано основи теорії ймовірностей та математичної статистики та у якому для побудови графічних зображень, обчислення значень виразів, визначених інтегралів, аналізу статистичних даних, визначення числових характеристик розподілів ймовірностей, в тому числі статистичних, передбачається використання відповідних комп'ютерних програм, зокрема Gran1 [6]. Крім того, для супроводу навчання дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» можна використовувати й універсальні математичні пакети (системи комп'ютерної математики) Maple чи Mathematica [8].

**Аналіз останніх публікацій.** Цікавими є дослідження Ю.В. Триуса щодо впровадження в навчальний процес ВНЗ web-СКМ SAGE та Wolfram|Alpha [15]. У статті Ю.В. Горошка та Д.А. Покришеня [3] наведено загальну характеристику бази знань Wolfram|Alpha та описано можливості використання до розв'язування окремих математичних задач. У роботі Д.А. Покришеня та Є.Ю. Носенко [9] розглянуто з коротким описом кілька програмних продуктів різних виробників з різною методичною направленістю та наведено приклади використання математичних задач у вивченні інформатики за допомогою програмних продуктів GRAN1, Wolfram|Alpha, Microsoft Mathematics 4.0. Поряд з тим існує і web-СКМ Sage, у якій реалізовано підтримку інтерфейсів, в тому числі і до комерційних СКМ. Про систему Sage є достатньо багато публікацій, зокрема цю проблематику досліджували С.О. Семеріков та його учні [12-13]. Також слід відзначити праці Ю.В. Триуса та його учнів, пов'язаних з розробкою web-орієнтованого програмного забезпечення для навчання різних дисциплін, зокрема методів оптимізації [16].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Сьогодні в навчальному процесі вищих навчальних закладів, в тому числі і педагогічних університетів, чітко визначилась тенденція до використання віддалених мережних ресурсів. Традиційне навчання все більш поєднується з мережними, дистанційними, web-орієнтованими технологіями. Власне стаття й присвячена аналізу можливостей використання web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач теорії ймовірностей.

**Метою даної роботи** є дослідження можливостей використання web-орієнтованої системи Wolfram|Alpha для розв'язування задач з теорії ймовірностей.

**Виклад основного матеріалу.** У навчанні майбутніх учителів інформатики особливу роль відіграють такі сервіси, як web-СКМ. Це пояснюється кількома причинами, серед яких слід виокремити такі: економічність, кросплатформенність, відкритість, зручність, модою на web-орієнтовані технології.

Ураховуючи наведені причини, фірма Wolfram Research створила та підтримує online-сервіс Wolfram|Alpha. Для реалізації проекту Wolfram|Alpha було використано технологію для паралельних обчислень, що заснована на GRID-Mathematica – технологію для організації GRID-обчислень у СКМ Mathematica [17].

Web-сервіс Wolfram|Alpha є доступним користувачам смартфонів фірми Apple з операційною системою iOS та Samsung з Android. З 2014 року в магазинах Nokia з'явилась безплатна версія цієї програми для смартфонів та планшетів з операційною системою Windows 8 для мобільних пристроїв під назвою Math Keyboard for Wolfram Alpha, використовуючи яку надається повний доступ до мобільної та стандартної системи Wolfram|Alpha [4].

Студент чи викладач, в якого є доступ до мережі Internet, може даним сервісом користуватися. На відміну від пошукових систем, цей ресурс не видає перелік посилань на заданий запит, а обчислює відповідь, ґрунтуючись на власній базі знань. Однією з важливих переваг даного сервісу є невибагливість до синтаксису, розробники намагались якомога ближче наблизити роботу системи до людини. Навіть якщо в записі запиту є незначні синтаксичні помилки можна отримати правильну відповідь.

Дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» вивчається, як правило, на 2-3 курсах фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Зміст курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика», як правило, містить такі розділи: випадкові події (основні поняття, аксіоми, теореми та моделі теорії ймовірностей), випадкові величини та їх числові характеристики, математична статистика (основи математичної статистики, оцінки параметрів генеральної сукупності, перевірка статистичних гіпотез, дисперсійний та кореляційний аналізи).

Розглянемо кілька задач з теорії ймовірностей та проаналізуємо можливості використання web-сервісу Wolfram|Alpha для їх розв'язування.

**Задача 1.** Ймовірність того, що електролампочка не перегорить при ввімкненні її в електромережу, є величиною сталою і дорівнює 0,9. Обчислити ймовірність того, що з п'яти електролампочок, увімкнених у електромережу не перегорять: 1) дві; 2) не більш як дві; 3) не менш як дві [7].

