Журнал обчислювальної та прикладної математики

Journal of Computational & Applied Mathematics

УДК 519.6;697.3 MSC 97M50

## DYNAMIC CHARACTERISTIC OF HEATING-ACCUMULATING

Oleksiuk Anatoliy<sup>1</sup>, Trofymchuk Oleksandr<sup>2</sup>, Shytikova Irina<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Donetsk, Ukraine, E-mail: kandi ir@meta.ua

<sup>2</sup>Institute of telecommunications and global information space of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, E-mail: itelua@kv.ukrtel.net, deekon@mail.ru.

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДОГРЕВАТЕЛЬНО-АККУМУЛЯТОРНЫХ УСТАНОВОК

# А. А. ОЛЕКСЮК<sup>1</sup>, А. Н. ТРОФИМЧУК<sup>2</sup>, И. Г. ШИТИКОВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Донецк, Украина, E-mail: kandi ir@meta.ua

<sup>2</sup>Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства, Киев, Украина, E-mail: deekon@mail.ru.

ABSTRACT. The method of equation solution of heat-mass exchange processes, that allow to determine the heat carrier temperature at any point of the surface and at any moment in the three circuit heat exchanger of a coiled type, is quoted in the given article.

It is important to know the processes running inside the apparatus as well as to calculate the temperatures in any point of the coils for the technical characteristics improvement of the threecircuit heat exchanger of a coiled type. That becomes possible in the given calculation.

The task solution will allow save the materials consumption for the three circuit heat exchangers of a coiled type manufacturing in the future

We will only confine ourselves to the cases of the three heat carriers spiral parallel flow, limited by the frame of the heat exchanger and coils of the heating and hot water supply systems contours, that refer to the physical nature of the heating and mass exchange process for the derivation of the equations describing the dynamic characteristics of the multicircuit heat exchanger of a coiled type in HAU under study, then the equations system will be difficult for its solution.

The scientific basis of the mathematical description of the heat transfer process in the multithreaded degree of the heat exchanging units in the form of the linear differential equations system have been formulated. Traditionally the heat transfer tasks are solved in conformity with the double-flow systems, in which the heat exchange is carried out between hot and cold heat carriers. However one of the frequently used multithreaded systems is projected alongside with the double-flow systems. In case the number of the heat carriers is more than two, then an additional system analysis is required for the optimal flows structure option.

The natural pattern is developed for the heat and mass exchange processes effectiveness increase in the heat exchangers of a coiled type for the independent heat supply systems, mathematical modelling is applied for the heat transfer process in the multicurcuit heat exchanger under the conditions of various character of the heat carriers traffic description.

KEYWORDS: Heat-accumulating unit, three-circuit heat exchanger, independent heat supply system.

РЕЗЮМЕ. В данной статье приведен способ решения уравнений процессов тепломассообмена, позволяющих определить температуру теплоносителя в любой точке поверхности и в любой момент времени, в трехконтурном теплообменнике змеевикового типа. КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: подогревательно - аккумуляторная установка, трехконтурный теплообменник, система независимого теплоснабжения.

#### Введение

Для улучшения технических характеристик трехконтурного теплообменника змеевикового типа необходимо знать, какие процессы протекают внутри аппарата, а также рассчитывать температуры в любых точках змеевиков, что становиться возможным в приведенном расчете. Рассмотрены математические методы оптимизации теплообмена в многоконтурных теплообменных установках различного назначения и конструкций [6, 7]. Для моделирования потоков и теплообмена в работах Солонина В. И, Савельева О. С. была разработана математическая модель установки для системы отопления и горячего водоснабжения, которая отличается простотой применения, а также многофункциональностью. Работа является продолжением публикаций авторов по исследованию конструкций теплообменных установок и их расчету.

Решение задачи позволит в дальнейшем экономить расход материалов на изготовление трехконтурных теплообменников змеевикового типа и обеспечит систему энэргоэффективности.

