

САМООРГАНІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ТВЕРДОТІЛЬНОГО ЛАЗЕРА В ГРАНИЧНИЙ ЦИКЛ

В. О. Харченко

*Інститут магнетизму НАН України
бульв. Вернадського, 36-Б, Київ, 03142, Україна*

(Отримано 12 червня 2007 р.; в остаточному вигляді — 10 жовтня 2007 р.)

Розглянуто умови генерації стійкого періодичного випромінювання в моделі твердотілого лазера В-класу за наявності додаткового матеріального середовища з нелінійними властивостями. Показано, що дія модулятора добротності приводить до утворення суцільно обмеженої області значень керуючих параметрів системи, у якій реалізується режим стійких пульсацій, натомість введення поглинаючого середовища розширює область існування стійкого періодичного випромінювання.

Ключові слова: самоорганізація, дисипативна структура, лазер, імпульсне випромінювання.

PACS number(s): 05.45.-a, 42.65.-k, 89.75.Fb, 02.30.Oz

I. ВСТУП

Системи з нелінійною динамікою є об'єктом інтенсивних теоретичних та експериментальних досліджень, оскільки дають змогу встановити основні закономірності утворення в них дисипативних структур. Загалом, опис таких визначає колективну поведінку її елементів. Найпоширенішим прикладом подібного роду систем виступають лазери, які вивчають за допомогою амплітуди електричного поля (або інтенсивності випромінювання), поляризації атомного середовища та різниці заселеності енергетичних рівнів [1].

При дослідженні систем лазерного типу утворення дисипативних структур означає періодичну генерацію імпульсних або модульованих сигналів в однорідних системах та виникнення просторових структур у розподілених [2]. Отримання стійкого періодичного випромінювання в лазерах досі є актуальною задачею, оскільки пов'язано зі значним його використанням не лише в техніці, але й в медицині та біології. На практиці формування стійкого періодичного випромінювання може бути індуковано за допомогою введення до робочої області лазера додаткового середовища з нелінійними властивостями. Таким типом середовища може виступати нелінійний фільтр або модулятор, причому нелінійність, яка відповідним чином виникає в резонаторі, пов'язується з дисперсією часу релаксації інтенсивності електричного поля [3] або з нелінійною залежністю показника переломлення [4–7]. Для отримання різноманітних видів нелінійностей в експериментах та теоретичних дослідженнях використовують сумісний вплив різних матеріалів [8–11].

Здебільшого випадків при описі динаміки переходів між енергетичними рівнями достатньо врахувати переходи лише між двома рівнями в енергетичному спектрі молекули. Типовим прикладом виступають твердотільні лазери, що належать класу В, для якого поляризація атомного середовища безінерційно слід-

кує за електричним полем. Такі лазери є простими в реалізації та широко використовуються на практиці. Відповідний фазовий простір є двовимірним і допускає існування особливих траєкторій, а перехідні процеси мають переважно коливальний характер. У цей клас входять твердотільні лазери на слабколегованих кристалах та стеклах (рубін $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$, матеріали з додаванням неодиму, ербію та інших рідкоземельних елементів); волоконні, напівпровідникові та деякі молекулярні газові лазери низького тиску [3, 12]. Серед останніх найвідомішим є лазер на CO_2 .

З'ясування особливостей виникнення когерентної поведінки в лазерах такого типу при введенні додаткового середовища до резонатора є актуальним. Досліджували процеси самоорганізації з урахуванням ефектів дисипації та додаткових механізмів взаємодії фотонів як теоретично [13, 14], так й експериментально [15]. Режими параметричних осциляцій у напівпровідниках вивчали в [16], де було встановлено, що стаціонарну поведінку поляризації атомного середовища можна описати за допомогою формалізму нерівноважних переходів. При описі бістабільної поведінки таких систем було показано, що осциляційний режим лазерного випромінювання реалізується в обмеженій області параметрів системи [6, 17]. Окрім того, актуальним у фізиці лазерів є пошук можливих механізмів та визначення області керуючих параметрів, за яких формується стійке періодичне випромінювання (див. [3, 18, 19] та посилання там же). Слід зазначити, що ця проблема й дотепер є відкритою навіть у системах детерміністичного характеру, незважаючи на те, що велику увагу приділяють пошукові когерентних режимів поведінки систем, які піддаються впливу стохастичних чинників [20–23].

У нашій роботі буде розглянуто детерміністичну динаміку твердотільних лазерів за умови введення додаткового середовища в резонатор, що забезпечує нелінійні процеси релаксації із пригніченням слабого сигналу, та середовища, що модулює вихідне ви-

промінювання. Метою роботи є встановити механізми формування стійкого періодичного випромінювання, які забезпечуються відповідними нелінійними процесами. На основі використання аналітичного підходу визначення показника Флоке буде показано, що процеси формування періодичного випромінювання можуть бути керовані відповідним чином варіацією інтенсивностей взаємодії та поглинання фотонів.

Структура роботи така. У другому розділі отримуємо модель твердотілого лазера із загальновідомої системи Максвелла–Блоха при врахуванні дії модулятора та нелінійного фільтра. Розділ III присвячений з'ясуванню необхідних умов для визначення стійкості сигналу на виході. Чисельні розрахунки та їх обговорення подано в розділі IV. Останній розділ містить висновки роботи.