*Розв'язування.* За умовою задачі маємо:  $p = 0.9$ ,  $q = 0.1$ ,  $n = 5$ ,  $k = 2$ .

Згідно формул для обчислення ймовірностей того, що в результаті  $n$  незалежних випробувань за схемою Бернуллі подія  $A$  з'явиться  $k$  раз (випадок 1) та від  $k_1$  до  $k_2$  (випадки 2 та 3) отримуємо:

1. 
$$P_5(2) = C_5^2 p^2 q^3 = \frac{5!}{2!3!} (0.9)^2 (0.1)^3 = 10 \cdot 0.81 \cdot 0.001 = 0.0081$$
 ;
2. 
$$P_5(0 \leq k \leq 2) = \sum_{k=0}^2 C_5^k p^k q^{5-k} = C_5^0 p^0 q^5 + C_5^1 p^1 q^4 + C_5^2 p^2 q^3 =$$
  

$$= q^5 + 5pq^4 + 10p^2q^3 = (0.1)^5 + 5 \cdot 0.9(0.1)^4 + 10(0.9)^2(0.1)^3 = 0,00856.$$
3. 
$$P_5(2 \leq k \leq 5) = \sum_{k=2}^5 C_5^k p^k q^{5-k} = 1 - \sum_{k=0}^1 C_5^k p^k q^{5-k} = 1 - (C_5^0 p^0 q^5 + C_5^1 p^1 q^4) =$$
  

$$= 1 - (0.00001 + 0.00045) = 1 - 0.00046 = 0.99954.$$

Для розв'язування задачі засобами web-сервісу Wolfram|Alpha у рядку введення необхідно задати запит 2 successes 5 trials p=0.9. Результатом його виконання є вхідні відомості про задачу, а саме: кількість незалежних випробувань (number of trials), кількість «успіхів» (number of successes), кількість «невдач» (number of failures), значення ймовірності «успіху» (probability of successes) та значення ймовірності  $P_n(k)$  (probability of occurrence) (рис.1).

The screenshot shows the Wolfram|Alpha interface. At the top, the input is "2 successes 5 trials p=0.9". Below the input, there is a section for "Input interpretation:" which contains a table with the following data:

number of trials	5
number of successes	2
number of failures	3
probability of success	0.9

Below the table, there is a section for "Probability of occurrence:" which shows the result "0.0081" with a label "відповідь" (answer) pointing to it.

Рис. 1. Вхідні відомості про задачу та значення ймовірності  $P_5(2)$ .

На рис.2 зображено розподіл ймовірностей кількості «успіхів» у серії з 5 незалежних випробувань. На рис.3 містяться відомості про такі ймовірності:  $P_5(k < 2)$  (less than 2 successes);  $P_5(k \leq 2)$  (2 or less successes);  $P_5(2 < k \leq 5)$  (more than 2 successes);  $P_5(2 \leq k \leq 5)$  (2 or more successes), з яких вибираємо відповіді на поставлені питання у задачі.

Distribution of number of successes:

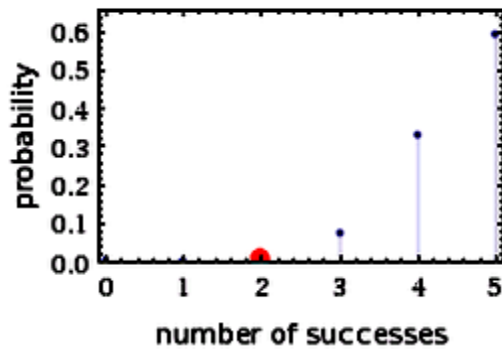


Рис. 2. Розподіл ймовірностей.

Other probability results:

	probability
less than 2 successes	$4.6 \times 10^{-4}$
2 or less successes	0.00856
more than 2 successes	0.9914
2 or more successes	0.9995

Рис. 3. Деякі значення ймовірностей.

Одним з основних понять теорії ймовірностей є поняття випадкової величини. Випадкові величини – це математичні моделі величин, що з'являються при проведенні стохастичних експериментів. Наприклад, виграш в азартних іграх, число відбувань події  $A$  при  $n$  незалежних випробувань, тривалість роботи пристроїв, помилки при вимірюваннях, екзаменаційні оцінки тощо. Випадкові величини можуть бути неперервними та дискретними.

Спочатку розглянемо неперервні випадкові величини. На практиці поряд з рівномірним розподілом ймовірностей, використовують так званий нормальний розподіл ймовірностей. Власне на такому розподілі й проаналізуємо можливості використання web-сервісу Wolfram|Alpha.

