

## ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОННОЇ ПРОВІДНОСТІ ДВОБАР'ЄРНОЇ СИМЕТРИЧНОЇ НАНОСТРУКТУРИ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

М. В. Ткач, О. М. Маханець, Ю. О. Сеті, М. М. Довганюк, О. М. Войцехівська  
*Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича*  
58012, Чернівці, вул. Коцюбинського, 2  
E-mail: ktf@chnu.edu.ua

(Отримано 3 лютого 2010 р.; в остаточному вигляді — 14 травня 2010 р.)

Розвинуто теорію резонансних енергій (РЕ) і резонансних ширин (РШ) квазістаціонарних станів (КСС) електрона та електронної провідності відкритої симетричної двобар'єрної резонансно-тунельної структури (РТС) циліндричної форми. У моделі ефективних мас та прямокутних потенціальних ям і  $\delta$ -бар'єрів розв'язано повне рівняння Шредингера, у якому враховано взаємодію електронів з електромагнітним полем у наближенні слабого сигналу.

На прикладі наносистеми  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  розраховано спектральні параметри, а також знайдено і проаналізовано залежність провідності від енергії моноенергетичного пучка налітаючих на РТС електронів і від енергії електромагнітного поля, що поглинається чи випромінюється системою. Уперше встановлено прямий зв'язок між експериментально вимірюваними параметрами провідності та резонансними ширинами КСС електронів відкритої РТС.

**Ключові слова:** резонансно-тунельна структура, резонансна енергія, резонансна ширина, провідність.

PACS number(s): 73.21.Nb, 73.21.La, 73.40.Gk

### ВСТУП

Розвиток нанотехнології привів до створення унікальних за фізичними характеристиками приладів, елементною базою яких є різноманітні наноструктури (квантові точки, квантові дроти, квантові ями) взагалі і резонансно-тунельні структури зокрема.

Зростання інтересу до РТС значною мірою зумовлено тим, що після створення перших квантових каскадних лазерів Фейстом і Капассо [1, 2] було досягнуто значних успіхів у такому дизайні активних наноструктур [3, 4], який дав змогу мінімізувати струми збудження, досягаючи максимальної потужності електромагнітного випромінювання в потрібному діапазоні частот (зокрема в актуальному терагерцовому).

Відомо, що одна з проблем функціонуючих квантових каскадних лазерів полягає в тому, що вони працюють у некогерентному (стосовно до електронної системи) режимі, при якому взаємодія електронів із дисипативними підсистемами РТС (фононами, домішками і т. п.) сильно змінює фазу електронного струму, який пройшов крізь систему, внаслідок чого ефективність випромінювання виявляється малою. Один із способів збільшення потужності випромінювання квантового каскадного лазера, як відомо, полягає в тому, щоб застосувати відкриту РТС, у якій тривалість життя електрона у квазістаціонарних станах є меншою, ніж тривалість дисипативних процесів у цій системі. Такі відкриті квазідвовимірні РТС теоретично досліджують уже понад десять років у різних теоретичних моделях [5–9], однак досі послідовна теорія відгуку

таких наносистем ще далека від завершення.

Основна теоретична проблема полягає в тому, що для розрахунку струму відгуку (чи динамічної провідності) відкритої РТС при проходженні крізь неї електронів необхідно розв'язувати повне рівняння Шредингера, гамільтоніан якого враховує взаємодію електронів з електромагнітним полем. Ця задача є настільки математично складною, що зумовлює різні наближення як у моделях, так і в аналітичних розрахунках. Зокрема в переважній більшості теоретичних праць [10–18] використовували спрощені моделі наносистем (здебільшого плоских), що базувалися на  $\delta$ -бар'єрній апроксимації прямокутних потенціальних бар'єрів РТС.

Добре відомо, що основні параметри наноприладів, як правило, поліпшуються зі зменшенням просторової розмірності їхніх функціональних елементів, а тому останніми роками значно зріс інтерес експериментаторів до вивчення квантових дротів і точок, а також комбінованих наносистем [19, 20]. У зв'язку з тим, що вже отримані як комбіновані нанодроти, так і прецизійно точні масиви закритих квантових дротів, виявилася цілком реальною принципова можливість створення відкритих циліндричних РТС як основи відповідних квантових каскадних лазерів. Що ж до праць із теорії спектрів квазічастинок (електронів, дірок, екситонів і т. п.), а надто теорії провідності відкритих РТС на основі квантових дротів і точок, то, наскільки нам відомо, їх дуже мало, хоча РТС такого типу досліджують [21].

Мета пропонованої статті полягає в тому, щоб у моделі ефективної маси електрона для відкритого ци-

лінійного квантового дроту з однією квантовою ямою і двома  $\delta$ -подібними потенціальними бар'єрами побудувати теорію спектральних параметрів (резонансних енергій і ширин) квазістаціонарних станів електрона й у наближенні слабкого поля знайти динамічну провідність такої РТС. У праці буде показано, що знайдена у запропонованій моделі провідність як функція енергії інжектованих електронів й енергії електромагнітного поля дає змогу не лише вивчати польові характеристики (потужність випромінювання чи поглинання; частоту й діапазон максимального випромінювання і т. п.), а й розв'язувати обернену задачу — за експериментально вимірними параметрами провідності знаходити резонансні енергії та ширини квазістаціонарних станів електронів у РТС.