II. МОДЕЛЬ ЛАЗЕРНОЇ СИСТЕМИ

Самоузгоджена система рівнянь лазера, що включає рівняння електромагнітного поля та рівняння, які описують стан середовища, дає змогу перейти до динамічних моделей конкретних лазерів. Відомо, що такою системою для опису динаміки лазерної системи може бути система Максвелла–Блоха, яка включає еволюційні рівняння для амплітуди електричного поля E , поляризації P та різниці заселеності атомних рівнів N [3],

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= i\kappa\Delta_c E + \kappa(P - E), \\ \frac{dP}{dt} &= i\gamma_{\perp}\Delta_0 P + \gamma_{\perp}(NE - P), \\ \frac{dN}{dt} &= \gamma_{\parallel} \left[A - N - \frac{1}{2}(EP^* + E^*P) \right], \end{aligned} \quad (1)$$

і одержується безпосередньо з рівнянь Максвелла та рівнянь для еволюції матриці густини. Тут введено безрозмірні величини $\Delta_0 = (\omega - \omega_0)/\gamma_{\perp}$ і $\Delta_c = (\omega - \omega_c)/\kappa$, де ω – фаза електричної хвилі, а ω_c – частота коливань в ідеальному резонаторі. Релаксація амплітуди електричного поля E пов'язана з утратами в середовищі та характеризується швидкістю $\kappa = 1/2\tau_c$, де τ_c визначає тривалість життя фотона. γ_{\perp} визначається як релаксаційна швидкість недіагональних елементів матриці густини й дорівнює напівширині спектральної лінії. Релаксаційний масштаб різниці заселеності задається швидкістю γ_{\parallel} , що визначається через імовірності переходів між двома енергетичними рівнями та частотою ω_0 цих переходів. A – параметр зовнішньої накачки. Здебільшого для дослідження поведінки лазерного випромінювання використовують не амплітуду, а інтенсивність електричного поля. Це досягається введенням квадратичних величин:

$$\begin{aligned} I &= |E|^2, & S &= \frac{1}{2}(EP^* + E^*P), \\ R &= |P|^2, & Q &= \frac{i}{2}(EP^* - E^*P). \end{aligned} \quad (2)$$

Після цього система (1) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}I &= 2\kappa(S - I), \\ \frac{d}{dt}N &= \gamma_{\parallel}[A - N - S], \\ \frac{d}{dt}R &= 2\gamma_{\perp}(NS - R), \\ \frac{d}{dt}S &= \gamma_{\perp}IN + \kappa R - S(\gamma_{\perp} + \kappa) - Q(\gamma_{\perp}\Delta_0 - \kappa\Delta_c), \\ \frac{d}{dt}Q &= S(\gamma_{\perp}\Delta_0 - \kappa\Delta_c) - Q(\gamma_{\perp} + \kappa). \end{aligned} \quad (3)$$

Будемо розглядати моделі твердотілих лазерів, для яких характерним є припущення про швидкість зміни поляризації так, що остання підпорядковується зміні амплітуди (інтенсивності) електричного поля [3]. Тоді, з використанням принципу адіабатичного наближення динаміка лазерної системи описуватиметься еволюційними рівняннями для інтенсивності електричного поля I та різниці заселеності рівнів N . Отже, припустивши швидкість зміни R , S і Q та відповідно вважаючи, що $\frac{dR}{dt} = \frac{dS}{dt} = \frac{dQ}{dt} = 0$, отримуємо такі рівняння зв'язків:

$$\begin{aligned} R &= NS, \\ Q &= S \frac{\gamma_{\perp}\Delta_0 - \kappa\Delta_c}{\gamma_{\perp} + \kappa}, \\ S &= \frac{\gamma_{\perp}(\gamma_{\perp} + \kappa)IN}{(\gamma_{\perp} + \kappa)^2 - \kappa(\gamma_{\perp} + \kappa)N + (\gamma_{\perp}\Delta_0 - \kappa\Delta_c)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Безпосередня підстановка виразів (4) в рівняння (3) дає систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{I} &= 2\kappa I \left(\frac{N}{c - kN} - 1 \right), \\ \dot{N} &= \gamma_{\parallel} \left(A - N - \frac{IN}{c - kN} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

де введено позначення $\Delta = (\omega_0 - \omega_c)/\gamma_{\perp}$, $k = \kappa/\gamma_{\perp}$, $c = 1 + k + \Delta^2/(1 + k)$.

Переходячи до часового масштабу $t' = \gamma_{\parallel}t$, отримаємо систему рівнянь Статца–Де Марса

$$\begin{aligned} \dot{I} &= GI \left(\frac{N}{c - Nk} - 1 \right), \\ \dot{N} &= A - N - \frac{IN}{c - Nk}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $G = 2\kappa/\gamma_{\parallel} \gg 1$ задає співвідношення часів релаксації інтенсивності випромінювання та різниці заселеності рівнів.