Нормальний розподіл ймовірностей з параметрами  $\mu$  та  $\sigma$  задається функцією

щільності  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ . У Wolfram|Alpha для отримання відомостей про

нормальний розподіл ймовірностей достатньо в рядку введення задати запит normal distribution або gauss distribution (рис.4).



Рис. 4. Рядок введення запиту.

Після виконання запиту отримаємо значення числових характеристик для нормально розподіленої випадкової величини з параметрами  $\mu$  та  $\sigma$  (рис.5).

Input:

normal distribution	mean	$\mu$
	standard deviation	$\sigma$ (positive)

Statistical properties: More

mean	$\mu$
standard deviation	$\sigma$
variance	$\sigma^2$
skewness	0
kurtosis	3

Рис. 5. Числові характеристики нормально розподіленої неперервної випадкової величини.

Для розподілів ймовірностей (не тільки нормального) подаються відомості про п'ять числових характеристик, а саме: математичне сподівання (mean), середнє квадратичне відхилення (standard deviation), дисперсія (variance), коефіцієнт асиметрії (skewness), коефіцієнт ексцесу (kurtosis).

Також виводяться відомості про аналітичне подання функції щільності та її графічне зображення при деяких значеннях параметрів  $\mu$  та  $\sigma$ , квантили та ін.

Аналогічно можна отримати відомості й про інші розподіли ймовірностей, серед яких виокремимо такі: гамма (gamma distribution), логнормальний (log-normal distribution), Коші (cauchy distribution), рівномірний (uniform distribution), t-Стюдента (student's t distribution), Фішера (F-distribution), «хі-квадрат» (chi-square distribution), експоненціальний (exponential distribution).

Для отримання деяких відомостей про властивості неперервних розподілів у запиті необхідно вказати їх. Наприклад, для отримання відомостей про інтегральну функцію для рівномірного розподілу у рядку введення необхідно задати `cdf uniform distribution` (рис. 6). Аналогічно для отримання аналітичного вигляду диференціальної функції необхідно у запиті поряд з назвою розподілу вказати `pdf`. Для отримання значень числових характеристик необхідно вказати власне числову характеристику і назву розподілу.

`cdf uniform distribution`

Result:

$$\begin{cases} \frac{x-\min}{\max-\min} & \min \leq x \leq \max \\ 1 & x > \max \end{cases}$$

Рис. 6. Інтегральна функція рівномірно розподіленої неперервної випадкової величини.

Розглянемо таку задачу.

**Задача 2.** Значення ймовірностей неперервної випадкової величини  $X$  рівномірно розподілені на інтервалі  $[2,5]$ . Побувати диференціальну та інтегральні функції для випадкової величини  $X$ , знайти її числові характеристики (математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення).

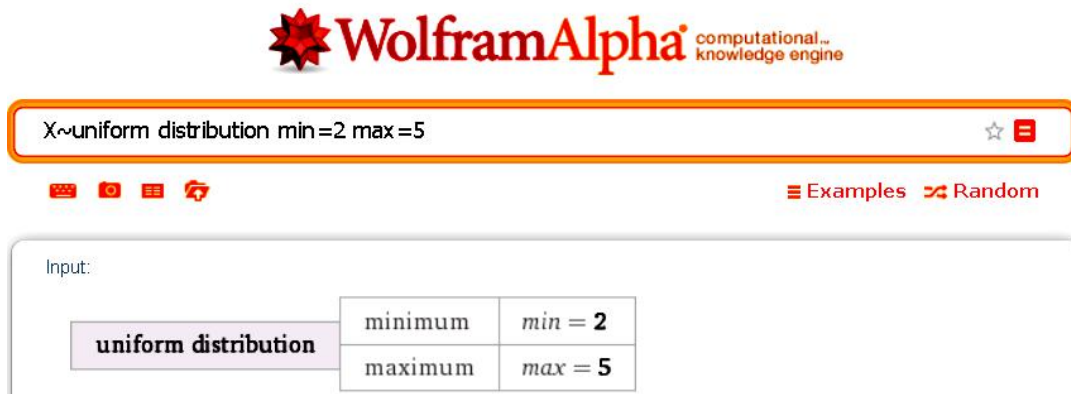
Розв'язування. Згідно [5, с. 216-217] диференціальна та інтегральна функція для рівномірно розподіленої на інтервалі [2,5] будуть відповідно такими:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{1}{3}, & x \in [2,5], \\ 0, & x \notin [2,5]. \end{cases} \text{ та } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{x-2}{3}, & x \in [2,5], \\ 1, & x \geq 5. \end{cases}$$

