

УДК 517.929

НАУКОВИЙ СПАДОК АКАДЕМІКА І. І. ЛЯШКА

О. Ю. Грищенко, Д. А. Ключин

РЕЗЮМЕ. В огляді висвітлені основні етапи і результати наукової діяльності видатного українського вченого академіка Національної академії наук України Івана Івановича Ляшка. Стисло викладені основні досягнення І.І.Ляшка в галузі обчислювальної та прикладної математики, зокрема, чисельно-аналітичних методів теорії фільтрації, чисельних методів розв'язання класичних і неklasичних задач математичної фізики, математичного забезпечення складних обчислювальних експериментів і оптимального керування системами з розподіленими параметрами.

9 вересня 2012 року наукова спільнота відзначає 90 років з дня народження засновника факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, голови загальновідомої наукової школи академіка НАН України Івана Івановича Ляшка.

В середині ХХ-го сторіччя, коли застосування ЕОМ ще не набуло широкого розвитку, дуже актуальним був пошук економних і стійких до накопичення похибок обчислювальних методів. Це привело до появи чисельно-аналітичних методів розв'язання задач математичної фізики, в яких розв'язок виражався у вигляді аналітичних формул із невідомими параметрами, які, у свою чергу, знаходилися за допомогою чисельних методів. Перші наукові роботи І. І. Ляшка були присвячені дослідженням в галузі чисельно-аналітичних методів розв'язування задач теорії фільтрації. В цих статтях був встановлений ряд аналітичних залежностей, які дозволяли визначити основні фільтраційні характеристики потоків ґрунтових вод під гідроспорудою. Зокрема, в кандидатській дисертації "Розв'язання задачі фільтрації від багатошпунтовою греблею при довільному криволінійному водопорі" [1] І. І. Ляшку вдалося побудувати залежності вихідних швидкостей фільтрації від форми підземного водопору, отримати формули для розрахунку витрат рідини, розподілу протитиску на флютбеті, визначити точні верхні та нижні оцінки основних фільтраційних характеристик.

Протягом 1960–1968 рр. І. І. Ляшко удосконалив метод сумарних зображень, запропонований проф. Г. М. Положієм для розв'язання багатовимірних задач математичної фізики, пов'язаних із лінійними рівняннями з частинними похідними, і розповсюдив його на теорію фільтрації.

Метод сумарних зображень є дискретним аналогом метода інтегральних зображень для розв'язання крайових задач математичної фізики, сформульованих у дискретному вигляді. Особливістю цього методу є можливість

подання розв'язків у вигляді формул, що містять відносно невелику кількість невідомих параметрів, які знаходяться шляхом розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Така властивість є дуже важливою з обчислювальної точки зору, оскільки більшість невідомих, що входять до скінченно-різницевої задачі, не впливають на процес розрахунку. Це дозволяє зменшити обсяг обчислювальної роботи і запобігти накопиченню обчислювальної похибки. Завдяки цьому метод сумарних зображень став широко використовуватися для розв'язання фільтраційних задач. І. І. Ляшко узагальнив формули методу сумарних зображень для смуги і напівсмуги, а також установив формули сумарних зображень для крайових задач, що описують фільтраційний потік в області, яка складається з двох середовищ, розділених горизонтальною або вертикальною лінією розділу. На основі цих формул І. І. Ляшко розв'язав задачі напірної фільтрації під флютбетамі, зокрема, розглянув випадки багатошпунтових незаглиблених і заглиблених, дренажних і розрізних флютбетів, випадок кількох флютбетів із шпунтами, фільтрацію із багатоступінчастими перепадами і флютбетамі на різних позначках дна верхнього і нижнього б'єфів, а також приток води до котлованів в одно- та двохшаровому середовищі. Крім того, І. І. Ляшко вдалося побудувати залежності вихідних швидкостей фільтрації від форми підземного водоупору, отримати формули для розрахунку витрат рідини, розподілу протитиску на флютбеті, визначити точні верхні та нижні оцінки основних фільтраційних характеристик. В класичній постановці стаціонарна задача фільтрації ґрунтових вод в однорідному середовищі зводиться до крайової задачі

$$Lu = 0 \quad \text{в області фільтрації}$$

та

$$lu = \alpha \quad \text{на межі цієї області.}$$

Тут L — оператор Лапласа, а l — оператор граничних умов. Складність задачі полягає в тому, що область, в якій шукається розв'язок задачі (область фільтрації), як правило, має надзвичайно складну форму, а крайові умови на частині її межі лише позначаються своїм типом, наприклад лінії рівних потенціалів чи лінії току, але числові значення цих потенціалів невідомі і підлягають подальшому визначенню. Крім того, на одній частині межі може бути задано функцію току, а на іншій — потенціальну функцію. Зв'язок між цими функціями відомий, але реалізувати його чисельно складно.

