

ПОВНА МАТРИЦЯ ГУСТИНИ ДВОКОМПОНЕНТНОЇ БОЗЕ-РІДИНИ В НАБЛИЖЕННІ ПАРНИХ КОРЕЛЯЦІЙ

І. О. Вакарчук, В. С. Пастухов

Кафедра теоретичної фізики

Львівського національного університету імені Івана Франка,

вул. Драгоманова, 12, Львів, 79005, Україна

(Отримано 25 травня 2007 р.; в остаточному вигляді — 10 вересня 2007 р.)

Знайдено повну матрицю густини двокомпонентної бозе-рідини в наближенні парних кореляцій, у якій явно виділені точні вирази матриць густини ідеальних підсистем. У такий спосіб ефективно враховується внесок від вищих кореляцій. Показано узгодженість отриманого виразу для межі низьких температур і переходу до теорії класичних неідеальних систем ($\hbar \rightarrow 0$). У наступній статті ми плануємо розрахувати s -частинкові матриці густини й дослідити термодинамічні властивості двокомпонентної бозе-рідини, особливо ділянку фазового розшарування, та вплив домішки на явище Бозе-Айнштайнівської конденсації.

Ключові слова: двокомпонентна бозе-рідина, парні кореляції.

PACS number(s): 03.77.Mn, 67.55.Lf

I. ВСТУП

Останім часом вивченню “нових” квантових систем приділяють усе більше уваги. Ця зацікавленість, з одного боку, стимульована можливістю знаходити нові прояви суттєво-квантових обмінних ефектів, з іншого — зростаючими можливостями експериментальних методів досліджень. Тому теоретичне вивчення властивостей таких об'єктів, окрім суто методичного інтересу, створює передумови для їх наступного практичного застосування.

У цьому контексті важливе місце посідають суміші квантових рідин, з'ясування властивостей яких має давню історію, а важливість врахування принципу тождності частинок приводить, своєю чергою, до цікавих особливостей і труднощів при побудові мікроскопічної теорії, яка принаймні б якісно описала поведінку в усій ділянці температур. Експериментально добре вивчений тільки розчин ^3He - ^4He [1], практична реалізація двобозонної рідини, наприклад ^4He - ^6He , очевидно ускладнена, якщо й взагалі можлива (тривалість життя ^6He близько секунди). Теоретичне вивчення цієї проблеми в межах гідродинамічного трирідинного підходу розпочалося, мабуть, із праці [2]. У виправленому варіанті, що враховує перенос частинок обох сортів кожною надплинною компонентою, у статті [3] досліджено суміш ^3He - ^4He , нижче від точки переходу гелію-3 в надплинний стан. У роботі [4] подано мікроскопічний опис, який узагальнює результат методу наближеного вторинного квантування для двокомпонентної суміші. Цікавий метод побудови операторів народження і знищення елементарних збуджень у багатокомпонентній бозе-рідині запропонували автори [5]. Звичайно, всі згадані методи “працюють” в околі нульової температури, і очевидно, проблема мікроскопічного опису в широкому температурному інтервалі, а особливо в околі точки λ -переходу, як і в теорії “звичайного” рідкого гелію-4,

залишається нерозв'язаною. Недавні успіхи з охолодження атомів відіграли основну роль із відновлення роботи в цьому напрямі, а технічна можливість створення двокомпонентних бозе-конденсатів у магнетних і оптичних пастках стимулювала теоретичні дослідження (переважно модельних ґраткових, або ефективних, у “наближенні середнього поля”, типу Гросса-Пітаєвського гамільтоніями [6–11]), які, на нашу думку, хоча й сприяють глибшому розумінню фізичних явищ, але не є точними кількісними результатами.

У цій статті ми розрахували за допомогою колективних змінних повну матрицю густини двокомпонентної бозе-рідини в RPA-наближенні та продемонстрували узгодженість отриманого виразу для ділянки низьких температур і в класичному граничному випадку. Варто відзначити, що основний стан цієї системи в нашому наближенні є добре вивченим [12–14], хоча результати й не є зовсім однозначними (зокрема проблема фазового розшарування). Щодо опису в усій ділянці температур, то можна згадати роботу [15], яка використовує так зване варіаційне формулювання теорії матриці густини і в поєднанні з числовими розрахунками дозволяє досліджувати “наближення парних кореляцій”.