Математичне сподівання, дисперсія та середнє квадратичне відхилення для рівномірного розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини обчислюються таким відповідно таким чином:  $M(X) = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ ,  $D(X) = \frac{(5-2)^2}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$ ,

$$\sigma(x) = \sqrt{D(X)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,86602540.$$

Для розв'язування задачі засобами web-сервісу Wolfram|Alpha у рядку введення необхідно задати запит `X~uniform distribution min=2 max=5`. Результатом його виконання є вхідні відомості про задачу, а саме назва розподілу з відповідними параметрами (рис.7).



computational...  
knowledge engine

X~uniform distribution min=2 max=5

Examples Random

Input:

uniform distribution	minimum	min = 2
	maximum	max = 5

Рис. 7. Відомості про розподіл випадкової величини  $X$  та його параметри.

Крім того, подаються відомості про числові характеристики для даної випадкової величини (рис.8).

Statistical properties:		More +
mean	$\frac{7}{2} = 3.5$	
standard deviation	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866025$	
variance	$\frac{3}{4} = 0.75$	
skewness	0	
kurtosis	$\frac{9}{5} = 1.8$	

Рис. 8. Числові характеристики.

Отримуються також відомості про аналітичний вигляд диференціальної функції та її графік (рис.9 та рис.10).

Probability density function (PDF):

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases}$$

Рис. 9. Диференціальна функція.

Plot of PDF:

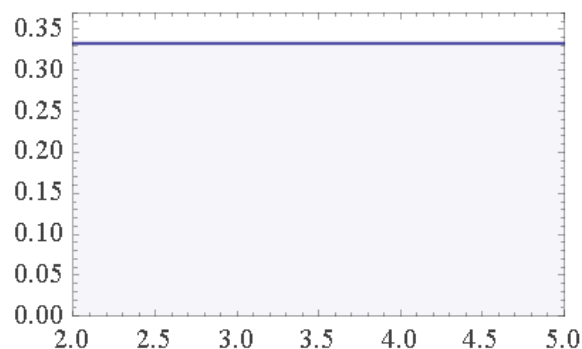


Рис. 10. Графік диференціальної функції.

Далі подаються відомості про аналітичний вигляд інтегральної функції та її графік (відповідно рис.11 та рис.12)

Cumulative distribution function (CDF):

$$P(X \leq x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3} & 2 \leq x \leq 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

Рис. 11. Інтегральна функція.

Plot of CDF:

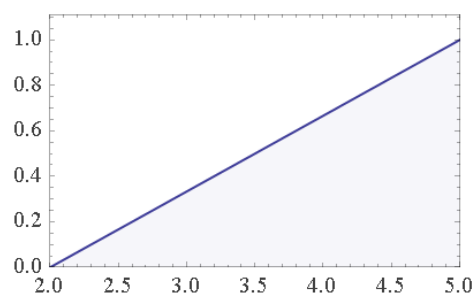


Рис. 12. Графік інтегральної функції.

Значна кількість задач пов'язана зі знаходженням ймовірності потрапляння значень випадкової величини, що має певний розподіл, у заданий інтервал.

*Задача 3.* Випадкова величина  $\xi$  має нормальний розподіл ймовірностей з параметрами  $\mu = 7$  та  $\sigma = 2$ . Обчислити ймовірність потрапляння випадкової величини  $\xi$  на відрізок  $[3,7]$  [10, с.70].

*Розв'язування.* Якщо випадкова величина  $\xi$  нормально розподілена, то

$$P(\xi \in (\alpha, \beta)) = \Phi\left(\frac{\beta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right), \text{ де } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$

$$\text{Тому } P(\xi \in (\alpha, \beta)) = \Phi\left(\frac{7-7}{2}\right) - \Phi\left(\frac{3-7}{2}\right) = \Phi(0) - \Phi(-2) \approx 0.4772.$$

Для розв'язування даної задачі з використанням web-сервісу Wolfram|Alpha скористаємось калькуляторами ймовірнісних розподілів. Слід зауважити, що у Wolfram|Alpha реалізовано тільки вісім таких калькуляторів: три для неперервних (нормальний, «хі-квадрат», t-розподіл Стьюдента) та п'ять для дискретних розподілів (біноміальний, геометричний, гіпергеометричний, Пуассона, від'ємний біноміальний розподіл). Для використання калькуляторів розподілів ймовірностей у рядку введення запиту необхідно перед назвою розподілу задати *probability*.

Використаємо калькулятор розподілів ймовірностей для задання нормально розподіленої випадкової величини  $\xi$  з параметрами  $\mu = 7$  та  $\sigma = 2$  (рис.13). Крім того, введемо значення лівої та правої меж інтервалу (*left endpoint* та *right endpoint*).

probability normal distribution

mean:

standard deviation:

left endpoint:

right endpoint:

Рис. 13. Калькулятор задання неперервної випадкової величини.