Для отримання стійкого періодичного лазерного випромінювання введемо нелінійності в систему (6), що пов'язані з урахуванням впливу модулятора $\varphi(I; a, b)$ та з введенням додаткового матеріального середовища, що відіграє роль фільтра $\psi(I; \kappa)$.

$$\begin{aligned} \dot{I} &= GI \left(\frac{N}{c - Nk} - 1 - \varphi(I; a, b) - \psi(I; \kappa) \right), \\ \dot{N} &= A - N - \frac{IN}{c - Nk}. \end{aligned} \quad (7)$$

Вважається, що модулятор задає нелінійні процеси фотонної взаємодії за допомогою керуючих параметрів a та b , а фільтр поглинає випромінювання слабкої інтенсивності й характеризується параметром поглинання κ .

З огляду на те, що метою дослідження є визначення умов переходу системи в стійкий коливальний режим, основне завдання полягає у виборі узагальненої моделі взаємодії потоку фотонів у модуляторі та характеру поглинання випромінювання у фільтрі. Використовуючи відомі припущення про багаточастинкову взаємодію, приймемо $\varphi(I; a, b) = aI^2 - bI$, де керуючі параметри a, b визначають інтенсивності трифотонного поглинання та двофотонної генерації відповідно. Такий тип навантаження експериментально можна отримати, враховуючи нелінійну залежність показника переломлення [4–7] або за допомогою введення до робочої області лазера кварцу, який під впливом світлових хвиль випромінює звукові, які своєю чергою модулюють вихідне випромінювання [24].

Згідно з [1, 16, 25], дію фільтра задамо у вигляді $\psi(I; \kappa) = \kappa[1 + I]^{-1}$, де κ — параметр поглинання. Характерно, що такий вибір функції ψ пов'язується з нелінійною залежністю часу релаксації інтенсивності електричного поля [3].

У такому разі система (7) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \dot{I} &= GI \left(\frac{N}{c - Nk} - 1 - aI^2 + bI - \frac{\kappa}{1 + I} \right), \\ \dot{N} &= A - N - \frac{IN}{c - Nk}. \end{aligned} \quad (8)$$

Відомі експериментальні значення інтенсивності накачки $A \approx 1 \div 10$, констант релаксації поля $k \approx 10^{-1}$, $c \approx 1$ та величини $G \approx 10^3 \div 10^5$ [3] дають змогу оцінити порядок величин $a, b \approx 10^{-1}$.

III. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Дослідження поведінки системи досягається використанням алгоритму біфуркації народження циклу [26], що дозволяє, окрім стаціонарного режиму роботи лазера, досліджувати періодичні коливання в околі стаціонарних станів. Цей метод надає змогу не тільки знайти умови виникнення періодичних коливань у динамічній системі, але й з'ясувати питання про стійкість граничних циклів, одержати відповідний критерій, а також знайти період, амплітуду й частоту коливань [18].

За стандартним підходом, розв'язок динамічної задачі $I(t)$ будемо шукати у вигляді $I \propto e^{\Lambda t}$, $\Lambda = \lambda + i\omega$, де λ задає інкремент, а ω — частоту коливань. Спочатку розглянемо стаціонарні стани динамічної системи (8), поклавши $dI/dt = 0$ і $dN/dt = 0$. Відтак отримаємо такі рівняння стаціонарних станів інтенсивності електричного поля та різниці заселеності атомних рівнів:

$$\begin{aligned} I_0 k \Omega^2(I_0) + [c - Ak + I_0] \Omega(I_0) - A &= 0, \\ N_0 &= A - I_0 [1 + \Omega(I_0)], \\ \Omega(I) &= \varphi(I) + \psi(I). \end{aligned} \quad (9)$$

Уведемо позначення

$$\Theta(N) = \frac{N}{c - Nk} \quad (10)$$

і перепишемо систему (8) у загальному вигляді

$$\begin{aligned} \dot{I} &= f^{(1)}(I, N), \\ \dot{N} &= f^{(2)}(I, N), \end{aligned} \quad (11)$$

де ефективні сили обчислимо так:

$$\begin{aligned} f^{(1)} &= GI(\Theta - \Omega), \\ f^{(2)} &= A - N - I\Theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Динаміка системи в околі стаціонарних точок визначається власними значеннями λ та вектором \mathbf{V} матриці Якобі

$$M_{ij} \equiv \left(\frac{\partial f^{(i)}}{\partial x_j} \right)_{x_j=x_{j0}}; \quad x_j \equiv \{I, N\}, \quad i, j = 1, \quad (13)$$

де індекс 0 відповідає стаціонарному станові. Підстановка сил (12) в означення (13) приводить до матричних елементів

$$\begin{aligned} M_{11} &= G(\Theta - \Omega) - GI \left(\frac{d}{dI} \Omega \right), \\ M_{12} &= GI \left(\frac{d}{dN} \Theta \right), \\ M_{21} &= -\Theta, \\ M_{22} &= -1 - I \left(\frac{d}{dN} \Theta \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Тоді рівняння на власні значення та вектори

$$\sum_j M_{ij} V_j = \Lambda V_i \quad (15)$$

дає вирази для показника Ляпунова Λ , інкремента λ та власної частоти ω :

$$\begin{aligned}\Lambda &\equiv \lambda \pm i\omega; \\ \lambda &= G(\Theta - \Omega) - GI\frac{d}{dI}\Omega - 1 - I\frac{d}{dN}\Theta, \\ \omega &= \sqrt{\left(G(\Theta - \Omega) - GI\frac{d}{dI}\Omega\right)\left(-1 - I\frac{d}{dN}\Theta\right) + GI\Theta\frac{d}{dN}\Theta}.\end{aligned}\quad (16)$$