### 1. Основной материал

Для вывода уравнений, описывающих динамические характеристики рассматриваемого многоконтурного теплообменника змеевикового типа в ПАУ, ограничимся только случаями параллельного течения трех теплоносителей по спирали, ограниченных корпусом ТА и змеевиками контуров систем отопления и горячего водоснабжения, относящихся к физической сущности процесса тепло- и массообмена, иначе система уравнений будет сложной для решения [1]. С целью упрощения математического исследования введем следующие допущения:

- рассматриваются изменения температур только по направлению движения потоков, а по сечениям потоков теплоносителей приняты усредненные значения температур;
- пренебрегаем влиянием свободной конвекции жидкости на коэффициент теплообмена, а учитывается только вынужденная конвекция;
- необходимо пренебречь теплотой, проходящей в направлении потока за счет теплопроводности как в стенке трубы, так и в жидкости;
- эффективность за счет излучения и проводимости в радиальном направлении учтена в локальных коэффициентах теплоотдачи;
- плотности несжимаемых жидкостей приняты постоянными;
- теплоемкости теплоносителей приняты постоянными;
- коэффициенты теплоотдачи конвекцией являются функциями температуры и скорости в таких аппаратах;
- учитывается теплоемкость стенок;
- механической энергией (кинетической и потенциальной) по сравнению с тепловой можно пренебречь;
- теплопроводность материала стенки принимается бесконечной;
- теплопотерями в окружающую среду можно пренебречь, т.к. корпус бака- аккумулятора изолирован, а в нем находится нагреваемая вода с более низкой температурой, чем в корпусе трехконтурного теплообменника.

В сечении ПАУ с многоконтурным теплообменником выделим участок d (рис. 1). К элементарному объему, ограниченному сечениями x и dx, может быть применен общий закон сохранения энергии для непрерывных процессов — накопление равно поступлению за вычетом потерь.



Рис 1. Направление движения теплоносителей в многоконтурном теплообменнике змеевикового типа

В момент времени  $\tau$  количество теплоты  $dQ_1$ , накопленной греющим теплоносителем в объеме  $A_1 dx$ , где  $A_1$  — площадь поперечного сечения для прохода первичного греющего теплоносителя  $G_1$ , составит

$$dQ_1 = \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot T_1 \cdot A_1 \cdot dx, \tag{1}$$

где  $\rho_1, c_{p_1}$  — плотность и теплоемкость греющего теплоносителя, соответственно, кг/м<sup>3</sup> и кДж/(кг·°С),  $T_1$  — температура греющего теплоносителя из тепловой сети в точке x, °С.

Из условия постоянства плотности и теплоемкости жидкости накопленное количество теплоты  $dQ_1$  в момент времени  $\tau + d\tau$  составит

$$dQ_2 = \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot \left(T_1 + \frac{\partial T_1}{\partial \tau} d\tau\right) \cdot A_1 \cdot dx.$$
(2)

Таким образом, количество теплоты, накопленное в участке dx за промежуток времени  $d\tau$ , представляет собой разность  $dQ = dQ_2 - dQ_1$ , т.е.

$$dQ = \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot \left(T_1 + \frac{\partial T_1}{\partial \tau} d\tau\right) \cdot A_1 \cdot dx - \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot T_1 \cdot A_1 \cdot dx, \qquad (3)$$

и следовательно,

$$dQ = \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \cdot A_1 \cdot dx \cdot d\tau.$$
(4)

Для греющего теплоносителя поступление теплоты в участок  $dQ_3$  обусловлено только перемещением жидкости и составляет в сечении за время  $d\tau$ 

$$dQ_3 = \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot T_1 \cdot \varpi_1 \cdot A_1 \cdot d\tau, \tag{5}$$

где  $\varpi_1$  — линейная скорость греющей жидкости, м/с.

Потеря теплоты на участке dx происходит как вследствие перемещения жидкости, так и вследствие теплоотдачи. Количество теплоты с истоком жидкости  $dQ_4$  через сечение с координатой (x+dx) за время  $d\tau$  составляют

$$dQ_4 = \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot \left(T_1 + \frac{\partial T_1}{\partial x} dx\right) \cdot \varpi_1 \cdot A_1 \cdot d\tau.$$
(6)

Количество теплоты вследствие теплоотдачи стенке  $dQ_5$  за время  $d\tau$  на участке dx равны  $dQ_5 = dQ'_5 + dQ''_5$ ,

где

$$dQ'_5 = \pi \cdot D_1 \cdot dx \cdot \alpha_1 \cdot (T_1 - T_{Cm}) \cdot d\tau, \tag{7}$$

 $D_1$  — внутренний диаметры трубы, м;  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи от греющего теплоносителя к стенке,  $Bt/(M^2 \cdot {}^{\circ}C)$ ;  $T_{Cm}$  — температура стенки с диаметром  $D_1$ , °C.