Після виконання такого запиту отримуються такі результати (рис.14 та рис.15). На рис.14 подаються відомості про такі значення ймовірностей для випадкової величини  $\xi$ :  $P(\xi < 3)$  (left-tail),  $P(\xi > 7)$  (right-tail),  $P((\xi < 3) \cup (\xi > 7))$  (outer),  $P(3 < \xi < 7)$  (inner). Останнє значення ймовірності і є відповіддю на поставлене питання задачі. На рис. 15 показано геометричну інтерпретацію задачі: значення ймовірності – це площа фігури, обмежена лініями  $x=3$ ,  $x=7$  та  $f(x)$ .

Probabilities:

$z < 3$ (left-tail)	0.02275
$z > 7$ (right-tail)	0.5
$z < 3$ or $z > 7$ (outer)	0.5228
$3 < z < 7$ (inner)	0.4772

Рис. 14. Деякі значення ймовірностей.

Plot:

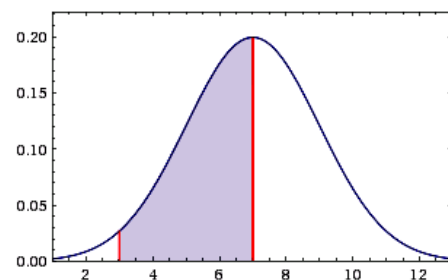


Рис. 15. Графічна інтерпретація задачі.

Зрозуміло, що для розв'язування даної задачі можна було б використати формулу, за якою обчислюється ймовірність потрапляння значення випадкової величини у заданий інтервал:

$P(a < \xi < b) = \int_a^b f(x) dx$ , де  $f(x)$  – функція щільності (у даному випадку

$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ ,  $a, b$  – відповідно ліва і права межі інтервалу (у даному випадку  $\mu=7$ ,  $\sigma=2$ ,  $a=3$ ,  $b=7$ ).

*Зауваження.* Для розв'язування задач про ймовірність потрапляння значень випадкової величини в заданий інтервал можна використовувати запит:  $P(a < X < b)$  [розподіл] [параметри розподілу]. Зокрема, для розв'язування задачі 2 можна було задати такий запит:  $P(3 < X < 7)$   $X \sim \text{normal mean}=1 \text{ sd}=2$ .

У системі Wolfram|Alpha реалізовано основні дискретні розподіли ймовірностей випадкової величини, серед яких слід виокремити такі:

- binomial distribution – біноміальний розподіл;
- geometric distribution – геометричний розподіл;
- hypergeometric distribution – гіпергеометричний розподіл;
- poisson distribution – розподіл Пуассона;
- discrete uniform distribution – дискретний рівномірний розподіл.



Проаналізуємо можливості використання Wolfram|Alpha для дослідження дискретних розподілів ймовірностей на такій задачі.

*Задача 4.* У кожному із 100 контейнерів міститься по 8 виробів першого сорту, а решта 2 – браковані. Із кожного контейнера навмання беруть по одному виробу. Визначити  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$  для дискретної випадкової величини  $X$  – поява числа виробів першого сорту серед 100 навмання взятих [7, с. 215].

*Розв'язування.* Цілочислова випадкова величина  $X$  має біноміальний розподілу ймовірностей. Із умови задачі маємо:

$$n = 100, p = 0.8, q = 0.2, k = 0, 1, 2, \dots, 100.$$

Згідно формул для обчислення математичного сподівання, дисперсії, середнього квадратичного відхилення для випадкової величини, що має біноміальний розподіл, отримується:

$$M(X) = np = 100 \cdot 0.8 = 80; D(X) = npq = 100 \cdot 0.8 \cdot 0.2 = 16; \sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{16} = 4.$$

Для розв'язування даної задачі з використанням web-сервісу Wolfram|Alpha вказати розподіл (binomial distribution), що має випадкова величина, та його параметри ( $n=100$   $p=0.8$ ) (рис.16). Після виконання такого запиту отримується таблиця результатів з числовими характеристиками випадкової величини  $X$  (рис.17).

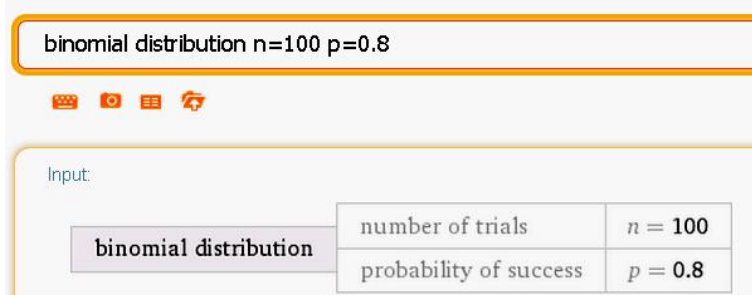


Рис. 16. Рядок введення запиту та відомості про параметри розподілу.