Для визначення умови стійкості граничного циклу потрібно переписати рівняння руху (11), відраховуючи змінні I , N від стаціонарних значень I_0 , N_0 . Це досягається на основі перетворення

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + P \cdot \boldsymbol{\delta}, \quad (17)$$

де використані псевдовекторні позначення

$$\mathbf{X} \equiv \begin{pmatrix} I \\ N \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\delta} \equiv \begin{pmatrix} I - I_0 \\ N - N_0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

а матриця перетворення

$$P \equiv \begin{pmatrix} \Re V_1 & -\Im V_1 \\ \Re V_2 & -\Im V_2 \end{pmatrix} \quad (19)$$

будується з компонент власного вектора

$$\mathbf{V} \equiv \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Вибираючи першу з них у найпростішому вигляді $V_1 \equiv 1$, із рівняння (15), де власна частота ω має обчислюватися в точці біфуркації $\lambda = 0$, для другої компоненти знаходимо

$$\begin{aligned}V_2 &= -\frac{M_{11} + i\omega_c}{M_{12}}, \\ \omega_c &\equiv \omega|_{\lambda=0} = \sqrt{GI\Theta\frac{d}{dN}\Theta - \left(1 + I\frac{d}{dN}\Theta\right)^2}.\end{aligned}\quad (21)$$

Тоді матриця перетворення (19) має вигляд

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{G(\Theta - \Omega) - GI\frac{d}{dI}\Omega}{GI\frac{d}{dN}\Theta} & -\frac{\omega_c}{GI\frac{d}{dN}\Theta} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

У результаті рівняння руху приймають канонічну форму

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{F} \equiv P^{-1}\mathbf{f}, \quad (23)$$

де псевдовектор канонічної сили

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F^{(1)} \\ F^{(2)} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} f^{(1)} - f_0^{(1)} \\ f^{(2)} - f_0^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (24)$$

який задовольняє умову [26]

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\delta}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_c \\ \omega_c & 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

набирає компоненти

$$F^{(1)} = f^{(1)}, \quad F^{(2)} = \alpha f^{(1)} - \beta f^{(2)}; \quad (26)$$

$$\alpha \equiv -\frac{G(\Theta - \Omega - I\frac{d}{dI}\Omega)}{\omega_c}, \quad \beta \equiv -\frac{GI\frac{d}{dN}\Theta}{\omega_c}. \quad (27)$$

Стійкість граничного циклу визначається умовою $\Re \Phi < 0$ для показника Флоке [26]

$$\Phi = \frac{i}{2\omega_c} \left(g_{11}g_{20} - 2|g_{11}|^2 - \frac{1}{3}|g_{02}|^2 \right) + \frac{1}{2}g_{21}, \quad (28)$$

узятого в точці біфуркації. Структурні константи визначаються похідними за змінними I , N , що вказані відповідними індексами:

$$\begin{aligned}g_{11} &= \frac{1}{4} \left[\left(F_{II}^{(1)} + F_{NN}^{(1)} \right) + i \left(F_{II}^{(2)} + F_{NN}^{(2)} \right) \right], \\ \begin{pmatrix} g_{02} \\ g_{20} \end{pmatrix} &= \frac{1}{4} \left[\left(F_{II}^{(1)} - F_{NN}^{(1)} \mp 2F_{IN}^{(2)} \right) + i \left(F_{II}^{(2)} - F_{NN}^{(2)} \pm 2F_{IN}^{(1)} \right) \right], \\ g_{21} &= \frac{1}{8} \left\{ \left[\left(F_{III}^{(1)} + F_{INN}^{(1)} \right) + \left(F_{IIN}^{(2)} + F_{NIN}^{(2)} \right) \right] + i \left[\left(F_{III}^{(2)} + F_{INN}^{(2)} \right) - \left(F_{IIN}^{(1)} + F_{IIN}^{(1)} \right) \right] \right\}.\end{aligned}\quad (29)$$

Із виразу для показника Флоке (28) можна отримати нерівність, що визначає стійкість граничного циклу

$$\frac{i}{2\omega_c} (\Re g_{11} \Im g_{20} + \Im g_{11} \Re g_{20}) + \frac{1}{2} \Re g_{21} < 0, \quad (30)$$