Для побудови розв'язку такого типу задач І. І. Ляшко використав загальну формулу сумарних зображень

$$\vec{U}(i) = P\{\mu^i \vec{A} + \nu^i \vec{B} - h^2 \sum_{k=1}^m G(i, k) P^* \rho \vec{f}(k)\}$$

де P — фундаментальна матриця для трьохдіагональної матриці, що відповідає системі різницевих рівнянь з оператором Лапласа, P^* — транспонована до неї, вектори \vec{A} та \vec{B} визначаються із відомих крайових умов задачі, μ^i , ν^i та $G(i, k)$ — діагональні матриці, цілком визначені умовою

задачі та методом. В цій формулі він поклав, що права частина рівняння є відмінною від нуля лише в точках, де крайові умови явно не визначені. Отже, відповідні значення правої частини теж підлягають визначенню. Для знаходження відповідних значень вектор-функції \vec{f} були використані закони збереження, зокрема збереження витрат рідини через заданий переріз потоку між двома лініями току. Такий підхід виявився ефективним. Побудована система алгебраїчних рівнянь мала невисокий порядок, її матриця була добре обумовлена. Після визначення невідомих параметрів, значення шуканого розв'язку задачі можна було обчислити у довільній точці області, не обчислюючи в інших. Паралельно з цим І. І. Ляшко одержав ряд результатів пов'язаних з удосконаленням та розвитком методу сумарних зображень. Були одержані формули для необмежених областей: півсмуги, смуги, півплощини тощо. Результати цих робіт стали основою для докторської дисертації і монографії "Решение фильтрационных задач методом суммарных представлений" [2].

Період з 1969 по 1975 рр. характеризується подальшим розвитком чисельно-аналітичних методів та розширенням спектру задач математичної фізики, що цікавили І. І. Ляшка. Роботи, написані у цей період, містять фундаментальні теоретичні результати з розв'язування багатовимірних задач математичної фізики у дискретній постановці. Крім того, ці результати отримують широке застосування при розрахунку Дніпровських наливних гребель, при розрахунку фільтраційних характеристик гребель Київської та Канівської ГЕС і багатьох інших гідротехнічних об'єктів.

Використовуючи метод мажорантних областей, І. І. Ляшко із співавторами одержали розрахункові алгоритми з мажорантною оцінкою для низки фільтраційних задач з суттєво непрямолінійними межами, коли область фільтрації обмежена потенціальними лініями або лініями току, або їх комбінаціями, а також для випадку криволінійного водопору. Ці результати викладені у монографіях "Численно-аналитическое решение задач теории фильтрации" [3] і "Метод мажорантных областей в теории фильтрации" [4].

У 1975 році цикл робіт з чисельно-аналітичних методів розв'язування крайових задач математичної фізики був відзначений премією ім. М. М. Крилова АН УРСР. Період з 1976 по 1991 рр. став етапом подальшого розвитку теоретичних досліджень в галузі теорії фільтрації, автоматизації чисельних розрахунків та математичного забезпечення складного експерименту. Результати розробок наукового колективу, очолюваного І. І. Ляшком, були викладені у монографіях "Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на ЭВМ" [5], "Расчет фильтрации в зоне гидросооружений" [6] і "Алгоритмизация и численный расчет фильтрационных схем" [7]. У 1981 році за цикл робіт з методів розв'язування крайових задач математичної фізики та їх застосування в теорії фільтрації колектив вчених під керівництвом І. І. Ляшка був удостоєний Державної премії УРСР.

В той же час І. І. Ляшко отримав значні результати області дослідження динамічних систем. У циклі робіт, написаних у співавторстві із професором В. П. Діденком, зокрема у монографіях "Динамические системы с разрывными коэффициентами" [8] і "Фильтрация шумов" [9] автори розробили

нові стійкі методи і алгоритми розв'язування задач фільтрації випадкових процесів за допомогою регуляризації та оснащених гільбертових просторів.

Ідеї І. І. Ляшка та В. П. Діденка були розвинені в подальшому в монографії "Математическое обеспечение сложного эксперимента" [10–14]. У цій монографії розглянуті питання розробки та обґрунтування стійких алгоритмів оцінювання адекватності математичних моделей, розвинені математичні моделі, що використовуються в радіотехніці і вивчені питання відновлення апріорних характеристик динамічних систем в задачах оцінювання.