Statistical properties:

mean	80.
standard deviation	4.
variance	16.
skewness	-0.15
kurtosis	3.0025

Рис. 17. Числові характеристики випадкової величини  $X$ .

*Задача 5.* Нехай випадкова величина  $X$  – кількість номерів, угаданих гравцем у лотереї «6 із 39». Побудувати ряд розподілу значень ймовірностей випадкової величини  $X$ . Знайти значення функції розподілу в точці  $x = 3$  [10].

*Розв'язування.* Випадкова величина  $X$  має гіпергеометричний розподіл, згідно якого ймовірності для кожного можливого значення випадкової величини обчислюється за формулою  $P(X = i) = \frac{C_6^i C_{33}^{6-i}}{C_{39}^6}$ ,  $i \in \overline{0,6}$ . Обчисливши ймовірності, отримаємо такий ряд розподілу (див. таблицю №1).

Таблиця 1.

*Ряд розподілу дискретної випадкової величини  $X$*

$X = i$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = i)$	$\frac{1107568}{3262623}$	$\frac{1424016}{3262623}$	$\frac{613800}{3262623}$	$\frac{109102}{3262623}$	$\frac{7920}{3262623}$	$\frac{198}{3262623}$	$\frac{1}{3262623}$

Значення функції розподілу  $F(x)$  випадкової величини  $X$  у точці  $x = 3$  обчислюється таким чином:

$$F(3) = P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1107568}{3262623} + \frac{1424016}{3262623} + \frac{613800}{3262623} = \frac{3145384}{3262623} \approx 0.964066.$$

Для розв'язування даної задачі засобами web-сервісу Wolfram|Alpha у рядку введення задається запит, за яким визначається випадкова величина  $X$ , що має гіпергеометричний розподіл з параметрами  $n = 6, m = 6, N = 39$ :  $X \sim \text{hypergeometric distribution } n=6, m=6, N=39$  (рис.18)

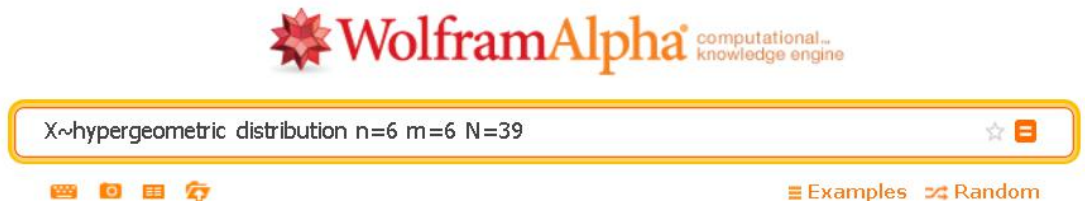


Рис. 18. Гіпергеометричний розподіл випадкової величини  $X$ .

Після виконання такого запиту для випадкової величини  $X$  подаються такі відомості:

1. числові характеристики випадкової величини (рис. 19);
2. ряд розподілу (рис.20).

mean	$\frac{12}{13} \approx 0.923077$
standard deviation	$\frac{33 \sqrt{\frac{2}{19}}}{13} \approx 0.823586$
variance	$\frac{2178}{3211} \approx 0.678293$
skewness	$\frac{81 \sqrt{\frac{19}{2}}}{407} \approx 0.613412$
kurtosis	$\frac{712747}{241758} \approx 2.94818$

Рис. 19. Числові характеристики випадкової величини  $\xi$ .

$x$	$P(X=x)$
0	0.3395
1	0.4365
2	0.1881
3	0.03345
4	0.002427
5	$6.069 \times 10^{-5}$
6	$3.065 \times 10^{-7}$

Рис. 20. Ряд розподілу випадкової величини  $\xi$ .