де використано такі вирази:

$$\begin{aligned}
 \Re g_{11} &= -\frac{1}{2}G \frac{d}{dI} \Omega - \frac{1}{4}GI \frac{d^2}{dI^2} \Omega + \frac{1}{4}GI \frac{d^2}{dN^2} \Theta \\
 \Im g_{11} &= -\frac{1}{2}\alpha G \frac{d}{dI} \Omega - \frac{1}{4}\alpha GI \frac{d^2}{dI^2} \Omega + \frac{1}{4}\alpha GI \frac{d^2}{dN^2} \Theta + \frac{1}{4}\beta I \frac{d^2}{dN^2} \Theta \\
 \Re g_{20} &= -\frac{1}{2}G \frac{d}{dI} \Omega - \frac{1}{4}GI \frac{d^2}{dI^2} \Omega - \frac{1}{4}GI \frac{d^2}{dN^2} \Theta + \frac{1}{2}\alpha G \frac{d}{dN} \Theta + \frac{1}{2}\beta \frac{d}{dN} \Theta \\
 \Im g_{20} &= -\frac{1}{2}\alpha G \frac{d}{dI} \Omega - \frac{1}{4}\alpha GI \frac{d^2}{dI^2} \Omega - \frac{1}{4}\alpha GI \frac{d^2}{dN^2} \Theta - \frac{1}{4}\beta I \frac{d^2}{dN^2} \Theta - \frac{1}{2}G \frac{d}{dN} \Theta \\
 \Re g_{21} &= -\frac{3}{8}G \frac{d^2}{dI^2} \Omega - \frac{1}{8}GI \frac{d^3}{dI^3} \Omega + \frac{1}{8}G \frac{d^2}{dN^2} \Theta + \frac{1}{8}\alpha GI \frac{d^3}{dN^3} \Theta + \frac{1}{8}\beta I \frac{d^3}{dN^3} \Theta,
 \end{aligned} \tag{31}$$

що визначаються функціями (9) і (10).

IV. РЕЖИМИ ПОВЕДІНКИ

Спочатку розглянемо поведінку стаціонарного значення інтенсивності електричного поля I залежно від інтенсивності зовнішньої накачки A (рис. 1). Із нього видно, що в системі можливе одне нульове значення інтенсивності поля до критичного значення A_c , після подолання якого відбувається біфуркація народження нового ненульового розв'язку. Як показує порівняння кривих 1 та 2, значення величини A_c не залежить від параметрів модулятора, а пов'язується лише зі значенням параметра поглинання κ .

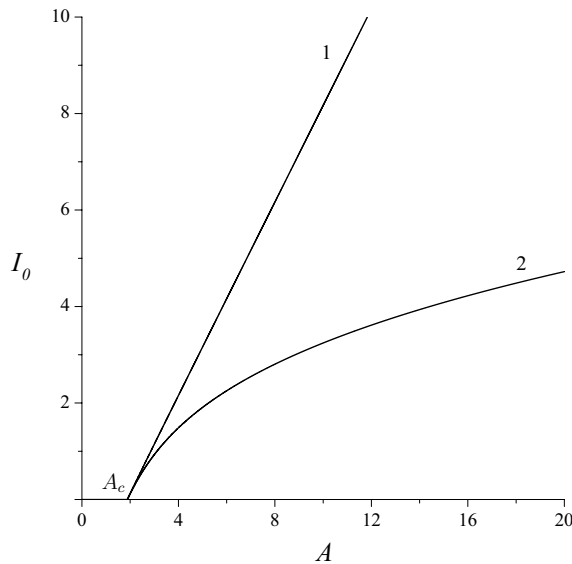


Рис. 1. Залежність стаціонарних станів інтенсивності поля від параметра зовнішньої накачки A при $\kappa = 0.1$: 1 — $a = 0.0$, $b = 0.0$; 2 — $a = 0.1$, $b = 0.0$.

Основне завдання полягає у визначенні умов виникнення та існування стійких періодичних пульсацій, які визначаються нерівністю $\Re \Phi < 0$ при $\lambda \geq 0$, $\omega \neq 0$. У зв'язку з цим розглянемо фазові діаграми, що задають області різної поведінки системи. Фазова діаграма, що задає критичне значення параметра по-

глинання κ та інтенсивності накачки A , наведена на рис. 2 при $b = 0$.

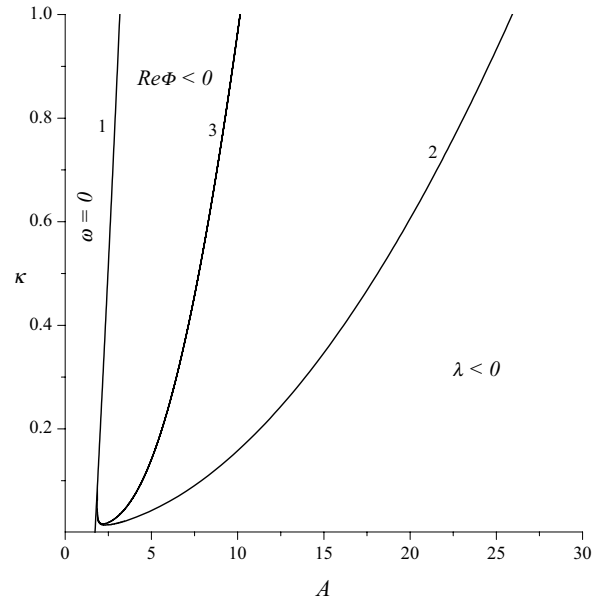


Рис. 2. Фазова діаграма системи (8), що задає області різної поведінки лазерного випромінювання при відсутності процесів генерації фотонів ($b = 0$): 1 — лінія біфуркації народження нового розв'язку; криві 2 і 3 визначають лінії біфуркації Гопфа при значеннях розсіяння $a = 0$ та 0.01 відповідно.