Комбинируя полученные выражения в уравнении закона сохранения, получим после деления всех членов на  $(dx \cdot d\tau)$ 

$$A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + \rho_1 \cdot c_{p_1} \cdot \varpi_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x} + \pi \cdot D_1 \cdot \alpha_1 \cdot (T_1 - T_{Cm}) = 0.$$
(8)  
81

Аналогично могут быть получены уравнения для температур нагреваемых жидкостей  $T_2$  и  $T_3$  и температур стенок  $T_{Cm2}$  и  $T_{Cm3}$ . Для нагреваемых жидкостей накопление теплоты  $dQ_6$  за время  $d\tau$  на участке dx составляет

$$dQ_6 = dQ_6' + dQ_6'',$$

откуда

$$dQ_{6}' = A_{2} \cdot \rho_{2} \cdot c_{p_{2}} \cdot dx \frac{\partial T_{2}}{\partial \tau} d\tau, \qquad (9)$$

$$dQ_6'' = A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot dx \frac{\partial T_3}{\partial \tau} d\tau, \qquad (10)$$

где  $A_2, A_3$  — площади проходных сечений для нагреваемых теплоносителей на отопление и горячее водоснабжение, соответственно, м<sup>2</sup>;  $\rho_2$ ,  $c_{p_2}$ ,  $\rho_3$ ,  $c_{p_3}$ — плотности и теплоемкости теплоносителей отопления и горячего водоснабжения, соответственно, кг/м<sup>3</sup> и кДж/(кг. °C).

Поступление теплоты в участок dx происходит с потоками нагреваемых жидкостей и за счет теплоотдачи стенок. Поступление теплоты с потоками жидкостей при прямотоке  $dQ_7$  за время  $d\tau$  определяется выражениями  $dQ_7 = dQ_7' + dQ_7''$ , откуда

$$dQ'_{7} = \rho_{2} \cdot c_{p_{2}} \cdot T_{2} \cdot \varpi_{2} \cdot A_{2} \cdot d\tau, \qquad (11)$$

$$dQ_7'' = \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot T_3 \cdot \varpi_3 \cdot A_3 \cdot d\tau, \qquad (12)$$

где  $\varpi_2$  и  $\varpi_3$  — линейные скорости жидкостей в контурах отопления и горячего водоснабжения, м/с.

Поступление теплоты за счет теплоотдачи от стенок  $dQ_8$  за время d auопределяется выражениями

$$dQ_8 = dQ_8' + dQ_8'',$$

откуда

$$dQ'_8 = \pi \cdot D_2 \cdot dx \cdot \alpha_2 \cdot (T_{Cm2} - T_2) \cdot d\tau, \tag{13}$$

$$dQ_8'' = \pi \cdot D_3 \cdot dx \cdot \alpha_3 \cdot (T_{Cm3} - T_3) \cdot d\tau, \tag{14}$$

где  $\alpha_2, \alpha_3$  — коэффициенты теплоотдачи от стенок, образованных диаметрами  $D_2$  и  $D_3$ , к нагреваемым теплоносителям  $T_2$  и  $T_3$ ,  $BT/(M^{2\circ}C)$ .

