ЖУРНАЛ НАНО- ТА ЕЛЕКТРОННОЇ ФІЗИКИ
Том **8** № 4(2), 04068(5сс) (2016)

JOURNAL OF NANO- AND ELECTRONIC PHYSICS
Vol. **8** No 4(2), 04068(5pp) (2016)

Енергія зв'язку деформаційного електронного полярона в квантовій точці InAs/GaAs

В.І. Грушка, Р.М. Пелещак

Дрогобицький державний педагогічний університет імені І. Франка, вул. Стрийська, 3, 82100 Дрогобич, Україна

(Одержано 12.07.2016, опубліковано online 23.12.2016)

Розглянуто напружену наногетеросистему InAs/GaAs із сферичними квантовими точками InAs. Показано, що в даній системі існують деформаційні поля, які виникають на межі розподілу квантова точка-матриця і призводять до підсилення поляронних ефектів порівняно з недеформованими матеріалами. Розраховано енергію зв'язку деформаційного електронного полярона в напруженій наногетеросистемі InAs/GaAs. Встановлено, що деформація матеріалів квантової точки і матриці призводить до збільшення енергії зв'язку електронного полярона.

Ключові слова: Квантова точка, Енергія зв'язку, Полярон, Електрон, Деформаційний потенціал.

DOI: 10.21272/jnep.8(4(2)).04068 PACS numbers: 73.00.00, 73.20. – r

1. ВСТУП

Вирощування та дослідження напружених наногетеросистем (InAs/GaAs; CdTe/ZnTe) з квантовими точками (InAs; CdTe) та виготовлення на їх основі мікро- та нанооптоелектронних приладів сьогодні є новим напрямком у фізиці напружених низьковимірних систем [1], оскільки деформація є додатковим параметром керування їх електронних властивостей. Деформація стиску матеріалів квантових точок (InAs; CdTe) приводить до збільшення ступеня локалізації заряджених квазічастинок і екситонів у цих квантових точках і до значного зростання взаємодії квазічастинок між собою та з повздовжніми оптичними фононами. Матеріали цих квантових точок (КТ) володіють великим значенням деформаційного потенціалу, що приводить до збільшення поляронних ефектів порівняно з об'ємними матеріалами.

Для дослідження поляронних ефектів в наноструктурних матеріалах використовуються різні наближення: фейманівський метод інтегрування за траєкторіями, метод канонічних перетворень [2,3] та метод Буймистрова і Пекара [4]. Зокрема, у роботі [5] було розраховано енергію зв'язку електронного та діркового поляронів у сферичних КТ на основі матеріалів з високим ступенем іонності без врахування деформації гратки матеріалу КТ з потенціальною ямою з нескінченно високими стінками.

У даній роботі розраховано енергію зв'язку електронного полярона з врахуванням деформації наногетеросистеми InAs/GaAs із напружими квантовими точками InAs сферичної симетрії.

2. ГЕОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ НАПРУЖЕНОЇ НАНОГЕТЕРОСИСТЕМИ З КВАНТОВИМИ ТОЧКАМИ

Розглянемо наногетеросистему InAs/GaAs із напруженими квантовими точками InAs, які не мають чітко вираженої кристалографічної огранки, зокрема КТ, форма яких наближено відображає сферичну симетрію. Наприклад, в наногетеросистемі InAs/GaAs (001) такі КТ будуть формуватися при товщині нарощуваного шару InAs порядку 2 моношарів [6, 7]. Тому в подальшому внеском ребер острівця в енергію пружної релаксації нехтуємо. Впорядковане розміщення напружених квантових точок у кристалічній матриці зумовлене пружною взаємодією між острівцями, яка виникає за рахунок неузгодження параметрів граток InAs/GaAs. Щоб звести задачу з великою кількістю КТ до задачі з однією КТ, зроблено наступне наближення: енергія попарної пружної взаємодії КТ замінена енергією взаємодії кожної КТ з усередненим полем пружної деформації $\sigma_{ef}(N-1)$ всіх інших КТ. У КТ InAs/GaAs, отримані в режимі Странского-Крастанова [1], існують значні деформаційні поля, що виникають на межі розділу квантова точка – матриця за рахунок неузгодження параметрів граток $\left(f=\dfrac{a^{(1)}-a^{(2)}}{a^{(2)}}\approx 7\%\right)$.