Згідно означення,  $F(x) = P(\xi < x)$ . Тому для отримання відповіді на питання про значення функції розподілу у точці  $x = 3$  у рядку введення необхідно задати запит, за яким обчислюється ймовірність того, що випадкова величина  $X$  набуде значення меншого за 3, тобто  $P(X < 3)$  for  $X \sim \text{hypergeometric distribution } n=6, m=6, N=39$ , після виконання якого відповідь буде такою:  $P(\xi < 3) = \frac{3145384}{3262623} \approx 0.964066$  (рис.19)

$P(X < 3)$   $X \sim$  hypergeometric distribution  $n=6$   $m=6$   $N=39$

Input interpretation:

$P(X < 3)$  where

$X \sim$ hypergeometric distribution	number of trials	$n = 6$
	number of successes	$m = 6$
	population size	$N = 39$

$P(A)$  is the probability of the event  $A$

Result:

$$\frac{3145384}{3262623} \approx 0.964066$$

More digits

Рис. 19

**Висновки.** У статті проаналізовано можливості використання у навчальному процесі вищих навчальних закладів web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач з теорії ймовірностей, зокрема задач на число відбувань події  $A$  при  $n$  незалежних випробувань. Детально проаналізовано можливості використання даного сервісу для дослідження неперервної випадкової величини, що має нормальний та рівномірний розподіли ймовірностей, зокрема, відшукування числових характеристик випадкових величин, диференціальної та інтегральної функцій, обчислення ймовірності потрапляння значення у заданий інтервал. Розглянуто задачу на застосування біноміального та гіпергеометричного розподілів значень ймовірностей дискретної випадкової величини та показано можливості використання сервісу Wolfram|Alpha для її розв'язування.

Можливості використання web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач з теорії ймовірностей значні. Студент, використовуючи сервіс Wolfram|Alpha, розв'язує поставлену перед ним задачу, і таким чином, у нього не виникає психологічного бар'єру у застосуванні математичного апарату, а також усвідомлює, який матеріал треба повторити (або вивчити). Крім того, робота з Wolfram|Alpha «не прив'язана» до операційної системи: достатньо мати доступ до мережі Internet та браузер.

Однією з основних переваг web-сервісу Wolfram|Alpha є можливість здійснювати обчислення, не встановлюючи систему на комп'ютер: достатньо звернутися до сайту <http://www.wolframalpha.com/> та сформулювати запит (можна навіть мовою максимально наближеною до природної). Крім того, маючи доступ до безкоштовного online-сервісу Wolfram|Alpha, вирішується проблема комп'ютерного піратства. Усі наведені у статті приклади можна реалізувати не тільки на комп'ютері чи ноутбучі, але й на планшеті і навіть на смартфоні.

**Подальші дослідження** будуть спрямовані на аналізі можливостей використання web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач математичної статистики. Крім того, актуальним є питання, що стосуються розроблення методики навчання фізико-математичних дисциплін на основі мережних технологій, зокрема web-сервісу Wolfram|Alpha. Враховуючи переваги такого сервісу, створення web-орієнтованого програмного забезпечення з урахуванням специфіки педагогічного університету для супроводу навчання фізико-математичних та інформатичних дисциплін для підготовки фахівців з інформаційних технологій є перспективним напрямом дослідження.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бабенко В.В. Основи теорії ймовірностей і статистичні методи аналізу даних у психологічних і педагогічних експериментах: навч. посібник / В.В. Бабенко. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. – 184 с.
2. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. / Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. – 4-те вид., випр. та доп. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 424 с.
3. Горошко Ю.В. Система знань Wolfram|Alpha / Ю.В. Горошко, Д.А. Покришень // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012. – № 13 (20). – С. 96-101.
4. Дьяконов В.П. Облачная система компьютерной математики Wolfram Alpha / В.П. Дьяконов // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы XV Международной научной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2014. – Вып. 15. – С. 13-18.
5. Жалдак М.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Підручник для студентів фізико-математичних спеціальностей педагогічних університетів / Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. – Полтава: «Довкілля-К», 2009. – 500 с.
6. Жалдак М.І. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів. – 2-ге вид. / Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2009. – 282 с.
7. Жлуктенко В.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник. У 2 ч. – Ч. I. Теорія ймовірностей / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
8. Лазурчак І.І. Система комп'ютерної математики: навч. посібник / І.І. Лазурчак, Т.П. Кобильник. – Дрогобич: Коло, 2013. – 256 с.
9. Покришень Д.А. ІКТ для розв'язування системи нерівностей [Електронний ресурс] / Д. А. Покришень, Є. Ю. Носенко // Інформаційні технології і засоби навчання: [електрон. журн.]. – 2012. – № 1. – Режим доступу: <http://www.journal.iitta.gov.ua>.
10. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Р.К. Чорней, О.Ю. Дюженкова, О.Б. Жильцов та ін.; За ред. Р.К. Чорнея. – К.: МАУП, 2003. – 328 с.
11. Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. / В.М. Руденко – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.
12. Семеріков С. О. Мобільне програмне забезпечення навчання інформатичних дисциплін у вищій школі / Семеріков С. О., Мінтій І. С., Словак К. І., Теплицький І. О., Теплицький О. І. // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб. наукових праць / Редрада. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – № 8 (15). – С. 18–28.
13. Семеріков С.О. Теорія і методика застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей / С.О. Семеріков, К.І. Словак // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – № 1 (21). – Режим доступу: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/413#.V8a8BWsoFp9>.
14. Триус Ю. В. Web-орієнтована консультаційна експертна система з методів оптимізації / Ю.В. Триус, М.О. Манько // Вісник Черкаського університету. Серія: Прикладна математика. Інформатика. – 2014. – № 18. – С. 99-114.
15. Триус Ю. Використання web-СКМ у навчанні методів оптимізації та дослідження операцій студентів математичних і комп'ютерних спеціальностей / Юрій Триус // Інноваційні комп'ютерні технології у вищій школі: матеріали 4-ої науково-практичної конференції, 20–22 листопада 2012 року, Львів / Національний університет «Львівська політехніка». – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. – С. 110-115.
16. Триус Ю.В. Створення web-орієнтованих програмних засобів для навчання математичних та інформатичних дисциплін / Ю.В. Триус // Комп'ютерно орієнтовані системи навчання природничо-математичних дисциплін: матеріали Міжнародного науково-практичного семінару, 28 жовтня 2014 року. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2014. – С. 145-146.
17. Wolfram gridMathematica: Multiplying the Power of Mathematica over the Grid [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.wolfram.com/gridmathematica>. – Дата доступу: 26.03.2015