Потеря теплоты из элемента dx dQ<sub>9</sub> связана только с потоками жидкостей соответствующих контуров за время  $d\tau$  составляет

$$dQ_9 = dQ'_9 + dQ''_9,$$

откуда

$$dQ'_{9} = \rho_{2} \cdot c_{p_{2}} \cdot \left(T_{2} + \frac{\partial T_{2}}{\partial x}dx\right) \cdot \varpi_{2} \cdot A_{2} \cdot d\tau, \qquad (15)$$

$$dQ_9'' = \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot \left(T_3 + \frac{\partial T_3}{\partial x} dx\right) \cdot \varpi_3 \cdot A_3 \cdot d\tau.$$
(16)

Составляя дальше уравнения по закону сохранения для участка dx и интервала времени  $d\tau$ , получим два дифференциальных уравнения для 82

температур нагреваемых жидкостей  $T_2$  и  $T_3$  соответствующих контуров горячего водоснабжения и отопления

$$A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p_2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - -\rho_2 \cdot c_{p_2} \cdot \varpi_2 \cdot A_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x} - \pi \cdot D_2 \cdot \alpha_2 \cdot (T_{Cm2} - T_2) = 0, \quad (17)$$

 $A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot \frac{\partial T_3}{\partial \tau} - \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot \varpi_3 \cdot A_3 \cdot \frac{\partial T_3}{\partial x} - \pi \cdot D_3 \cdot \alpha_3 \cdot (T_{Cm3} - T_3) = 0.$ (18)

Для участка dx стенки накопление теплоты  $dQ_{10}$  за время d au составляет

$$dQ_{10} = dQ_{10}' + dQ_{10}'', (19)$$

откуда

$$dQ'_{10} = \frac{\pi \cdot \left(D_1^2 - D_2^2\right)}{4} \cdot L_2 \cdot dx \cdot \rho_{Cm2} \cdot c_{Cm2} \cdot \frac{dT_{Cm2}}{d\tau} \cdot d\tau, \qquad (20)$$

$$dQ_{10}'' = \frac{\pi \cdot \left(D_1^2 - D_3^2\right)}{4} \cdot L_3 \cdot dx \cdot \rho_{Cm2} \cdot c_{Cm2} \cdot \frac{dT_{Cm2}}{d\tau} \cdot d\tau, \qquad (21)$$

где:  $\rho_{Cm2}$ ,  $c_{Cm2}$ ,  $\rho_{Cm3}$ ,  $c_{Cm3}$  — плотности и теплоемкости материала стенок,  $L_2$  и  $L_3$  — длины змеевиков систем отопления и горячего водоснабжения, м.

Поступление теплоты к стенке  $dQ_{11}$ , которое происходит за счет теплоотдачи от греющего теплоносителя за время  $d\tau$ , составляет

$$dQ_{11} = dQ_{11}' + dQ_{11}'',$$

откуда

$$dQ'_{11} = \pi \cdot D_1 \cdot dx \cdot \alpha_1 \cdot (T_1 - T_{Cm2}) \cdot d\tau, \qquad (22)$$

$$dQ_{11}^{\prime\prime} = \pi \cdot D_1 \cdot dx \cdot \alpha_1 \cdot (T_1 - T_{Cm3}) \cdot d\tau.$$
<sup>(23)</sup>

Потери теплоты стенкой  $dQ_{12}$  связаны с теплоотдачей нагреваемым теплоносителем за время  $d\tau$  и составляют

$$dQ_{12} = dQ_{12}' + dQ_{12}'',$$

откуда

$$dQ'_{12} = \pi \cdot D_1 \cdot dx \cdot \alpha_1 \cdot (T_{Cm2} - T_2) \cdot d\tau, \qquad (24)$$

$$dQ_{12}^{''} = \pi \cdot D_1 \cdot dx \cdot \alpha_1 \cdot (T_{Cm3} - T_3) \cdot d\tau.$$
<sup>(25)</sup>

Составляя уравнение закона сохранения для стенок и принимая приближенно  $D_{21} = D_{22} = D_{2cp}$  и  $D_{31} = D_{32} = D_{3cp}$ , получим

$$\rho_{Cm2} \cdot c_{Cm2} \cdot \chi_{Cm2} \cdot \frac{dT_{Cm1}}{d\tau} + \alpha_{21} \cdot (T_{Cm2} - T_2) - \alpha_{11} \cdot (T_2 - T_{Cm2}) = 0, \quad (26)$$
83

$$\rho_{Cm3} \cdot c_{Cm3} \cdot \chi_{Cm3} \cdot \frac{dT_{Cm3}}{d\tau} + \alpha_{31} \cdot (T_{Cm3} - T_3) - \alpha_{32} \cdot (T_3 - T_{Cm3}) = 0, \ (27)$$

где  $\chi_{Cm2} = \frac{D_{22} - D_{21}}{2}$  и  $\chi_{Cm3} = \frac{D_{32} - D_{31}}{2}$  — толщины стенок, м.

