

УДК 519.71

ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЛИПСОВ ПЕТУНИНА

М. В. Присяжная

РЕЗЮМЕ. Предложен новый метод фильтрации изображений с использованием эллипсов Петунина. Для выявления преимуществ и недостатков нового метода проведено его сравнение с методом фильтрации изображений на основе маргинального ранжирования.

1. ВВЕДЕНИЕ

В реальной жизни изображение, которое по той или иной причине должно быть обработано, не попадает в руки исследователя в идеальном состоянии. Достаточно распространенной является ситуация, когда препятствием выступает шум (помехи, артефакты и т.п.). Кроме того, возможны ситуации, когда на изображении информативными являются лишь некоторые его части. Тогда препятствием становятся другие, неинформативные для данной задачи, части изображения.

В данной работе решается задача отделения изображения ядра клетки, окрашенного по Фельгену, от окружающего его фона. В ходе реакции Фельгена все содержимое клетки растворяется и становится бежевым фоном, а ДНК ядра окрашивается в розовый цвет и образует компактную область. Подобные задачи обработки медицинских изображений являются традиционными: существует много методов фильтрации изображений для решения поставленной задачи, например, метод Оцу, фильтры Лапласа, Собеля и т.д. Особый интерес вызывает метод маргинального упорядочения наборов точек (пикселей), образующих исследуемые изображения. В данной работе рассмотрено новое сочетание уже разработанных методик для решения поставленной задачи — применение метода на основе эллипсов Петунина для фильтрации изображения клетки. Для сравнения наряду с новым методом в работе реализуется классический метод маргинального упорядочения.

2. КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Задача выделения ядра в общем случае сводится к задаче выделения границ (контуров) [1], которая чаще всего решается путем применения к изображениям различных фильтров, в результате работы которых получают контурные изображения.

Фильтр Лапласа. Для выделения контуров может использоваться дискретный оператор Лапласа, который также называют лапласианом [2]. Лапласиан двумерной функции $f(x, y)$ является производной второго порядка, которая определяется выражением $\nabla^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$. Для выделения контуров изображений оператор применяется к окрестностям 3×3 , на которых исчисляется сумма перепадов по отношению к центральному пикселю.

Фильтр Собеля. В области обработки изображений очень часто используется фильтр Собеля. Он представляет собой дискретный дифференциальный оператор, который вычисляет приближенное значение градиента яркости изображения [3]. Результатом применения фильтра Собеля в каждой точке изображения является или вектор градиента яркости, или его норма. Оператор Собеля основывается на свертке изображения небольшими отдельными целочисленными фильтрами в вертикальном и горизонтальном направлениях.

Благодаря поиску градиента в каждой точке изображения, находится направление наибольшего роста яркости и величина ее изменения в этом направлении. Контуров изображения обнаруживаются по величине изменения яркости изображения.

Адаптивная пороговая обработка изображений. Класс методов пороговой обработки изображений основывается на предварительном выборе так называемого порога яркости, который нужен для разбиения изображения на два кластера. Задача усложняется тем, что каждое изображение имеет свой собственный порог, поскольку среднее значение яркости различных изображений очень отличается.

Наиболее известной и распространенной в использовании на сегодняшний день является пороговая обработка по методу Оцу [4]. Этот метод используется для выполнения пороговой бинаризации полутоновых изображений. Алгоритм предполагает наличие в изображении двух классов пикселей (основных и фоновых) и ищет оптимальный порог, который делит их на два класса таким образом, чтоб их внутриклассовая дисперсия была минимальной. Описанный принцип может быть использован для выделения ядер, рассматривая два кластера: пиксели ядра и пиксели фона.

Метод маргинального ранжирования. Метод маргинального ранжирования является одним из классических методов фильтрации изображений.

В данной работе применяется маргинальный метод, определенный на основе трех различных центральных точек каждой из компонент изображения [5].

1. Среднее значение: вычисляется как среднее значение по соответствующей компоненте заданного набора точек.

2. Медиана: вычисляется как срединное значение отсортированного по возрастанию набора точек по соответствующей компоненте.

3. Срединное значение: точка, которая находится посередине заданного вектора набора точек по соответствующей компоненте.

Пусть рассматривается множество точек $M_n = \{(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_n, y_n, z_n)\}$, где $\vec{x}_n = (x_n, y_n, z_n) \in R^3$.

Обозначим указанные выше центральные точки как x_{α_i} (среднее значение), x_{β_i} (медиана) и x_{γ_i} (срединное значение), где индекс i означает одну из трех компонент изображения, которое рассматривается.