Зокрема, у першому томі цієї фундаментальної монографії формулюються й обговорюються основні математичні проблеми, що виникають у зв'язку з розвитком вимірювально-обчислювальних комплексів, що знаходять застосування в різних областях науки і техніки; розглядаються питання розробки і математичного обґрунтування стійких алгоритмів оцінювання (фільтрації) і адекватності математичних моделей реальним об'єктам. У другому томі розглядаються математичні моделі, що описують функціонування складного вимірювально-обчислювального комплексу і деякі методи визначення параметрів руху об'єкта, що летить, за траєкторними вимірами. Ці моделі призначені як для математичного відображення основних процесів у радіотехнічних пристроях, використовуваних у вимірювально-обчислювальних комплексах так і для прогнозування руху літальних об'єктів при різних режимах зовнішнього впливу на нього. У третьому томі розглядаються деякі напрямки теорії математичного моделювання складних систем, засновані на використанні обчислювального експерименту. Методи, що викладаються, призначені для застосування при проектуванні, дослідженні і використанні радіотехнічних систем і вимірювально-обчислювальних комплексів. Розглядаються загальні питання методології математичних моделей і роботи з ними, розв'язання задачі автоматизації побудови моделюючих комплексів програм. Описуються методи побудови математичних моделей зовнішнього середовища, керування структурою вимірювально-обчислювальних комплексів і прогнозу стану динамічних систем в умовах невизначеності, а також елементи теорії векторної оптимізації в нескінченно-вимірних просторах і її застосування. У четвертому томі освітлені питання, пов'язані з дискретизацією задач, що ставляться при дослідженні складних систем. Викладено чисельні методи розв'язання інтегральних і звичайних диференціальних рівнянь, методи відновлення функцій-сигналів по кінцевій множині даних, розглянуті питання, пов'язані з математичною декомпозицією задач. У п'ятому томі обговорюються проблеми, що виникають у зв'язку з розвитком вимірювально-обчислювальних комплексів, що знаходять застосування в різних областях науки і техніки. Розглядаються питання розробки й обґрунтування методів аналізу даних і алгоритмів, що входять до складу спеціального математичного забезпечення вимірювально-обчислювального комплексу, а також ергономічний аналіз діяльності оператора автоматизованих систем. Приводиться комплекс програм статистичної обробки результатів якісних вимірів.

У 1991 році І. І. Ляшко підсумував результати досліджень з теорії фільтрації у монографії "Численное решение задач тепло- и массопереноса в

пористых средах” [15]. Починаючи з 1992 року, І. І. Ляшко розпочав розробку чисельних методів узагальненого оптимального керування системами з розподіленими параметрами. До таких систем зводяться, зокрема, деякі задачі теорії фільтрації, такі як вологоперенос на фоні горизонтального дренажу або зрошення із точкових та лінійних джерел у тріщинуватому ґрунті [16–18]. У цьому напрямку І. І. Ляшко та його учні досягли значних успіхів. Зокрема, була побудована теорія чисельних методів імпульсного і точкового керування неklasичними системами із розподіленими параметрами — псевдопараболічними та псевдогіперболічними.

Напрямки, визначені І. І. Ляшком, стали орієнтирами для роботи його численних послідовників. Під керівництвом І. І. Ляшка захистили кандидатські та докторські дисертації більше 40 його учнів. Список його робіт містить понад 400 публікацій [19]. Традиції школи І. І. Ляшка продовжують його учні і сьогодні, досліджуючи такі фундаментальні проблеми, як розробка теорії існування і єдиності узагальнених розв’язків класичних та неklasичних крайових задач з гладкими та розривними коефіцієнтами і сингулярними правими частинами; теорія розв’язності задач неопуклої оптимізації досліджуваних систем з функціоналами якості та керуваннями загального вигляду; дослідження необхідних і достатніх умов точної та асимптотичної керованості розподілених систем; дослідження необхідних умов оптимальності керування розподіленими системами; розробка і дослідження чисельних методів розв’язання задач неопуклої оптимізації неklasичних розподілених систем; розробка і дослідження ефективних чисельних методів розв’язання крайових задач математичної фізики.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ляшко И. И. Решение задачи о фильтрации под многоточковой плотинной при произвольном криволинейном подземном водоупоре: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. физ.-мат. наук / И. И. Ляшко. — Киев, 1955. — 7 с.
2. Ляшко И. И. Решение фильтрационных задач методом суммарных представлений / И. И. Ляшко. — Киев: Издательство Киевского университета, 1963. — 175 с.
3. Ляшко И. И. Численно-аналитическое решение краевых задач теории фильтрации : монография / И. И. Ляшко, И. М. Великоиваненко; Ин-т математики АН УССР. — Киев: Наукова думка, 1973. — 264 с.
4. Ляшко И. И. Метод мажорантных областей в теории фильтрации / И. И. Ляшко, И. М. Великоиваненко, В. И. Лаврик, Г. Е. Мистецкий; АН УССР. Ин-т математики. — Киев: Наук. думка, 1974. — 200 с.
5. Ляшко И. И. Расчет фильтрации в зоне гидросооружений / И. И. Ляшко, Г. Е. Мистецкий, А. Я. Олейник. — Киев: Будівельник, 1977. — 152 с.
6. Ляшко И. И. Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на ЭВМ / И. И. Ляшко, И. В. Сергиенко, Г. Е. Мистецкий, В. В. Скопецкий. — Киев: Наукова думка, 1977. — 295 с.