II. ВИХІДНІ РІВНЯННЯ

Ми розглядаємо двокомпонентну суміш N_A, N_B безспінових бозе-частинок в об'ємі V і обмежуємося тільки врахуванням парної взаємодії. Відповідний гамільтоніян

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_B + \Phi_{AB}, \quad (2.1)$$

перші два доданки описують окремо кожен підсистему, третій — взаємодію між частинками різних сортів. У координатному зображенні

$$\hat{H}_A = -\frac{\hbar^2}{2m_A} \sum_{1 \leq j \leq N_A} \Delta_j^A + \sum_{1 \leq i < j \leq N_A} \Phi_A(|\mathbf{r}_i^A - \mathbf{r}_j^A|), \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_B = \hat{H}_{A \rightarrow B}, \quad \Phi_{AB} = \sum_{1 \leq i \leq N_A} \sum_{1 \leq j \leq N_B} \Phi_{AB}(|\mathbf{r}_i^A - \mathbf{r}_j^B|).$$

Для опису макроскопічного числа взаємодіючих “реальних” (у сенсі вигляду взаємодії, який не допускає існування точного аналітичного розв’язку) частинок зручно перейти до змінних, які характеризують систему в цілому. В нашому випадку — це спеціально

нормовані фур’є-образи флюктуації густини частинок:

$$\rho_{\mathbf{k}}^a = \frac{1}{\sqrt{N_a}} \sum_{1 \leq j \leq N_a} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j^a}, \quad a = A, B;$$

вперше застосовані для дослідження основного стану багатобозонної системи в [16] і використані в роботі [17] для побудови кількісної теорії бозе-рідини.

Переписаний у зображенні колективних змінних гамільтоніян

$$\begin{aligned} \hat{H}_A = & \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \varepsilon_A(k) \left(\rho_{\mathbf{k}}^A \frac{\partial}{\partial \rho_{\mathbf{k}}^A} - \frac{\partial^2}{\partial \rho_{\mathbf{k}}^A \partial \rho_{-\mathbf{k}}^A} \right) + \frac{1}{\sqrt{N_A}} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\hbar^2}{2m_A} (\mathbf{k}, \mathbf{q}) \rho_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^A \frac{\partial^2}{\partial \rho_{\mathbf{q}}^A \partial \rho_{\mathbf{k}}^A} \\ & + \frac{N_A(N_A - 1)}{2V} \nu_A(0) + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{N_A}{2V} \nu_A(k) (\rho_{\mathbf{k}}^A \rho_{-\mathbf{k}}^A - 1), \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\hat{H}_B = \hat{H}_{A \rightarrow B},$$

$$\Phi_{AB} = \frac{N_A N_B}{V} \nu_{AB}(0) + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\sqrt{N_A N_B}}{V} \nu_{AB}(k) \rho_{\mathbf{k}}^A \rho_{-\mathbf{k}}^B,$$

де використані такі позначення ($a = A, B$):

$$\varepsilon_a(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_a}, \quad \nu_a(k) = \int_V d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \Phi_a(r).$$

Скалярний добуток для функцій f і g на полі колективних змінних уведемо типово, (див., наприклад, [18]), з узагальненням на дві сукупності змінних:

$$\begin{aligned} (f, g) = & \int d\rho^A J(\rho^A) \int d\rho^B J(\rho^B) \\ & \times f^*(\rho^A, \rho^B) g(\rho^A, \rho^B), \end{aligned} \quad (2.4)$$

тут ми використовуємо такі позначення і скорочення:

$$\int d\rho^a \{ \dots \} \equiv \prod'_{\mathbf{q} \neq 0} \int_{-\infty}^{\infty} d\text{Re } \rho_{\mathbf{q}}^a \int_{-\infty}^{\infty} d\text{Im } \rho_{\mathbf{q}}^a \{ \dots \},$$

$$a = A, B;$$

штрих позначає добуток лише з півпростору значень хвильового вектора — однієї півсфери. Вагова функція, отримана методом послідовних наближень:

$$\begin{aligned} \ln J(\rho^a) = & \ln C_a + \sum_{n \geq 2} \frac{(-)^{n-1}}{n(n-1)(\sqrt{N_a})^{n-2}} \\ & \times \sum_{\mathbf{q}_1 \neq 0} \dots \sum_{\substack{\mathbf{q}_n \neq 0 \\ \mathbf{q}_1 + \dots + \mathbf{q}_n = 0}} \rho_{\mathbf{q}_1}^a \dots \rho_{\mathbf{q}_n}^a, \end{aligned} \quad (2.5)$$

з умовою нормування:

$$\int d\rho^a J(\rho^a) = V^{N_a},$$

для визначення константи C_a . Цей перехід до колективних змінних можна було здійснити за допомогою функції переходу Зубарева [19], але очевидно, що результат від цього не зміниться.