Если стенки настолько тонкие, что их термическим сопротивлением можно пренебречь, то в нестационарных режимах будут справедливы такие же уравнения для температур стенок, как и в стационарном режиме, т.е. теплоотдача между теплоносителем  $T_1$  и двумя нагреваемыми жидкостями  $T_2$  и  $T_3$  может быть описана с помощью коэффициента теплопередачи. Температуры стенок, образованных диаметром  $D_1$ , в этом случае будут однозначно определятся температурами омывающих жидкостей  $T_2$  и  $T_3[2]$ .



РИС 2. График температур при движении теплоносителей на противотоке

В том случае, когда теплопроводность стенок не может быть принята бесконечной, при описании нестационарных режимов необходимо учитывать динамику изменения поля температур в каждой стенке.

Аналогично уравнениям (8), (17), (18), (26) и (27) можно вывести три уравнения, описывающие динамику процесса тепло- и массообмена между теплоносителями  $T_3$  и  $T_4$ .

Согласно закона сохранения теплообмена (8) между теплоносителями, находящимися в контурах с поперечным сечением  $A_3$  и  $A_4$ , примет вид

$$A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot \frac{\partial T_3}{\partial \tau} + \rho_3 \cdot c_{p_3} \cdot \varpi_3 \cdot A_3 \cdot \frac{\partial T_3}{\partial x} + \pi \cdot D_{31} \cdot \alpha_{31} \cdot (T_3 - T_{Cm3}) = 0, \quad (28)$$
84

где  $\alpha_{31}$  — коэффициент теплоотдачи от греющего теплоносителя  $T_3$  к стенке корпуса теплообменника,  $\text{Bt}/(\text{M}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$ ;  $T_{Cm3}$  — температура стенки,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $D_{31}$  — внутренний диаметр трубы корпуса, м.

Составляя аналогично уравнение закона сохранения для участка dx и интервала  $d\tau$ , получим дифференциальное уравнение для температуры нагреваемой жидкости  $T_4$ , находящейся в объеме бака-аккумулятора

$$A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{p_4} \cdot \frac{\partial T_4}{\partial \tau} + \rho_4 \cdot c_{p_4} \cdot \varpi_4 \cdot A_4 \cdot \frac{\partial T_4}{\partial x} - \pi \cdot D_{32} \cdot \alpha_{32} \cdot (T_{Cm3} - T_4) = 0, \quad (29)$$

где  $\alpha_{32}$  — коэффициент теплоотдачи от стенки корпуса теплообменника к нагреваемому теплоносителю, Вт/(м<sup>2</sup> · °С);  $A_4$  — площадь поперечного сечения для теплоносителя  $T_4$ , м<sup>2</sup>;  $\rho_4$  и  $c_{p_4}$  — плотность и теплоемкость нагреваемого теплоносителя.

Аналогично составляется уравнение закона сохранения для стенки  $D_3$  и, принимая приближенно  $D_{31} = D_{32} = D_{cp}$ , получим

$$\rho_{Cm3} \cdot c_{Cm3} \cdot \chi_{Cm3} \cdot \frac{dT_{Cm3}}{d\tau} + \alpha_{32} \cdot (T_{Cm3} - T_4) - \alpha_{31} \cdot (T_3 - T_{Cm3}) = 0.$$
(30)

Таким образом, уравнения (8), (17), (18), (25)–(30) представляют собой математическую модель ПАУ с трехконтурным теплообменником и описывают его динамические свойства.

В качестве граничных условий должны быть заданы температуры теплоносителей на входе

$$T_2|_{\chi=0} = T'_2(\tau), \quad T_1|_{\chi=0} = T'_1(\tau),$$
  
 $T_3|_{\chi=0} = T'_3(\tau), \quad T_4|_{\chi=0} = T'_4(\tau).$ 

При противотоке изменяются направления скоростей  $\varpi_2$  и  $\varpi_3$  и, следовательно, знак второго члена в уравнениях (17) и (18).