У роботі [5] було показано, що поляронні ефекти зростають зі зменшенням розміру квантової точки. Параметром підсилення є відношення радіусу поляронного стану a_0 до радіуса квантової точки, R_0 тобто $p_0=a_0/R_0>>1$. У випадку, коли матеріал квантової точки зазнає деформації стиску $\left(Sp\hat{\varepsilon}^{(1)}<0\right)$ значення параметра підсилення p буде зростати, оскільки розмір квантової точки R_0 буде зменшуватись із збільшенням деформації стиску матеріалу квантової точки за рахунок неузгодження параметрів граток, тому такі неузгодження приводять до підсилення поляронних ефектів порівняно з недеформованими матеріалами

$$p=\frac{a_0}{R_0\left(1-\left|Sp\hat{\varepsilon}^{(1)}\right|\right)}. \qquad (1)$$

де $Sp\hat{\varepsilon}^{(1)}$ – сума діагональних компонентів тензора деформації матеріалу квантової точки.

Компоненти тензора деформації знаходиться з умови механічної рівноваги [8, 9]

$$\vec{\nabla}\operatorname{div}\vec{u}=0, \qquad (2)$$

де $\vec{u}(\vec{r})$ - зміщення атомів у матеріалі КТ, з такими граничними умовами:

$$\begin{cases} 4\pi R_0^2\left(u_r^{(2)}\Big|_{r=R_0} - u_r^{(1)}\Big|_{r=R_0} \right) = \Delta V_s, \\ \sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R_0} = \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R_0} - P_L, \qquad P_L = \dfrac{2\alpha}{R_0} \\ \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R_1} = -\sigma_{ef}\left(N-1\right), \end{cases} \tag{3}$$

де R_0 – радіус недеформованої квантової точки, R_1 – радіус матриці, P_L – Лапласівський тиск, $\Delta V = f 4\pi R_0^3$, $f = \dfrac{a^{(1)} - a^{(2)}}{a^{(2)}} \approx 7\%$ – параметр неузгодження постійних граток InAs, GaAs наноматеріалів, $\alpha = \dfrac{2\int_0^{R1} \rho^{(i)} (c^{(i)})^2 (\varepsilon^{(i)})^2 (r) r^2 dr}{R_0 u_r^{(1)}(R_0)}$ [10] – міжфазна вільна енергія між матеріалом КТ InAs та матриці GaAs, $c^{(i)}$ – поздовжня швидкість звуку в i-тому середовищі, $i = \begin{cases} 1 \equiv InAs \\ 2 \equiv GaAs \end{cases}$, $\rho^{(i)}$ – густина i-того середовища.

Механічні напруги $\sigma_{rr}^{(1)}$ та $\sigma_{rr}^{(2)}$ в матеріалах квантової точки та матриці дорівнюють:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \frac{E_i}{\left(1+\nu_i\right)\left(1-2\nu_i\right)}\left[\left(1-\nu_i\right)\varepsilon_{rr}^{(i)} + \nu_i\left(\varepsilon_{\phi\phi}^{(i)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)}\right)\right], \tag{4}$$

де ν_i, E_i – коефіцієнт Пуассона і модуль Юнга матеріалу КТ та оточуючої матриці.

У випадку сферичних КТ розв'язок рівняння (2) має вигляд:

$$\begin{aligned} u_r^{(1)} &= C_1 r + \frac{C_2}{r^2}, \quad 0 \le r \le R_0 \\ u_r^{(2)} &= C_3 r + \frac{C_4}{r^2}, \quad R_0 \le r \le R_1 \end{aligned}, \tag{5}$$

Оскільки в т. $r = 0$ зміщення повинно бути скінченим, то в розв'язку (5) покладаємо $C_2 = 0$.

Поле зміщень визначає наступні компоненти тензора деформації матеріалів КТ і оточуючої матриці:

$$\varepsilon_{rr}^{(1)} = \varepsilon_{\phi\phi}^{(1)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} = C_1,$$

$$\varepsilon_{rr}^{(2)} = C_3 - \frac{2C_4}{r^3}, \ \varepsilon_{\phi\phi}^{(2)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(2)} = C_3 + \frac{C_4}{r^3}, \tag{6}$$

Коефіцієнти C_1, C_3, C_4 знаходяться з розв'язку системи (3) з врахуванням (4) – (6).