Для проведення конкретних розрахунків зручно перейти до зображення, в якому гамільтоніян самоспряжений у звичному сенсі. При цьому власні функції “нового” гамільтоніяна, позначимо його через \hat{H}' , утрачають зміст амплітуд імовірності в просторі індивідуальних координат, хоча ми й надалі будемо називати їх хвильовими функціями. Для подальших обчислень будемо використовувати “наближення однієї суми за хвильовим вектором”, тобто остаточні вирази гамільтоніяна і вагової функції є такими:

$$\hat{H}' = \hat{H}'_A + \hat{H}'_B + \Phi_{AB}, \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}'_A = & \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \varepsilon_A(k) \left(-\frac{\partial^2}{\partial \rho_{\mathbf{k}}^A \partial \rho_{-\mathbf{k}}^A} + \frac{1}{4} \rho_{\mathbf{k}}^A \rho_{-\mathbf{k}}^A - \frac{1}{2} \right) \\ & + \frac{N_A(N_A - 1)}{2V} \nu_A(0) + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{N_A}{2V} \nu_A(k) (\rho_{\mathbf{k}}^A \rho_{-\mathbf{k}}^A - 1), \end{aligned}$$

$$\hat{H}'_B = \hat{H}'_{A \rightarrow B},$$

$$\Phi_{AB} = \frac{N_A N_B}{V} \nu_{AB}(0) + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\sqrt{N_A N_B}}{V} \nu_{AB}(k) \rho_{\mathbf{k}}^A \rho_{-\mathbf{k}}^B,$$

$$J(\rho^A) = V^{N_A} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} (\rho_{\mathbf{q}}^A \rho_{-\mathbf{q}}^A + \ln \pi) \right\}, \quad (2.7)$$

$$J(\rho^B) = J(\rho^{A \rightarrow B}).$$

ІІІ. СПЕКТР І ХВИЛЬОВІ ФУНКЦІЇ ДВОКОМПОНЕНТНОЇ БОЗЕ-СИСТЕМИ

Зрозуміло, що в такому наближенні для оператора (2.6) власні значення і функції можна знайти точно — задача зведена до розгляду безмежної сукупності зв'язаних осциляторів і тому полягає лише в діагоналізації квадратичної форми. Відповідна заміна змінних

$$\eta_{\mathbf{k}}^{(j)} = \sum_{a=A,B} U_a^{(j)}(\mathbf{k}) \rho_{\mathbf{k}}^a, \quad (3.8)$$

$$\det |U_a^{(j)}(\mathbf{k})| \neq 0, \quad (j = 1, 2).$$

Підставляючи цей вираз у гамільтоніан, ми отримали дві умови, з яких однозначно визначили коефіцієнтні функції $U_a^{(j)}(\mathbf{k})$. Записувати їхній явний вираз через громіздкість не будемо, а відразу, ввівши позначення

$$\Delta_k = \frac{4\sqrt{N_A N_B}}{V} \frac{\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}}{E_A^2(k) - E_B^2(k)} \nu_{AB}(k), \quad (3.9)$$

$E_a^2(k) = \varepsilon_a^2 + \frac{2N_a}{V} \nu_a(k) \varepsilon_a = \varepsilon_a^2 \alpha_a^2(k)$, $a = A, B$; $E_A(k), E_B(k)$ — спектри теорії Боголюбова. Перепишемо гамільтоніан бінарної суміші взаємодіючих бозонів у нових змінних, і у вказаному вище наближенні

$$\begin{aligned} \hat{H}' = & \sum_{j=1,2} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \eta_{\mathbf{k}}^{(j)} \partial \eta_{-\mathbf{k}}^{(j)}} + \frac{1}{4} \frac{E_j^2(k)}{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)} \eta_{\mathbf{k}}^{(j)} \eta_{-\mathbf{k}}^{(j)} \right) \\ & - \sum_{a=A,B} \left\{ \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \left(\frac{N_a}{2V} \nu_a(k) + \frac{1}{2} \varepsilon_a(k) \right) - \frac{N_a(N_a-1)}{2V} \nu_a(0) \right\} + \frac{N_A N_B}{V} \nu_{AB}(0), \end{aligned} \quad (3.10)$$