В області $\omega = 0$, незважаючи на сталу різницю заселеності енергетичних рівнів, інтенсивність випромінювання спадає до нуля, перехід до стаціонарного стану є безколивальним. Динаміку переходу в такий стаціонарний стан показано на фазовому портреті на рис. 3,а. Стаціонарний стан має єдину вузлову точку. В області $\lambda < 0$ система характеризується сталим випромінюванням інтенсивності $I \neq 0$, перехід до стаціонарного стану відбувається з ненульовою частотою, відповідний фазовий портрет наведено на рис. 3,б. Область $\Re \Phi < 0$ задає критичні значення параметрів A та κ , за яких формується стійке пері-

одичне випромінювання. Воно відповідає утворенню стійкого граничного циклу, зображеного на рис. 3,с. Із нього видно, що при будь-яких початкових умовах інтенсивність випромінювання та різниця заселеності енергетичних рівнів стають стійкими періодичними функціями часу. Характерно, що положення кривої 1 не залежить від значення інтенсивності розсіяння фотонів a . Натомість положення кривої, що задає праву

границю області існування стійких періодичних пульсацій, визначається параметром a . Як видно з рис. 2, зростання інтенсивності розсіювання фотонів a приводить до звуження цієї області (крива 3), яка при $a \gg 1$ зникає. При $b \neq 0$ картина поведінки системи суттєво не змінюється, окрім звуження області існування стійкого періодичного випромінювання.

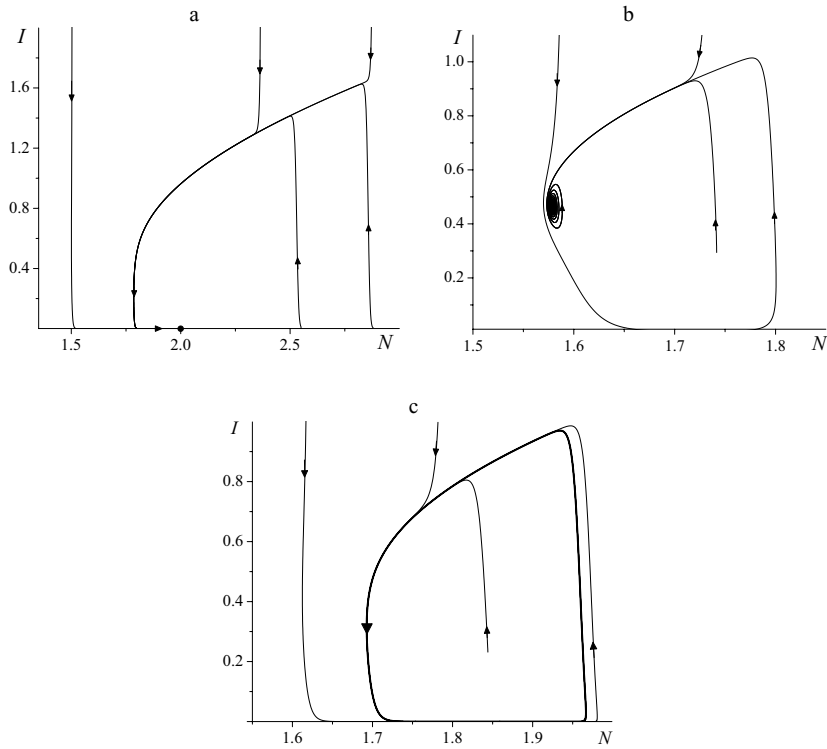


Рис. 3. Фазові портрети та часові залежності інтенсивності поля лазерної системи в різних областях фазової діаграми рис. 2: (а) — в області $\omega = 0.0$; (б) — в області $\lambda < 0$; (с) — в області $\Re\Phi < 0$.

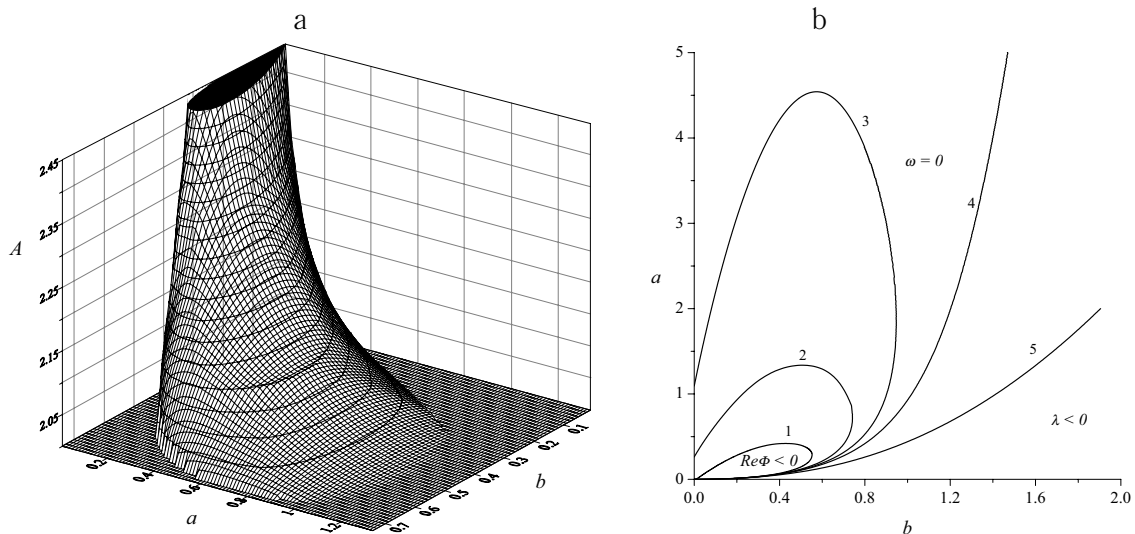


Рис. 4. Фазові діаграми системи (8) при: (а) — $\kappa = 0.1$; (б) — $A = 2.0$, лінії 1 — 5 відповідають значенням параметра поглинання $\kappa = 0.0, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$ відповідно.