Тоді $Sp\hat{\varepsilon}^{(1)} = 3C_1$ (7)

Підставивши вираз (7) у (1) отримаємо параметр підсилення поляронних ефектів у деформованій КТ

$$p = \frac{a_0}{R_0\left(1-\left|3C_1\right|\right)} \tag{8}$$

3. ЕЛЕКТРОННИЙ ДЕФОРМАЦІЙНИЙ ПОЛЯРОН

Енергію зв'язку електронного деформаційного полярона у напруженій деформованій квантовій точці InAs/GaAs знаходимо з рівняння Шредінгера з деформаційним потенціалом зони провідності, енергією електрон-фононної взаємодії і власною енергією фононів:

$$\left[\hat{H}_e + \mathrm{U}_e + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q + e\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\varepsilon\varepsilon_0}}\sum_q \frac{\sqrt{\omega_q}}{q}\left(a_q e^{i\mathbf{qr}} + a_q^+ e^{-i\mathbf{qr}}\right)\right]\psi_{\ln}\left(\mathbf{r}\right) = E\psi_{\ln}\left(\mathbf{r}\right) \tag{9}$$

де a_q, a_q^+ – оператори знищення і народження фононів, ε – оптична діелектрична проникність,

$$U_e\left(r\right) = \begin{cases} 0, & 0 \le r \le R_0 \\ \Delta E_c\left(0\right) - \left|a_c^{(1)}\varepsilon^{(1)}\right| - \left|a_c^{(2)}\varepsilon^{(2)}\right|; & R_0 \le r \le R_1 \end{cases}$$

де $\Delta E_c(0)$ – глибина потенціальної ями для електрона в ненапруженій квантовій точці, $a_c^{(i)}$ – константа гідростатичного деформаційного потенціалу зони провідності.

Оскільки параметр підсилення $p >> 1$, то для знаходження енергії полярона використаємо адіабатичне наближення, при якому швидким є рух електрона в КТ, а повільним – поляронний рух. Усереднимо рівняння (9) за хвильовими функціями нульового наближення $\psi_{0\ln}^{(i)}(\vec{r})$, які знаходимо з рівняння Шредінгера

$$\hat{H}_{0e}^{(i)}\psi_{0nl}^{(i)}\left(\mathbf{r}\right) = E_{nl}^{(0)}\psi_{0nl}^{(i)}\left(\mathbf{r}\right) \tag{10}$$

з гамільтоніаном

$$\hat{H}_{0e}^{(i)} = -\frac{\hbar^2}{2}\vec{\nabla}\frac{1}{m_e}\vec{\nabla} + U_e\left(r\right). \tag{11}$$

Розв'язок рівняння (10) у сферичній системі координат представимо у вигляді [9]

$$\psi_{onl}^{(i)}\left(r,\theta,\phi\right) = R_{nl}^{(i)}\left(r\right)\cdot Y_{lm}\left(\theta,\phi\right), \tag{12}$$

де $Y_{lm}\left(\theta,\phi\right)$ – сферичні функції Лежандра.

Радіальні функції $R_{nl}^{(i)}\left(r\right) = \dfrac{\chi_{nl}^{(i)}\left(r\right)}{r}$ виражаються через сферичні функції Бесселя [11]:

$$\chi_{nl}^{(1)}(r) = A \cdot j_l(k_{1e}r) + B \cdot n_l(k_{1e}r),\ 0 \le r \le R_0 \quad (13)$$

$$\chi_{nl}^{(2)}(r) = C \cdot h_l^{(1)}(ik_{2e}r) + D \cdot h_l^{(2)}(ik_{2e}r),\ R_0 \le r \le R_1 \quad (14)$$

де $k_{1e}^{2} = \dfrac{2m_1}{\hbar^2} E_{nl}^{(e)}$,

$$k_{2e}^{2} = \frac{2m_2}{\hbar^2}\left(\Delta E_c(0) - \left|a_c^{(1)}\varepsilon^{(1)}\right| - \left|a_c^{(2)}\varepsilon^{(2)}\right| - E_{nl}^{(0)}\right).$$

Умови неперервності хвильових функцій і густини потоку ймовірності на межі КТ – матриця

$$\begin{cases} R_{1_{nl}}(r)_{|r=R_0} = R_{2_{nl}}(r)_{|r=R_0}; \\ \dfrac{1}{m_1}\dfrac{dR_{1_{nl}}(r)}{dr}_{|r=R_0} = \dfrac{1}{m_2}\dfrac{dR_{2_{nl}}(r)}{dr}_{|r=R_0}; \end{cases}$$