Исследование динамических характеристик, описываемых полученными уравнениями, удобно производить с помощью персонального компьютера, так как аналогичное исследование системы дифференциальных уравнений в частных производных затруднительно[3].

При решении уравнений на персональном компьютере возможна только одна независимая переменная — время. Поэтому по пространственной координате уравнения должны быть записаны в конечных разностях. Заменяя производные  $\partial T/\partial x$  на разностные отношения  $\frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta \chi}$ , получаем для уравнений (8), (17), (18), (25)–(30)

$$\begin{cases} \frac{dT_{1_i}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_1}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{1_H} \cdot \alpha_{11}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}}\right) \cdot T_{1_i} + \frac{\varpi_1}{\Delta\chi_i} \cdot T_{1_{(i-1)}} + \frac{\pi \cdot D_{1_H} \cdot \alpha_{11}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}} \cdot T_{cm.1_i};\\ \frac{dT_{cm1_i}}{d\tau} = -\frac{\alpha_{11} + \alpha_{12}}{\chi_{cm1} \cdot \rho_{cm1} \cdot c_{cm1}} \cdot T_{cm1_i} + \frac{\alpha_{11}}{\chi_{cm1} \cdot \rho_{cm1} \cdot c_{cm1}} \cdot T_{1_i} + \frac{\alpha_{12}}{\chi_{cm1} \cdot \rho_{cm1} \cdot c_{cm1}} \cdot T_{1_i};\\ \frac{dT_{2_i}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_2}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{2_B} \cdot \alpha_{12}}{A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{\rho_2}}\right) \cdot T_{1_i} - \frac{\varpi_1}{\Delta\chi_i} \cdot T_{1_{(i-1)}} + \frac{\pi \cdot D_{2B} \cdot \alpha_{12}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}} \cdot T_{cm1_i}; \end{cases}$$
(31)

$$\begin{cases} \frac{dT_{1_i}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_1}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{1_B} \cdot \alpha_{21}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}}\right) \cdot T_{2_i} + \frac{\varpi_1}{\Delta\chi_i} \cdot T_{2(i-1)} + \frac{\pi \cdot D_{1B} \cdot \alpha_{21}}{A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{\rho_2}} \cdot T_{cm2_i};\\ \frac{dT_{cm2_i}}{d\tau} = -\frac{\alpha_{21} + \alpha_{22}}{\chi_{cm2} \cdot \rho_{cm2} \cdot c_{cm2}} \cdot T_{cm2_i} + \frac{\alpha_{21}}{\chi_{cm2} \cdot \rho_{cm2} \cdot c_{cm2}} \cdot T_{2_i} + \frac{\alpha_{22}}{\chi_{cm2} \cdot \rho_{cm2} \cdot c_{cm2}} \cdot T_{2_{ii}};\\ \frac{dT_{3_i}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_3}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{3_H} \cdot \alpha_{32}}{3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}}\right) \cdot T_{2_i} - \frac{\varpi_3}{\Delta\chi_i} \cdot T_{3(i-1)} + \frac{\pi \cdot D_{3_H} \cdot \alpha_{32}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}} \cdot T_{cm2_i}; \end{cases}$$
(32)

$$\begin{cases} \frac{dT_{3_i}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_3}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{3_B} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}}\right) \cdot T_{3_i} + \frac{\varpi_3}{\Delta\chi_i} \cdot T_{3_{(i-1)}} + \frac{\pi \cdot D_{3_B} \cdot \alpha_{32}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}} \cdot T_{cm3_i};\\ \frac{dT_{cm3_i}}{d\tau} = -\frac{\alpha_{31} + \alpha_{32}}{\chi_{cm3} \cdot \rho_{cm3} \cdot c_{cm3}} \cdot T_{cm3_i} + \frac{\alpha_{31}}{\chi_{cm3} \cdot \rho_{cm3} \cdot A_{cm3}} \cdot T_{3_i} + \frac{\alpha_{32}}{\chi_{cm3} \cdot \rho_{cm3} \cdot c_{cm3}} \cdot T_{4_i};\\ \frac{dT_{4_i}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_4}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{3_H} \cdot \alpha_{42}}{A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{\rho_4}}\right) \cdot T_{4_i} - \frac{\varpi_4}{\Delta\chi_i} \cdot T_{4_{(i-1)}} + \frac{\pi \cdot D_{3_H} \cdot \alpha_{42}}{A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{V_4}} \cdot T_{cm3_i}. \end{cases}$$
(33)