7. Ляшко И. И. Алгоритмизация и численный расчет фильтрационных схем / А. В. Гладкий, И. И. Ляшко, Г. Е. Мистецкий. — Киев: Вища школа, 1981. — 287 с.
8. Ляшко И. И. Динамические системы с разрывными коэффициентами / И. И. Ляшко, В. П. Диденко. — Киев: Наукова думка, 1977. — 82 с.
9. Ляшко И. И. Фильтрация шумов / И. И. Ляшко, В. П. Диденко, О. Е. Цитрицкий. — Киев: Наукова думка, 1979. — 232 с.
10. Математическое обеспечение сложного эксперимента: В 5-ти т. / Ю. А. Белов, В. П. Диденко, Н. Н. Козлов и др. ; под общ. ред. И. И. Ляшко. Т. 1. Обработка измерений при исследовании сложных систем. — Киев: Наукова думка, 1982. — 304 с.
11. Математическое обеспечение сложного эксперимента: В 5-ти т. / Ю. А. Белов, В. П. Диденко, Н. Н. Козлов и др.; под общ. ред. И. И. Ляшко. Т. 2. Математические модели при измерениях. — Киев: Наукова думка, 1983. — 264 с.
12. Математическое обеспечение сложного эксперимента : В 5-ти т. / Ю. А. Белов, Н. Н. Козлов, И. И. Ляшко и др.; под общ. ред. И. И. Ляшко. Т. 3. Основы теории математического моделирования сложных радиотехнических систем — Киев: Наукова думка, 1985. — 272 с.
13. Математическое обеспечение сложного эксперимента: В 5 т. / Ю. А. Белов, Н. Н. Козлов, И. И. Ляшко и др.; под общ. ред. И. И. Ляшко. Т. 4. Приближенные методы решения задач математического моделирования сложных радиотехнических систем. — Киев: Наукова думка, 1986. — 264 с.
14. Математическое обеспечение сложного эксперимента : В 5 т. / Ю. А. Белов, Н. Н. Козлов, И. И. Ляшко и др.; под общ. ред. И. И. Ляшко. Т. 5. Проблемы построения математического и программного обеспечения измерительно-вычислительных комплексов. — Киев: Наукова думка, 1990. — 368 с.
15. Ляшко И. И. Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах / И. И. Ляшко, Л. И. Демченко, Г. Е. Мистецкий. — Киев: Наукова думка, 1991. — 261 с.
16. Иван Иванович Ляшко. Библиография ученых Украинской ССР / [сост. Крашенинникова О. Е., Мистецкий Г. Е.] — Киев: Наукова думка, 1982. — 56 с.
17. Ляшко И. И. Численное решение псевдопараболических уравнений / И. И. Ляшко, С. И. Ляшко, Д. А. Ключин, А. Ю. Спивак // Доповіді НАН України. — 1998. — № 5. — с.29 – 34.
18. Ляшко И. И. Управление псевдогиперболическими системами с помощью сосредоточенных воздействий / И. И. Ляшко, С. И. Ляшко, В. В. Семенов // Проблемы управления и информатики. — 2000. — №5. — С. 30 – 45.
19. Видатні постаті Київського університету: Ляшко Іван Іванович / [упоряд.: І. М. Александрович, Ю. З. Прохур, В. М. Склеповий]. — К.: ВПЦ "Київський університет", 2002. — 103 с.

ФАКУЛЬТЕТ КІБЕРНЕТИКИ, КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА, вул. Володимирська, 64/13, МСП, Київ, 01601, Україна.

Надійшла 4.01.2012