спільно з умовою регулярності функцій $R_{nl}^{(i)}(r)$ при $r \to 0$ і $r \to R_1$, а також з врахуванням нормування знаходимо енергію основного стану електрона $E_{\ln}^{(0)}$ в сферичній КТ з трансцендентного рівняння:

$$\frac{m_2^{(e)}}{m_1^{(e)}}\left[1 - k_{1e}R_0 \cdot ctg(k_{1e}R_0)\right] = \\ = \frac{1 + k_{2e}R_0 + e^{2k_{2e}(R_0 - R_1)} \cdot (k_{2e}R_0 - 1)}{1 - e^{2k_{2e}(R_0 - R_1)}} \quad (15)$$

Таким чином, усереднене рівняння (9) за хвильовими функціями (12) прийме вигляд:

$$\hat{H}^{(\ln)} = E_{\ln}^{(0)} + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q + \\ + e\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\varepsilon\varepsilon_0}}\sum_q \frac{\sqrt{\omega_q}}{q}\left(\rho_{\ln}(q)a_q + \rho_{\ln}^*(q)a_q^+\right), \quad (16)$$

де $\rho_{\ln}(q) = \int e^{i\mathbf{qr}}\psi_{0\ln}^2(\mathbf{r})d^3r,$ (17)

$\rho_{\ln}(q)$ – фур'є компонента густини електронних станів на рівні (ln),

Застосувавши унітарне перетворення

$$U_{\ln} = \exp\left[\sum_q \frac{e}{q}\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\varepsilon\varepsilon_0\hbar\omega_q}}\left(\rho_{\ln}(q)a_q^+ - \rho_{\ln}^*(q)a_q\right)\right] \quad (18)$$

до рівняння (16) отримаєм

$$\hat{H}^{(\ln)} = E_{\ln} - \frac{2\pi e^2}{V\varepsilon\varepsilon_0}\sum_q \frac{\left|\rho_{\ln}(q)\right|^2}{q} + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q. \quad (19)$$

Другий доданок в правій частині рівняння (19) є енергією зв'язку дефораційного полярона $\Delta E^{(\ln)}$ на рівні (ln) у напруженій наногетеросистемі з квантовою точкою. Отже, підставивши у (19) величину $\rho_{\ln}(q)$ із (17) і перейшовши від сумування по q до інтегрування отримаєм:

$$\Delta E^{(\ln)} = -\frac{e^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}\int \frac{\left(\psi_{0\ln}^{(i)}(\mathbf{r})\right)^2\left(\psi_{0\ln}^{(i)}(\mathbf{r}')\right)^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}d^3rd^3r', \quad (20)$$

де $\psi_{0\ln}^{(i)}(\mathbf{r})$, $\psi_{0\ln}^{(i)}(\mathbf{r}')$ – хвильові функції (12) електрона у напруженій наногетеросистемі з деформованою квантовою точкою.

4. РЕЗУЛЬТИТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Розрахунки проводились для наногетеросистеми InAs/GaAs при наступних значеннях параметрів: $\Delta E_c = 830 меВ$, $a_c^{(1)} = -5.08 еВ$, $a_c^{(2)} = -7.17 еВ$, $m_1 = 0.065 m_0$, $m_2 = 0.057 m_0$ [12, 13]. З використанням співвідношень (2)-(5) були розраховані компоненти тензора деформації та всебічна деформація наногетеросистеми InAs/GaAs із напруженими квантовими точками InAs сферичної симетрії. Всебічна деформація матеріалу КТ InAs і оточуючої кристалічної матриці графічно представлена на рис. 1. Як бачимо, кристалічна ґратка матеріалу сферичної квантової точки зазнає всебічної деформації стиску $Sp\varepsilon^{(1)}$, а матриці– всебічної деформації розтягу $Sp\varepsilon^{(2)}$. Якщо всебічна деформація стиску матеріалу сферичної КТ радіусом $R_0 = 30\ Å$ дорівнює $Sp\varepsilon^{(1)} = -3.099 \cdot 10^{-2}$, то масивна матриця ($R_1 = 500\ Å$) менш деформована: деформація всебічного розтягу матеріалу матриці дорівнює $Sp\varepsilon^{(2)} = 4.735 \cdot 10^{-6}$. Вплив поверхні КТ виявляється у збільшенні (на ~ 15 %) всебічної деформації стиску матеріалу КТ та зменшенні (на ~ 12 %) деформації всебічного розтягу матеріалу оточуючої матриці.