Розглянемо далі вплив параметра зовнішньої накачки A та інтенсивності κ поглинання слабого випромінювання нелінійним фільтром на область параметрів модулятора a та b , у якій можливе існування стійких періодичних пульсацій. На рис. 4,а зображена зміна області біфуркації Гопфа при фіксованому κ . Із нього видно, що зі збільшенням інтенсивності зовнішньої накачки A область існування стійкого періодичного випромінювання значно звужується. Вплив поглинаючого середовища, що характеризується параметром κ при сталому значенні інтенсивності накачки A , зображено на рис. 4,б, з якого видно, що за відсутності поглинаючого середовища ($\kappa = 0$, крива 1) у системі завжди можливе стійке періодичне випромінювання при малих інтенсивностях a та b . Зростання інтенсивності поглинання κ розширює область існування такого випромінювання (криві 2, 3). Однак така картина реалізується лише до критичного значення κ_c , при перевищенні якого відповідний граничний цикл зникає (область $\omega = 0$), а стаціонарний стан системи характеризується вузлом (рисунок 3,а). В області $\lambda < 0$ відбувається поступове загасання періодичного випромінювання та перехід системи до стаціонарного стану зі сталою величиною $I \neq 0$. Залежність критичного значення κ_c від інтенсивності розсіювання фотонів a показано на рис. 5. Область $\Re \Phi < 0$ зображена на рис. 4,б існує доти, поки при нульовому значенні інтенсивності генерації фотонів у модуляторі $b \in$ відмінне від нуля значення інтенсивності розсіювання фотонів у модуляторі a , при якому можливе досягнення режиму стійких періодичних пульсацій.

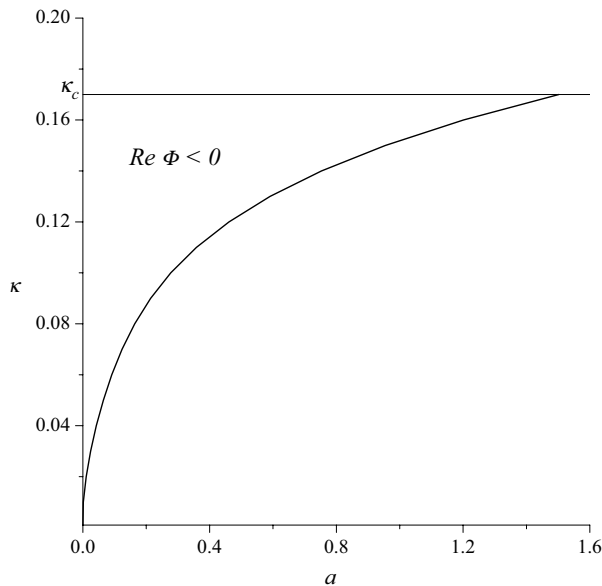


Рис. 5. Вплив параметра поглинання κ на зміну області існування стійких періодичних пульсацій при $A = 2.0$, $b = 0$.

Із практичного погляду, важливо встановити частоту пульсацій від інтенсивності зовнішньої накачки. Таку залежність для цієї системи наведено на рис. 6. Із нього видно, що зі збільшенням значень параметра

A частота випромінювання монотонно зростає. Видно, що підвищення інтенсивності поглинання κ потребує більших значень інтенсивності накачки A , при яких можливим є стійке періодичне випромінювання. Цей результат добре узгоджується з експериментальними та теоретичними розрахунками, проведеними в роботі [27] для ксенонового газорозрядного лазера.

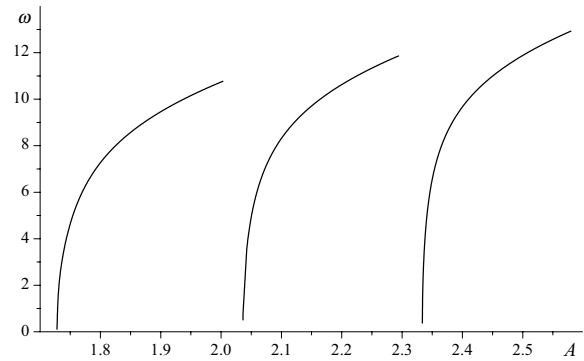


Рис. 6. Залежність частоти коливань від параметра зовнішньої накачки в області існування стійких періодичних коливань при $a = 0.5$, $b = 0.5$ та $\kappa = 0$, $\kappa = 0.2$, $\kappa = 0.4$ зліва направо.