**Taras Kobylnyk**

**The Ivan Franko Drohobych State Pedagogical University, Drohobych, Ukraine**

## **USING THE WEB-SERVICES WOLFRAM|ALPHA TO SOLVE PROBLEMS IN PROBABILITY THEORY**

The trend towards the use of remote network resources on the Internet clearly delineated. Traditional training combined with increasingly networked, remote technologies become popular cloud computing. Research methods of probability theory are used in various fields. Of particular note is the use of methods of probability theory in psychological and educational research in statistical analysis of experimental data. Conducting such research is impossible without the use of modern information technology. Given the advantages of web-based software, the article describes web-service Wolfram|Alpha. Detailed analysis of the possibilities of using web-service Wolfram|Alpha for solving problems of probability theory. In the case studies described the results of queries for solving of probability theory, in particular the sections random events and random variables. Considered and analyzed the problem of the number of occurrences of event A in n independent trials using Wolfram|Alpha, detailed analysis of the possibilities of using the service Wolfram|Alpha for the study of continuous random variable that has a normal and uniform probability distribution, including calculating the probability of getting the value of a random variable in a given interval. The problem in applying the binomial and hypergeometric probability distribution of a discrete random variable and demonstrates the possibility of using the service Wolfram|Alpha for solving it.

**Keywords:** probability theory, mathematical statistics, probability distributions, web-SCM, Wolfram|Alpha.

**Кобыльник Т. П.**

**Дрогобычский государственный педагогический университет имени Ивана Франко, Дрогобыч, Украина**

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ WEB-СЕРВИСА WOLFRAM|ALPHA ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Тенденция к использованию удаленных сетевых ресурсов в Интернете четко обозначилась. Традиционное обучение все более сочетается с сетевыми, дистанционными технологиями, популярность приобретают облачные вычисления. Методы исследований теории вероятностей используются в различных областях науки. Особого внимания заслуживает использование методов теории вероятностей в психологических и педагогических исследованиях при статистическом анализе экспериментальных данных. Проведение таких исследований невозможно без использования современных информационных технологий. Учитывая преимущества web-ориентированного программного обеспечения, в статье дана характеристика web-сервиса Wolfram|Alpha. детально проанализированы возможности использования web-сервиса Wolfram|Alpha для решения задач по теории вероятностей. На конкретных примерах описаны результаты выполнения запросов для решения задач по теории вероятностей, в частности из разделов случайные события и случайные величины. Рассмотрено и проанализировано задачу на число появлений события A при n независимых испытаний с использованием Wolfram|Alpha. подробно проанализированы возможности использования сервиса Wolfram|Alpha для исследования непрерывной случайной величины, имеющей нормальное и равномерное распределения вероятностей, в частности вычисления вероятности попадания значения случайной величины в заданный интервал. Рассмотрена задача на применение биномиального и гипергеометрического распределений вероятностей дискретной случайной величины и показаны возможности использования сервиса Wolfram|Alpha для ее решения.

**Ключевые слова:** теория вероятностей, математическая статистика, распределения вероятностей, web-СКМ, Wolfram|Alpha.