дві гілки спектра якого мають вигляд:

$$E_{1,2}(k) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(E_A^2(k) + E_B^2(k) \pm \sqrt{1 + \Delta_k^2 [E_A^2(k) - E_B^2(k)]} \right)^{1/2},$$

$$E_{1,2}(k \rightarrow 0) = \hbar k c_{1,2},$$

$$c_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{c_A^2 + c_B^2 \pm \sqrt{(c_A^2 - c_B^2)^2 + \frac{4N_A N_B \nu_{AB}^2(0)}{V^2 m_A m_B}}}$$

c_A, c_B — швидкості поширення звуку відповідно в кожній із рідин. Власні значення оператора енергії

$$E_{\{n_1(k), \{n_2(k)\}} = E_{AB}^0 + \sum_{j=1,2} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} E_j(k) [n_j^c(k) + n_j^s(k)],$$

де енергія основного стану

$$\begin{aligned} E_{AB}^0 = & \frac{N_A N_B}{V} \nu_{AB}(0) + \sum_{a=A,B} \frac{N_a(N_a-1)}{2V} \nu_a(0) \\ & + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \left\{ \sum_{j=1,2} E_j(k) - \sum_{a=A,B} \left[\frac{N_a}{V} \nu_a(k) + \varepsilon_a(k) \right] \right\} \end{aligned}$$

і відповідні хвильові функції

$$\begin{aligned} \Psi_{\{n_1(k), \{n_2(k)\}}(\mathbf{r}_1^A, \dots, \mathbf{r}_{N_A}^A, \mathbf{r}_1^B, \dots, \mathbf{r}_{N_B}^B) = & V^{-(N_A+N_B)/2} \prod_{\mathbf{k} \neq 0}' \sqrt{\frac{E_1(k)E_2(k)}{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{a=A,B} \rho_{\mathbf{k}}^a \rho_{-\mathbf{k}}^a \right\} \\ & \times \prod_{j=1,2} \frac{1}{\sqrt{2^{n_j^c(k)+n_j^s(k)} n_j^c(k)! n_j^s(k)!}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{E_j(k)}{\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \eta_{\mathbf{k}}^{(j)} \eta_{-\mathbf{k}}^{(j)} \right\} \\ & \times H_{n_j^c(k)} \left(\operatorname{Re} \eta_{\mathbf{k}}^{(j)} \sqrt{E_j(k)/\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \right) H_{n_j^s(k)} \left(\operatorname{Im} \eta_{\mathbf{k}}^{(j)} \sqrt{E_j(k)/\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \right), \end{aligned}$$

($H_n(\dots)$ — поліноми Ерміта), які для основного стану збігаються з виразами, отриманими в [14], хоча використана там процедура діагоналізації є значно складнішою. У виразі для хвильових функцій фігурують чотири сукупності змінних, що зроблено тільки для зручності, враховуючи громіздкість виразу. Це не має привести до непорозумінь, надалі ми знову перейдемо до змінних $\rho_{\mathbf{k}}^A, \rho_{\mathbf{k}}^B$.

IV. ПОВНА МАТРИЦЯ ГУСТИНИ

Використовуючи означення та інтегральне представлення для поліномів Ерміта, отримуємо явний ви-

раз повної матриці густини, який ми додатково перетворюємо, як це зроблено в [20], явно виділяючи матриці густини ідеальних бозе-газів. Здійснюємо це так: спочатку ми вимикаємо взаємодію й отримуємо повну матрицю густини двокомпонентної суміші невзаємодіючих частинок в RPA-наближенні; відтак ділимо на отриманий вираз повну матрицю густини, яка враховує взаємодію в цьому ж наближенні, і домножуємо на точні формули для матриць густини ідеальних підсистем. Фактично цей трюк перегукується з представленням колективних змінних із виділеною системою відліку і покликаний ефективно врахувати внесок від вищих кореляцій. Остаточоно виписуємо вже перетворений вираз:

$$R_{N_A N_B}(x'|x) = e^{-\beta E_{AB}^0} R_{N_A}^0(x'_A|x_A) R_{N_B}^0(x'_B|x_B) \prod_{\mathbf{k} \neq 0}' \left\{ \frac{E_1(k)E_2(k)(1 - e^{-2\beta\varepsilon_A(k)})(1 - e^{-2\beta\varepsilon_B(k)})}{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)(1 - e^{-2\beta E_1(k)})(1 - e^{-2\beta E_2(k)})} \right\} \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{4} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \sum_{a,b=A,B} \left[\lambda_{ab}(k)(\rho_{\mathbf{k}}^a \rho_{-\mathbf{k}}^b + \rho_{\mathbf{k}}^{a'} \rho_{-\mathbf{k}}^{b'}) + \tilde{\lambda}_{ab}(k)(\rho_{\mathbf{k}}^{a'} \rho_{-\mathbf{k}}^{b'} + \rho_{\mathbf{k}}^a \rho_{-\mathbf{k}}^b) \right] \right\}, \quad (4.11)$$

де $R_{N_a}^0(x'_a|x_a)$, ($a = A, B$) — матриці густини ідеальних бозе-газів і для спрощення введено такі позначення:

$$\lambda_{AA}(k) = \frac{1}{2} \left[\frac{E_1(k)}{\varepsilon_A(k)} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \coth[\beta E_1(k)] - 2 \coth[\beta \varepsilon_A(k)] + \frac{E_2(k)}{\varepsilon_A(k)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \coth[\beta E_2(k)] \right],$$

$$\lambda_{BB}(k) = \frac{1}{2} \left[\frac{E_2(k)}{\varepsilon_B(k)} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \coth[\beta E_2(k)] - 2 \coth[\beta \varepsilon_B(k)] + \frac{E_1(k)}{\varepsilon_B(k)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \coth[\beta E_1(k)] \right],$$

$$\lambda_{AB}(k) = \lambda_{BA}(k) = \frac{1}{2} \frac{\Delta_k}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \left[\frac{E_1(k)}{\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \coth[\beta E_1(k)] - \frac{E_2(k)}{\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \coth[\beta E_2(k)] \right],$$

$$\tilde{\lambda}_{AA}(k) = -\frac{1}{2} \left[\frac{E_1(k)}{\varepsilon_A(k)} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \frac{1}{\sinh[\beta E_1(k)]} - \frac{2}{\sinh[\beta \varepsilon_A(k)]} + \frac{E_2(k)}{\varepsilon_A(k)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \frac{1}{\sinh[\beta E_2(k)]} \right],$$

$$\tilde{\lambda}_{BB}(k) = -\frac{1}{2} \left[\frac{E_2(k)}{\varepsilon_B(k)} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \frac{1}{\sinh[\beta E_2(k)]} - \frac{2}{\sinh[\beta \varepsilon_B(k)]} + \frac{E_1(k)}{\varepsilon_B(k)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \right) \frac{1}{\sinh[\beta E_1(k)]} \right],$$

$$\tilde{\lambda}_{AB}(k) = \tilde{\lambda}_{BA}(k) = -\frac{1}{2} \frac{\Delta_k}{\sqrt{1 + \Delta_k^2}} \left[\frac{E_1(k)}{\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \frac{1}{\sinh[\beta E_1(k)]} - \frac{E_2(k)}{\sqrt{\varepsilon_A(k)\varepsilon_B(k)}} \frac{1}{\sinh[\beta E_2(k)]} \right],$$

хоча “прив’язка” до теорії ідеального бозе-газу передбачає існування фазового переходу, який прийнято ототожнювати з λ -переходом у рідкому гелії-4, однак не є зовсім адекватною для такої сильнонеідеальної системи. Незважаючи на це, є обґрунтовані сподівання отримати добру узгодженість для ділянки низьких температур і, зокрема, описати розшарування дво-

компонентної системи (умови розшарування бозе-газу твердих сфер при скінченній температурі знайшли автори [21]). Отриманий вираз можна використовувати для пояснень властивостей бозе-фермі сумішей (відповідно заміною вільночастинкових бозе-матриць на фермі-), але виключно якісного, оскільки врахування взаємодії для фермі-систем у нашому випадку

не є коректним. Зокрема, в RPA-наближенні спектра системи взаємодіючих частинок наявний структурний фактор ідеального газу при нульовій температурі, який у випадку фермі-статистики не дорівнює одини-

ці і тому суттєво вплине на кінцевий результат.