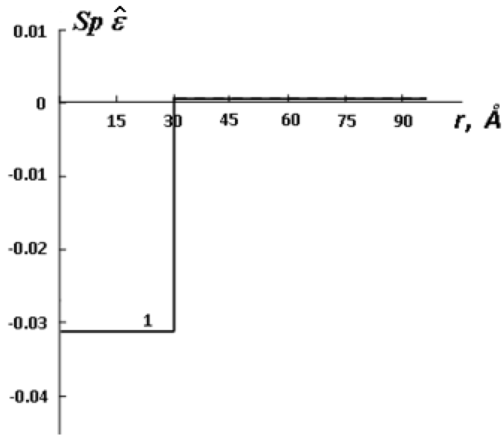

Рис. 1 – Всебічна деформація матеріалів квантової точки InAs сферичної симетрії та матриці GaAs

Деформація стиску матеріалу квантової точки InAs приводить до збільшення ступеня локалізації заряджених квазічастинок у цій КТ і до значного зростання взаємодії квазічастинок між собою та з повздовжніми оптичними фононами, а це приводить до підсилення поляронних ефектів.

На рис. 2 наведена залежність енергії зв'язку електронного полярона основного стану від радіуса квантової точки для недеформованої (рис. 2, крива 1) і деформованої (рис. 2, крива 2) наногетеросистеми. Із рис. 2 бачимо, що енергія зв'язку електронного полярона в обох випадках (з деформацією і без

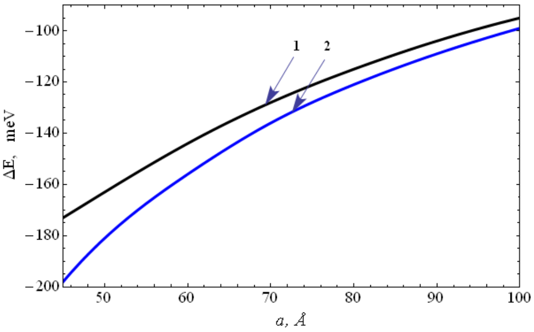

Рис. 2 – Енергія зв'язку електронного полярона в напруженій наногетеросистемі InAs/GaAs, де 1 – енергія зв'язку полярона у недеформованій КТ, 2 – енергія зв'язку полярона у деформованій КТ

деформації КТ в напруженій наногетеросистемі InAs/GaAs) зі зменшенням радіуса КТ збільшується за модулем. Зокрема, при $R_0 = 45\ \mathring{A}$, енергія зв'язку електронного полярона у недеформованій КТ становить – 174 meB, тоді як у деформованій КТ – – 199 meB. Таким чином, деформація матеріалів КТ і матриці призводить до збільшення енергії зв'язку електронного полярона, при чому зі зменшенням радіуса КТ вплив деформації є більшим. Із збільшенням розмірів R_0 КТ енергія зв'язку деформаційного електронного полярона асимптотично наближається до енергії зв'язку електронного полярона в не деформованій квантовій точці, оскільки деформація матеріалу зменшується.

5. ВИСНОВКИ

1. Встановлено, що напружена гетеромежа між квантовою точкою-матрицею приводить до підсилення поляронних ефектів. Зокрема, для напруженої гетеросистеми InAs/GaAs $\left(f = \dfrac{a^{(1)} - a^{(2)}}{a^{(2)}} \approx 7\%\right)$ з квантовими точками InAs розміром $45\ \mathring{A}$ параметр підсилення поляронних ефектів у КТ зростає $\dfrac{p - p_0}{p_0} = \dfrac{Sp\hat{\varepsilon}^{(1)}}{1 - Sp\hat{\varepsilon}^{(1)}}$ на 8,5 %.

2. Встановлено, що як і у випадку недеформованої КТ так і деформованої у напруженій гетеросистемі InAs/GaAs енергія зв'язку електронного полярона зі зменшенням розміру КТ монотонно збільшується. При чому, в КТ (InAs/GaAs) розміром $45\ \mathring{A}$ деформація матеріалу КТ приводить до збільшення енергії зв'язку електронного полярона на 25 meB.