Для первого участка (i = 1) с учетом граничных условий уравнения для контура систем отопления примут вид

$$\begin{cases} \frac{dT_{11}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_1}{\Delta\chi_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{1_H \cdot \alpha_{11}}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}}\right) \cdot T_{11} + \frac{\varpi_1}{\Delta\chi_1/2} \cdot T_1' + \frac{\pi \cdot D_{1_H} \cdot \alpha_{11}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}} \cdot T_{cm11}; \\ \frac{dT_{cm11}}{d\tau} = -\frac{\alpha_{11} + \alpha_{12}}{\chi_{cm1} \cdot \rho_{cm1} \cdot c_{cm1}} \cdot T_{cm11} + \frac{\alpha_{11}}{\chi_{cm1} \cdot \rho_{cm1} \cdot c_{cm1}} \cdot T_{cm11} + \frac{\alpha_{12}}{\chi_{cm1} \cdot \rho_{cm1} \cdot c_{cm1}} \cdot T_{11}; \\ \frac{dT_{21}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_2}{\Delta\chi_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{2_B} \cdot \alpha_{21}}{A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{\rho_2}}\right) \cdot T_{21} - \frac{\varpi_2}{\Delta\chi_1/2} \cdot T_2' + \frac{\pi \cdot D_{2_B} \cdot \alpha_{21}}{A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{\rho_2}} \cdot T_{cm11}. \end{cases}$$
(34)

Аналогично для контура системы горячего водоснабжения при (i = 1) имеем

$$\begin{cases} \frac{dT_{11}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_1}{\Delta\chi_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{1_B} \cdot \alpha_{21}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}}\right) \cdot T_{11} + \frac{\varpi_1}{\Delta\chi_1/2} \cdot T_1' + \frac{\pi \cdot D_{1_B} \cdot \alpha_{21}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{\rho_1}} \cdot T_{cm21}; \\ \frac{dT_{cm21}}{d\tau} = -\frac{\alpha_{21} + \alpha_{22}}{\chi_{cm2} \cdot \rho_{cm2} \cdot c_{cm2}} \cdot T_{cm11} + \frac{\alpha_{21}}{\chi_{cm2} \cdot \rho_{cm2} \cdot c_{cm2}} \cdot T_{11} + \frac{\alpha_{22}}{\chi_{cm2} \cdot \rho_{cm2} \cdot c_{cm2}} \cdot T_{31}; \\ \frac{dT_{31}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_3}{\Delta\chi_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{3_H} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}}\right) \cdot T_{31} - \frac{\varpi_3}{\Delta\chi_1/2} \cdot T_3' + \frac{\pi \cdot D_{3_H} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}} \cdot T_{cm21}. \end{cases}$$
(35)

Для теплоносителей третьего и четвертого контуров при (i = 1) система уравнений будет иметь следующий вид

$$\begin{cases} \frac{dT_{31}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_3}{\Delta\chi_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{3B} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}}\right) \cdot T_{31} + \frac{\varpi_3}{\Delta\chi_1/2} \cdot T_3' + \frac{\pi \cdot D_{3B} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{\rho_3}} \cdot T_{cm31};\\ \frac{dT_{cm31}}{d\tau} = -\frac{\alpha_{31} + \alpha_{32}}{\chi_{cm3} \cdot \rho_{cm3} \cdot c_{cm3}} \cdot T_{cm31} + \frac{\alpha_{31}}{\chi_{cm3} \cdot \rho_{cm3} \cdot c_{cm3}} \cdot T_{31} + \frac{\alpha_{32}}{\chi_{cm3} \cdot \rho_{cm3} \cdot c_{cm3}} \cdot T_{41};\\ \frac{dT_{41}}{d\tau} = -\left(\frac{\varpi_4}{\Delta\chi_i} + \frac{\pi \cdot D_{3H} \cdot \alpha_{41}}{A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{\rho_4}}\right) \cdot T_{41} - \frac{\varpi_4}{\Delta\chi_1/2} \cdot T_4' + \frac{\pi \cdot D_{3H} \cdot \alpha_{41}}{A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{\rho_4}} \cdot T_{cm31}. \end{cases}$$
(36)

Для противотока теплоносителей  $T_1$  и  $T_2$ ;  $T_1$  и  $T_3$ ;  $T_3$  и  $T_4$  граничным участком является *n*-й участок.