Введем следующие функции для каждой из трех компонент изображения:

$$\begin{aligned} f_x(x_i) &= \|x_{\alpha_i} - x_i\| + \|x_{\beta_i} - x_i\| + \|x_{\gamma_i} - x_i\| \\ f_y(y_i) &= \|x_{\alpha_i} - y_i\| + \|x_{\beta_i} - y_i\| + \|x_{\gamma_i} - y_i\| \\ f_z(z_i) &= \|x_{\alpha_i} - z_i\| + \|x_{\beta_i} - z_i\| + \|x_{\gamma_i} - z_i\|, \end{aligned}$$

где $\|\cdot\|$ — евклидова норма.

Осуществив упорядочение точек заданного набора в соответствии со значениями введенных функций по каждой из компонент изображения, можно получить вариационный ряд $\vec{x}_{(1)} \prec \vec{x}_{(2)} \prec \dots \prec \vec{x}_{(n)}$.

3. Эллипсоид Петунина [6]

Не ограничивая общности, опишем алгоритм построения эллипсоида Петунина на плоскости, а затем перенесем его в пространство R^m при $m > 2$. Исходными данными для алгоритма является множество многомерных точек $M_n = \{\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n\}$, где $\vec{x}_n = (x_n, y_n)$.

Эллипс Петунина. На первом этапе построим выпуклую оболочку точек $M_n = \{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$. Найдем вершины выпуклой оболочки (x_k, y_k) и (x_l, y_l) , лежащие на диаметре выпуклой оболочки, т.е. вершины, наиболее удаленные друг от друга. Соединим точки (x_k, y_k) и (x_l, y_l) отрезком L . Найдем вершины выпуклой оболочки (x_r, y_r) и (x_q, y_q) , наиболее удаленные от L . Соединим точки (x_r, y_r) и (x_q, y_q) отрезками L_1 и L_2 , параллельными к отрезку L . Проведем через точки (x_k, y_k) и (x_l, y_l) отрезки L_3 и L_4 , перпендикулярные к отрезку L . Пересечения отрезков L_1, L_2, L_3 и L_4 образуют прямоугольник Π , стороны которого имеют длины a и b .

Будем считать, что $a \leq b$. Переведем левый нижний угол прямоугольника в начало новой системы координат с осями Ox' и Oy' с помощью поворота и параллельного переноса. Точки $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ перейдут в точки $(x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2), \dots, (x'_n, y'_n)$. Отобразим точки $(x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2), \dots, (x'_n, y'_n)$ в точки $(\alpha x'_1, y'_1), (\alpha x'_2, y'_2), \dots, (\alpha x'_n, y'_n)$, где $\alpha = \frac{a}{b}$. В результате получим совокупность точек, лежащих в квадрате S .

Вычислим центр (x'_0, y'_0) квадрата S и найдем расстояния r_1, r_2, \dots, r_n от него до каждой точки $(\alpha x'_1, y'_1), (\alpha x'_2, y'_2), \dots, (\alpha x'_n, y'_n)$. Наибольшее число $R = \max(r_1, r_2, \dots, r_n)$ определяет круг с центром в точке (x'_0, y'_0) и радиусом R . В итоге все точки $(\alpha x'_1, y'_1), (\alpha x'_2, y'_2), \dots, (\alpha x'_n, y'_n)$ оказываются внутри круга с радиусом R . Растягивая этот круг вдоль оси Ox' с коэффициентом $\beta = \frac{1}{\alpha}$ и выполняя обратные преобразования поворота и переноса, получим эллипс Петунина.

Эллипсоид Петунина. В m -мерном пространстве на первом шаге найдем две вершины выпуклой оболочки \vec{x}_k и \vec{x}_l , лежащие на ее диаметре.

Соединим точки \vec{x}_k и \vec{x}_l отрезком L . Повернем и перенесем систему координат, так чтобы диаметр выпуклой оболочки лежал на оси Ox'_1 . Построим наименьший прямоугольный параллелепипед, содержащий точки $\vec{x}'_1, \dots, \vec{x}'_n$.

Сжимая прямоугольный параллелепипед, отобразим точки в гиперкуб. Найдем центр \vec{x}_0 гиперкуба и вычислим расстояния r_1, r_2, \dots, r_n от него до каждой точки. Найдем наибольшее число $R = \max(r_1, r_2, \dots, r_n)$ и построим гипершар с центром в точке \vec{x}_0 и радиусом R . Применяя к этому гипершару обратные операции растягивания, поворота и переноса, получим эллипсоид Петунина в m -мерном пространстве.

Теорема 1 [7]. Если векторы $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n$ являются независимыми и одинаково распределенными случайными векторами из генеральной совокупности G , E_n — доверительный эллипсоид, содержащий точки $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n$, и $\vec{x}_{n+1} \in G$, то $P(\vec{x}_{n+1} \in E_n) = \frac{n}{n+1}$.

4. МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ ЭЛЛИПСОВ ПЕТУНИНА

Рассмотрим множество точек $M_n = \{(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_n, y_n, z_n)\}$, где $\vec{x}_n = (x_n, y_n, z_n) \in R^3$.

Построим доверительные эллипсоиды E_n , на границах которых содержатся точки из множества M_n . Согласно алгоритму Петунина эти эллипсы будут концентрическими, поскольку они получены путем растяжения концентрических сфер. Вероятность, что на границе эллипса Петунина лежит две или более точек, равна нулю.

Точки, которые лежат на эллипсоидах E_n , образуют вариационный ряд $\vec{x}_{(1)} \prec \vec{x}_{(2)} \prec \dots \prec \vec{x}_{(n)}$, где отношение порядка $x \prec y$ означает, что из того, что $x \in E$, $y \in G$ следует, что $G \subset E$.

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Входными данными были изображения (сканограммы) клеток буккального эпителия больных раком молочной железы, предоставленные Институтом экспериментальной патологии, онкологии и радиобиологии НАН Украины им. Р. Е. Кавецкого (автор благодарит за помощь доктора медицинских наук Н. В. Бородай). Размер входных изображений был равен 159 на 159 пикселей. На вход от каждого изображения, которое рассматривалось, подавалось три матрицы значений интенсивности цветов пикселей по красной, зеленой и синей компоненте.

На рис. 1–3 ниже приведены пример исходного изображения (в черно-белом исполнении), результаты работы метода маргинального ранжирования и метода, основанного на концентрических эллипсах Петунина соответственно.

Перечислим критерии, по которым сравнивались рассматриваемые методы, в порядке важности.

1. Целостность формы отфильтрованной части изображения.
2. Геометрическая точность выделения отфильтрованной части изображения каждым из методов.

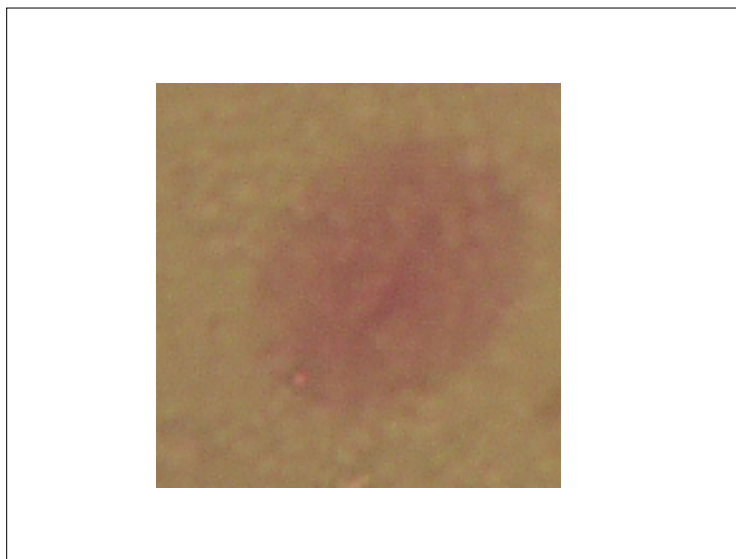


Рис. 1. Исходное изображение

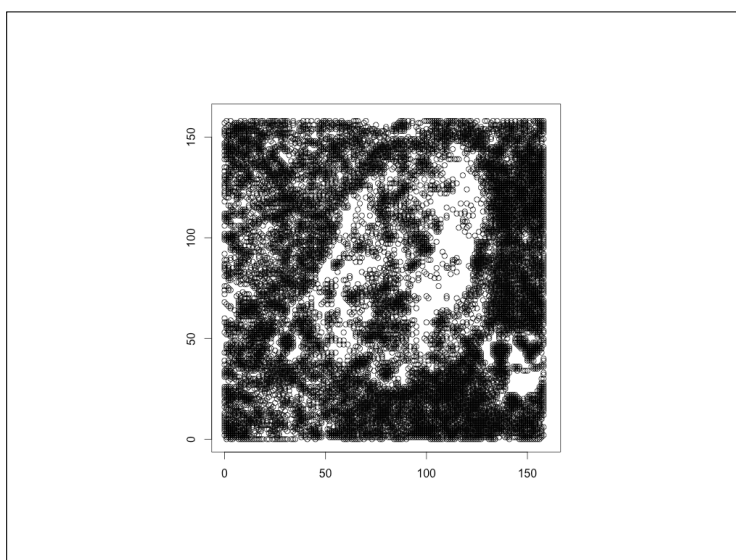


Рис. 2. Результат работы метода маргинального ранжирования (по красной компоненте)

3. Наличие новообразований в форме отфильтрованной части изображения: отростки, островки и т.п.
 4. Оценка быстродействия работы каждого из методов.
- Результаты оценки работы рассматриваемых методов по указанным критериям приведены в Таблице 1.