V. ВИСНОВКИ

Із наведеного аналізу умов впливу додаткових матеріальних середовищ на характер генерування стійкого періодичного випромінювання у твердотільних лазерах В-класу можна зробити такі висновки. Уведення модулятора добротності приводить до утворення суцільно обмеженої області значень керуючих параметрів, у якій реалізується режим стійких періодичних пульсацій. Виявлено, що посилення параметра зовнішнього навантаження спричиняє суттєве звуження цієї області. На відміну від дії модулятора, введення поглинаючого середовища (фільтра) сприяє утворенню напівобмеженої області значень параметрів системи існування стійкого періодичного випромінювання. Аналіз сумісної дії двох зазначених середовищ показав, що зростання параметра поглинання до критичного зумовлює поступове розширення області стійких пульсацій. При закритичних значеннях параметра поглинання велика частина фотонів поглинається середовищем, що унеможливує генерування стійкого періодичного випромінювання. Таким чином, принципову роль в утворенні часових дисипативних структур відіграє нелінійна дисипація, тоді як модулятор має другорядне значення. Результати цієї роботи можна використати, прогнозуючи поведінку лазерних систем В-класу та аналізуючи вплив різного типу нелінійних середовищ на процеси когерентного випромінювання.

Автор висловлює подяку професорові Д. О. Харченкові за сталий інтерес та увагу до роботи, професорові Є. Д. Білоколосові за ґрунтовне обговорення результатів.

-
- [1] H. Haken, *Synergetics* (Springer, New York, 1983).
- [2] M. L. Berre, E. Ressayre, A. Tallet, Phys. Rev. E **71**, 036224 (2005).
- [3] Ya. I. Khanin, *Основы динамики лазеров* (Наука. Физматлит, Москва, 1999).
- [4] M. Hercher, Appl. Optics **6**, 947, (1967).
- [5] M. Hercher., W. Chu, D. L. Stockman, IEEE, J. Quant. Electronics **QE-4**(11), 954, (1968).
- [6] H. M. Gibbs, S. L. MacCall, T. N. C. Venkatesan, Phys. Rev. Lett. **36**, 1135 (1976).
- [7] G. P. Agarwal, H. J. Carmichael, Phys. Rev. A **19**, 2074 (1979).
- [8] L. Gao, Phys. Lett. A **318**, 119 (2003).
- [9] J. W. Haus, N. Kalyaniwalla, R. Inguva, M. Bloemer, C. M. Bowden, J. Opt. Soc. Am. **B6**, 797 (1989).
- [10] J. W. Haus, N. Kalyaniwalla, R. Inguva, C. M. Bowden, J. Appl. Phys. **65**, 1420 (1989).
- [11] N. Kalyaniwalla, J. W. Haus, R. Inguva, M. H. Birnboim, Phys. Rev. A **42**, 5613 (1990).
- [12] O. G. Caldero, S. Melle, I. Gonzalo, Phys. Rev. A **65**, 023811 (2002).
- [13] P. Domokos, H. Ritsch, Phys. Rev. Lett. **89**, 253003 (2002).
- [14] J. K. Asboth, P. Domokos, H. Ritsch, A. Vukics, Phys. Rev. A **72**, 053417 (2005).
- [15] A. T. Black, H. W. Chan, Phys. Rev. Lett. **91**, 203001 (2003).
- [16] M. Wouters, I. Carusotto, cond-mat/0607719 (2006).
- [17] R. Bonifacio, L. A. Lugatio, Phys. Rev. A **18**, 3 (1978).
- [18] A. I. Olemskoi, I. A. Shuda, V. O. Kharchenko, Ukr. Phys. J. **51**, 311 (2006).
- [19] Д. О. Харченко, С. В. Коломієць, В. О. Харченко, Вісн. Сум. держ. ун-ту **69**, 10, 218 (2004).
- [20] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1986).
- [21] C.W. Gardiner, P. Zoller, *Quantum noise* (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000).
- [22] H. Risken, *The Fokker-Planck equation* (Springer Verlag, Berlin, 1984).
- [23] W. Horsthemke, R. Lefever, *Noise-Induced Transitions* (Springer-Verlag, Berlin, 1984).
- [24] F. Kaczmarek, *Wstep do fizyki laserów* (Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1979).
- [25] M. M. El-Nicklawy, A. F. Hassan, S. M. M. Salman, A. Abdel-Aty, Opt. Laser Technol. **34**, 363 (2002).
- [26] B. D. Hassard, N. D. Kazarinov, Y. H. Wan, *Theory and Application of the Hopf Bifurcation* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1981).
- [27] L. W. Casperson, J. Opt. Soc. Am. **B-2**, 62 (1985).

SELF-ORGANIZATION INTO A LIMIT CIRCLE OF THE SOLID-STATE LASER SYSTEM

V. O. Kharchenko

*Institute of Magnetism, National Academy of Science of Ukraine,
36-b Vernadsky Blvd., 03142, Kyiv, Ukraine*

Conditions of stable periodic radiation generation in the model of solid-state *B*-class laser system with additionally nonlinear area influence are discussed. It is shown that an action of the *Q*-factor leads to the formation of totally bounded domain of control parameters despite the nonlinear absorber extending domain with a stable pulse radiation.