Систему уравнений (34)–(36) решаем на персональном компьютере с заданием интервала изменения температуры теплоносителя во времени.

В ПАУ с трехконтурным теплообменником могут возникнуть переходные процессы, вызванные

- перепадом температур теплоносителя на входе в теплообменник T<sub>1</sub>' и T<sub>2</sub>', T<sub>3</sub>', а также T<sub>4</sub>', в результате неравномерности водопотребления в системе горячего водоснабжения;
- изменением скоростей жидкостей  $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3$  и  $\varpi_4$  в своих контурах, влияющих на коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , соответственно;
- изменением условий теплообмена в ПАУ из-за загрязнения поверхностей, а также по ряду других причин.

#### 2. Выводы

Разработаны научные основы математического описания процесса теплопередачи в многопоточной ступени теплообменных установок в виде системы линейных дифференциальных уравнений. Традиционно задачи теплопередачи решаются применительно к двухпоточным системам, в которых теплообмен осуществляется между горячим и холодным теплоносителями. Однако наряду с двухпоточными системами запроектирована одна из нередко встречающихся многопоточнх систем. Если число теплоносителей больше двух, то для выбора оптимальной структуры потоков требуется дополнительный анализ системы.

Создана натурная модель для повышения эффективности процессов тепломассообмена в теплообменниках змеевикового типа для независимых систем теплоснабжения, применено математическое моделирование для описания процесса теплопередачи в многоконтурном теплообменнике при различном характере движения теплоносителей[5].

#### Литература

- Олексюк А. О., Малыхин А. С. Решение динамических характеристик ПАУ с трехконтурным теплообменником для независимых систем отопления и горячего водоснабжения // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури «Інженерні системи та техногенна безпека». — Макіївка: Вид-во ДонНАБА. — 2003. — Вип. 4(41). — С. 7–10. — ISSN 1814-3296.
- Олексюк А. О., Шитикова И. Г., Горделюк А. А. Математическая модель расчета теплообменников змеевикового типа для независимых систем отопления и горячего водоснабжения // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури «Інженерні системи та техногенна безпека». — Макіївка: Вид-во ДонНАБА. — 2012. — Вип. 2(94). — С. 70–75. — ISSN 1814-3296.
- Олексюк А. О., Шитикова И. Г., Горделюк А. А. Конструктивный расчет теплообменника змеевикового типа для систем отопления и горячего водоснабжения // Журнал «Сучасне промислове та цивільне будівництво». — Макіївка: Вид-во ДонНАБА. — 2012. — Т. 8, №1. — С. 37–44. — ISSN 1993-3495.
- 4. Ефимов А. Л. Исследование теплообмена и гидродинамики в каналах теплообменных аппаратов сложной геометрии: Автореферат дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук. — М., 1980. — 20 с.

- 5. Патент на полезную модель №81831 UA,F24D 11 / 00 Многоконтурный теплообменный аппарат змеевикового типа для независимых систем отопления и горячего водоснабжения. — 2013.
- Солонин В. И., Сатин А. А. Моделирование теплообмена в змеевиковом теплообменнике применительно к реакторной установке "УНИТЕРМ"// Наука и Образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана., Россия, Москва: Сетевое научное издание. 2014. №10. С. 398–412. ISSN 1994-0448. DOI: 10.7463/1014.0727220.
- Становский А. Л. Разработка методов оптимизации тепломассообмена с помощью фрактальных сверток компьютерных томограмм // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Серия «Прикладная физика». — 2014. — №5/5 (71). — С. 4–9. — ISSN 1729-3774. DOI: 10.15587/1729-4061.2014.27978.

Надійшла 13.03.2016