### І. ПРОВІДНІСТЬ МОНОЕНЕРГЕТИЧНОГО ПУЧКА ЕЛЕКТРОНІВ СИМЕТРИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ДВОБАР'ЄРНОЇ РТС.

Розглянуто відкриту циліндричну двобар'єрну РТС з геометричними параметрами, вказаними на рис. 1. Будемо вважати, що потік моноенергетичних невзаємодіючих між собою електронів із концентрацією  $n$  потрапляє зліва на систему, рухаючись у напрямку, паралельному до аксіальної осі.

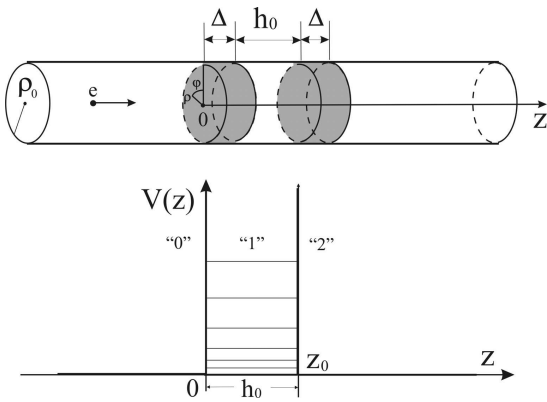


Рис. 1. Геометрична й енергетична схеми нано-РТС.

У цій статті ми не розглядаємо докладно механізм створення моноенергетичного пучка електронів, а вважаємо такий пучок уже попередньо створеним. Зокрема це можна здійснити методом “вирізання” із широкоенергетичного потоку електронів їх пропусканням крізь певну резонансно-тунельну структуру з малим розкидом за енергією. Це дає змогу не відволікати далі увагу на усереднення за функцією розподілу електронів, що, як відомо [10–12], принципово не змінює основних властивостей провідності РТС. Отже, надалі ми вважаємо пучок моноенергетичним.

Далі концентрацію будемо вважати такою ( $n \leq 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ), при якій кулонівською міжелектронною взаємодією можна знехтувати. Тим більше, що в роботах [13, 15], виконаних для плоских РТС, показано, що оскільки врахування такої взаємодії майже однаково пе-

ренормує положення резонансних енергій, між якими відбувається квантовий перехід, то це практично не впливає на основні властивості провідності.

Провідність РТС визначається густиною струму ( $j$ ) електронів через наносистему, яка у цій моделі визначається хвильовою функцією електрона, що взаємодіє зі змінним у часі електромагнітним полем  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$  із частотою  $\omega$  й амплітудою напруженості електричного поля  $\mathcal{E}$ . Хвильова функція  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  у циліндричній системі координат  $(\rho, \varphi, z)$  задовольняє повне рівняння Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left( \hat{H}(\mathbf{r}) + \hat{H}(z, t) \right) \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (1)$$

Тут основний гамільтоніан електрона (стаціонарної задачі)

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \rho_0 V(\rho) \delta(\rho - \rho_0) + V(z), \quad (2)$$

де

$$\lim_{\rho \rightarrow \rho_0} V(\rho) \rightarrow \infty, \quad V(z) = V_0 \Delta [\delta(x) + \delta(x - h_0)]$$

містить першим доданком оператор кінетичної енергії, другим — безмежний потенціал, що обмежує вихід електрона в радіальному напрямку за межі квантового дроту, третім — потенціальну енергію електрона в аксіальному напрямку, де  $V_0, \Delta$  — величина енергії й ширина потенціального бар'єра відповідно, а  $h_0$  — ширина потенціальної ями;

$$\hat{H}(z, t) = U(z) (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (3)$$

$$= -e\mathcal{E}[z(\Theta(z) - \Theta(z - h_0)) + h_0\Theta(z - h_0)] (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

— гамільтоніан взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем.

Щоб розв'язати повне рівняння Шредингера (1), спочатку потрібно розв'язати стаціонарне рівняння Шредингера

$$\hat{H}(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}) \quad (4)$$

для електрона з ефективною масою  $\mu$ , що рухається в циліндричному квантовому дроті, як у закритій системі в радіальному напрямку і відкритій — в аксіальному. З урахуванням циліндричної симетрії хвильову функцію  $\Psi(\mathbf{r})$  можна подати у вигляді

$$\Psi(\rho, \varphi, z) = \Psi_{n_\rho m}(\rho, \varphi) F(z), \quad (5)$$

внаслідок чого змінні в рівнянні (4) відділяються. Нормованим хвильовим функціям [21]

$$\Psi_{n_\rho m}(\rho, \varphi) = (\pi \rho_0^2 |J_{m-1}(X_{n_\rho m}) J_{m+1}(X_{n_\rho m})|)^{-1/2} \times J_m(X_{n_\rho m} \rho_0^{-1} \rho) e^{im\varphi}, \quad (6)$$

що описують обмежений рух електрона у площині, перпендикулярній до аксіальної осі, відповідає спектр енергій  $E_{n_\rho m}$

$$E_{n_\rho m} = \frac{\hbar^2 X_{n_\rho m}^2}{2\mu \rho_0^2}. \quad (7)$$

Тут  $J_m$  — функція Бесселя цілого порядку,  $X_{n_\rho m}$  — нулі функції Бесселя,  $m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$  — магнітне квантове число,  $n_\rho = 1, 2, 3 \dots$  — радіальне квантове число, що визначає номер нуля функції Бесселя при фіксованому  $m$ .