Энергия связи деформационного полярона в квантовой точке InAs/GaAs

В.И. Грушка, Р.М. Пелещак

Дрогобычский государственный педагогический университет имени И. Франко, ул. Стрыйская, 3, 82100 Дрогобыч, Украина

Рассмотрено напряженную наногетеросистему InAs/GaAs со сферическими квантовыми точками InAs. Показано, что в данной системе существуют деформационные поля, которые возникают на границе раздела квантовая точка-матрица и приводят к усилению поляронных эффектов по сравнению с недеформованими материалами. Рассчитано энергию связи деформационного электронного полярона в напряженной наногетеросистеме InAs/GaAs. Установлено, что деформация материалов квантовой точки и матрицы приводит к увеличению энергии связи электронного полярона.

Ключевые слова: Квантовая точка, Энергия связи, Полярон, Электрон, Деформационный потенциал.

Deformed Polaron Bind Energy in the Quantum Dot InAs/GaAs

V.I. Hrushka, R.M Peleschchak

I. Franko State Pedagogil University, 3, Stryiska st., 82100 Drogobych, Ukraine

Considered hard nanoheterosystems InAs/GaAs spherical quantum dots of InAs. It is shown that in this system there are deformation fields, which arise at the interface quantum dot-matrix and lead to increased polaronic effects compared to nedefinovanej materials. The calculated binding energy of deformation electron polaron in a tense nanoheterosystems InAs/GaAs. It is established that the deformation of the material of the quantum dot and the matrix leads to an increase of the binding energy of the electronic polaron.

Keywords: Quantum dot, Bind energy, Polaron, Electron, Deformad potential.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Н. Леденцов, В.М. Устинов В, В.А. Щукин, П.С. Копьев, Ж.И. Алфёров, Д. Бимберг, *ФТП* **32** No 4, 385 (1998) (N. Ledentsov, V.M. Ustinov V, V.A. Shchukin, P.S. Kop'yev, ZH.I. Alforov, D. Bimberg, *Semiconductors* **32** No 4, 385 (1998)).
2. S. Mukhopadhyay, A. Chatterjee, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 2071 (1999).
3. M. Krishna,S. Mukhopadhyay, A. Chatterjee, *Phys. Lett. A* **360**, 655 (2007).
4. В. Буймистров, С. Пекар, *ЖЭТФ* **32**, 1193 (1957) (V. Buymistrov, S. Pekar, *ZhETF* **32**, 1193 (1957)).
5. И. Ипатова, А. Маслов, О. Прошина, *ФТП* **33** No7, 832 (1999) (I. Ipatova, A. Maslov, O. Proshina, *Semiconductors* **33** No 7, 832 (1999)).
6. В.Г. Талалаев, Б.В. Новиков, *ФТП* **34** No 4, 467 (2000) (V.G. Talalayev, B.V. Novikov, *Semiconductors* **34** No 4, 467 (2000)).
7. Z.M. Wang, K. Holmes, Yu.I. Mazur, G.J. Salamo, *Appl. Phys. Let.* **84**, 1931 (2004).
8. К. Теодосиу, *Упругие модели дефектов в кристаллах* (Москва: Мир: 1985) (K. Teodosiu, *Uprugiye modeli defektov v kristallakh* (Moskva: Mir: 1985)).
9. Б.В. Новиков, Г.Г. Зегря, Р.М. Пелещак, О.О. Данькив, В.А. Гайсин, В.Г. Талалаев, И.В. Штром, Г.Э. Цырлин, *ФТП* **42** No 9, 1094 (2008) (B.V. Novikov, G.G. Zegrya, R.M. Peleshchak, O.O. Dan'kiv, V.A. Gaysin, V.G. Talalayev, I.V. Shtrom, G.E. Tsyrlin, *Semiconductors* **42** No 9, 1094 (2008)).
10. Р.М. Пелещак, О.О. Даньків, О.В. Кузик, *УФЖ* **56** No4, 346 (2011) (R.M. Peleshchak, O.O. Dan'kiv, O.V. Kuzik, *Ukr. J. Phys.* **56** No 4, 346 (2011)).
11. З.З. Флюгге, *Задачи по квантовой механике* (Москва: Мир: 1974) (Z.Z. Flyugge, *Zadachi po kvantovoy mekhanike* (Moskva: Mir: 1974)).
12. В.П. Евтихиев, О.В. Константинов, А.В. Матвеенцев, А.Е. Романов, *ФТП* **36** No 1, 79 (2002) (V.P. Yevtikhiyev, O.V. Konstantinov, A.V. Matveyentsev, A.Ye. Romanov, *Semiconductors* **36** No 1, 79 (2002)).
13. G. Chris, *Phys. Rev. B* **39** No 3, 1871 (1989).