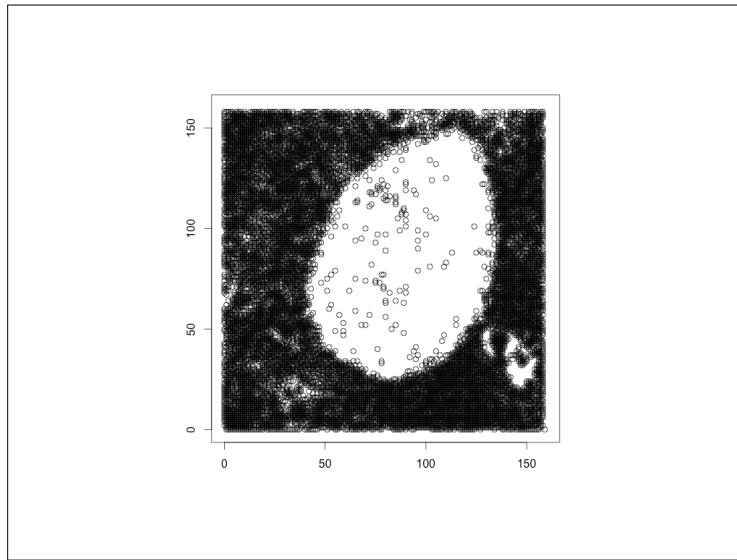


Рис. 3. Результат работы метода с использованием концентрических эллипсов Петунина

Таблица 1. Сравнение метода маргинального ранжирования и метода, основанного на концентрических эллипсах Петунина

№ критерия	Метод маргинального ранжирования	Метод с использованием эллипсов Петунина
1	Прослеживается нестабильность целостности отфильтрованной части изображения по различным компонентам.	Форма отфильтрованной части изображения целостная, за исключением небольшого количества пикселей.
2	Форма отфильтрованной части изображения нестабильно точно повторяет соответствующую форму на исходном изображении.	Прослеживается явное геометрическое сходство формы отфильтрованной части изображения и формы на исходном изображении, кроме случаев изменения выпуклости в некоторых ее частях.
3	В отфильтрованной части изображения имеются островки и отростки.	В отфильтрованной части изображения имеются островки и отростки, которых не было в соответствующей части на исходном изображении.
4	Метод работает достаточно быстро (в среднем на фильтрацию одного изображения необходимо 3,2 секунды).	Метод работает почти так же быстро (на фильтрацию одного изображения необходимо около 4,5 секунды).

Выводы

В данной работе описан новый метод фильтрации изображения с использованием концентрических эллипсов Петунина. Для более точной оценки качества предложенного метода в работе был рассмотрен еще один, классический метод фильтрации изображений — метод маргинального упорядочения.

На основании проведенного анализа по заявленным критериям можно сделать вывод, что предложенный новый метод фильтрации изображений в рамках поставленной в работе задаче обеспечивает не менее стабильные результаты, чем классические методы, например, метод маргинального ранжирования. В рамках дальнейших исследований планируется усовершенствовать метод, основанный на концентрических эллипсах Петунина и таким образом улучшить результаты фильтрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соيفер В. А. Компьютерная обработка изображений. Часть 2. Методы и алгоритмы // Соросовский образовательный журнал. — 1996. — № 3. — С. 110–121.
2. Фисенко В. Т. Компьютерная обработка и распознавание изображений / В. Т. Фисенко, Т. Ю. Фисенко. — СПб. : СПбГУ ИТМО. — 2008. — 192 с.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений / У. Прэтт. — Т. 2. — М. : Мир. — 1982. — 478 с.
4. Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms / N. Otsu // Trans. Sys., Man., Cyber. — 1979. — 9, № 1. — P. 62–66.
5. Kaijun Tang, Jakko Astola, Yrjo Neuvo. Multivariate order statistic filters in color image processing // IEEE International Conference on. — 1992. — P. 584–587
6. Ляшко С.И., Ключин Д.А., Алексеенко В.В. Многомерное ранжирование и эллиптический пилинг // Кибернетика и системный анализ. — 2013. — № 4. — С. 29–36.
7. Матвейчук С.А., Петунин Ю.И. Обобщение схемы Бернулли, возникающее в вариационной статистике. // Укр. матем. журнал. — 1991. — 42, № 4. — С. 518–528.

ФАКУЛЬТЕТ КИБЕРНЕТИКИ, КИЕВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА, ул. Владимирская, 64, КИЕВ, 01601, УКРАИНА.

Поступила 24.01.14