У разі формального прямування $\hbar \rightarrow 0$ — перехід до класичної теорії, діагональний елемент виразу (4.11) прямує до бoльцманівського фактора

$$R_{N_A N_B}(x|x) = \exp \left\{ -\beta \sum_{1 \leq j \leq N_A} \sum_{1 \leq i \leq N_B} \Phi_{AB}(|\mathbf{r}_i^B - \mathbf{r}_j^A|) \right\} \prod_{a=A,B} \frac{1}{N_a!} \left(\frac{m_a}{2\pi\hbar^2\beta} \right)^{3N_a/2} \exp \left\{ -\beta \sum_{1 \leq i < j \leq N_a} \Phi_a(|\mathbf{r}_i^a - \mathbf{r}_j^a|) \right\}.$$

За допомогою отриманого виразу ми плануємо розрахувати s -частинкові матриці густини (що не є тривіальною задачею), а це, своєю чергою, дасть змогу знайти термодинамічні функції системи, дослідити

вплив домішки на явище бозе-айнштайнівської конденсації і проаналізувати стани моделі “частинка + бозе-рідина”.

-
- [1] Б. Н. Есельсон, В. Г. Иванцов, В. А. Коваль, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, *Свойства жидкого и твердого гелия растворя ^3He - ^4He* , (Наукова думка, Киев, 1982).
- [2] И. М. Халатников, Усп. физ. наук **60**, 69 (1956); Журн. эксп. теор. физ. **32**, 653 (1957).
- [3] А. Ф. Андреев, Е. П. Башкин, Журн. эксп. теор. физ. **69**, 319 (1975).
- [4] W. H. Bassichis, Phys. Rev. **134**, A543 (1964).
- [5] R. D. Etters, J. C. Raich, Phys. Rev. **159**, 146 (1967).
- [6] T. L. Ho, V. B. Shenoy, Phys. Rev. Lett **77**, 3276 (1996).
- [7] P. Ao, S.-T. Chui, Phys. Rev. A **58**, 4836 (1998).
- [8] A. J. Leggett, Rev. Mod. Phys. **73**, 307 (2001).
- [9] G.-H. Chen, Y.-S. Wu, Phys. Rev. A **67**, 013606 (2003).
- [10] A. A. Svidzinsky, S.-T. Chui, Phys. Rev. A **67**, 053608 (2003).
- [11] A. Isacsson, M.-C. Cha, K. Sengupta, S. M. Girvin, Phys. Rev. A **72**, 184507 (2005).
- [12] И. А. Вакарчук, И. В. Скоробогатько, Укр. физ. журн. **26**, 1105 (1981).
- [13] И. А. Вакарчук, Препринт ИТФ-82-50Р, Киев, 1982.
- [14] Г. О. Балабанян, Теор. мат. физ. **66**, 121 (1986); Теор. мат. физ. **71**, 114 (1987); Теор. мат. физ. **75**, 101 (1988).
- [15] K. E. Kurten, M. L. Ristig, Phys. Rev. B **37**, 3359 (1988).
- [16] Н. Н. Боголюбов, Д. Н. Зубарев, Журн. эксп. теор. физ. **28**, 129 (1955).
- [17] И. А. Вакарчук, И. Р. Юхновский, Теор. мат. физ. **18**, 90 (1974); Вісник Акад. Наук УРСР **9** (1977).
- [18] И. А. Вакарчук, П. А. Глушак, Теор. мат. физ. **75**, 101 (1988); I. O. Vakarchuk, *Квантовая механика*, 3-те вид., доп. (Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, 2007).
- [19] Д. Н. Зубарев, Докл. Акад. наук СССР **95**, 757 (1954).
- [20] I. O. Vakarchuk, J. Phys. Stud. **8**, 223 (2004).
- [21] H. Shi, W.-M. Zheng, S.-T. Chui, Phys. Rev. A **61**, 063613 (2000).

DENSITY MATRIX OF BINARY BOSE-LIQUID IN THE APPROXIMATION OF PAIR CORRELATIONS

I. O. Vakarchuk, V. S. Pastukhov

*Department for Theoretical Physics, Ivan Franko National University of Lviv,
12 Drahomanov St., Lviv, UA-79005, Ukraine*

We found density matrix of binary Bose-liquid taking into account only pair correlations and separating density matrices of ideal subsystems explicitly. In such a way higher-order terms are effectively considered. The self-consistence of the theory is shown for the low-temperature case and in the classical limit ($\hbar \rightarrow 0$). In our next paper we will try to evaluate expression for reduced s -particle density matrices and investigate thermodynamic properties of a two-component Bose-liquids especially the phase separation region. The impurity influence on the Bose-Einstein condensation phenomenon and will be also studied.