Тепер із урахуванням (4)–(6) хвильові функції  $F_{n_\rho m}(z)$  очевидно задовольняють рівняння

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + E_{n_\rho m} \right] F_{n_\rho m}(z) = E F_{n_\rho m}(z) \quad (8)$$

з відкритими граничними умовами.

Як видно, рівняння (8) розв'язується однаково, незалежно від станів  $|n_\rho m\rangle$ , тому, враховуючи, що далі будемо детально вивчати провідність циліндричної двобар'єрної РТС достатньо малих радіусів, при яких в актуальній підбар'єрній області енергій реалізується лише один стан ( $n_\rho = 1, m = 0$ ), ми покладемо  $F_{10}(z) = F_0(z)$ ,  $E_0 = \frac{\hbar^2 X_{10}^2}{2\mu \rho_0^2}$  й отримаємо з (1) рівняння для функції  $F(z, t)$

$$i\hbar \frac{\partial F(z, t)}{\partial t} = \left[ E_0 - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + \hat{H}(z, t) \right] F(z, t). \quad (9)$$

Рівняння (9) можна розв'язувати в наближенні слабкого сигналу [5–10], припускаючи, що амплітуда ( $\mathcal{E}$ ) електричного поля мала. Тоді загальний розв'язок рівняння (9) буде таким:

$$F_0(z, t) = F_0(z) e^{-i\omega_0 t} + F_1(z, t), \quad (\omega_0 = \hbar^{-1} E), \quad (10)$$

де функція  $F_0(z)$  є розв'язком стаціонарного рівняння Шредингера (8) (при  $n_\rho = 1, m = 0$ ), а поправку першого порядку в одномодовому наближенні шукаємо у вигляді

$$F_1(z, t) = F_{+1}(z) e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + F_{-1}(z) e^{-i(\omega_0 - \omega)t}. \quad (11)$$

Зберігаючи величини першого порядку малості, з урахуванням (9) і (10) отримуємо рівняння для визначення обох складників функцій  $F_1(z, t)$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + E_0 - \hbar(\omega_0 \pm \omega) \right] F_{\pm 1}(z) = U(z) F_0(z). \quad (12)$$

Стаціонарна задача (8) з відкритими межами розв'язується точно, і хвильова функція  $F_0(z)$  є такою:

$$\begin{aligned} F_0(z) &= F_0^{(0)}(z)\Theta(-z) + F_0^{(1)}[\Theta(z) - \Theta(z - h_0)] + F_0^{(2)}\Theta(z - h_0) \\ &= (A_0 e^{ikz} + B_0 e^{-ikz})\Theta(-z) + (A_1 e^{ikz} + B_1 e^{-ikz})[\Theta(z) - \Theta(z - h_0)] \\ &\quad + A_2 e^{ik(z-h_0)}\Theta(z - h_0), \quad k(E) = \sqrt{2\mu\hbar^{-2}(E - E_0)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Усі невідомі коефіцієнти  $A_p$  і  $B_p$  ( $p = 0, 1, 2$ ) однозначно визначаються умовами неперервності хвильових функцій і відповідних потоків густин імовірностей на всіх межах наносистеми

$$\begin{aligned} \frac{dF_0^{(p)}}{dz} \Big|_{z=z_{p-1}} - \frac{dF_0^{(p+1)}}{dz} \Big|_{z=z_{p-1}} &= \frac{2\mu V_0 \Delta}{\hbar^2} F_0^{(p)}(z_{p-1}), \\ F_0^{(p)}(z_{p-1}) &= F_0^{(p+1)}(z_{p-1}), \quad (z_{-1} = 0, p = 0, 1). \end{aligned} \quad (14)$$

Розв'язками неоднорідних рівнянь (12) є суперпозиція функцій

$$F_{\pm 1}(z) = F_{\pm}(z) + \Phi_{\pm}(z), \quad (15)$$

де своєю чергою функції  $F_{\pm}(z)$  є розв'язками системи однорідних рівнянь (12)

$$\begin{aligned} F_{\pm}(z) &= F_{\pm}^{(0)}(z)\Theta(-z) + F_{\pm}^{(1)}[\Theta(z) - \Theta(z - h_0)] \\ &\quad + F_{\pm}^{(2)}(z)\Theta(z - h_0) = B_0^{\pm} e^{-ik^{\pm} z} \Theta(-z) \\ &\quad + (A_1^{\pm} e^{ik^{\pm}} + B_1^{\pm} e^{-ik^{\pm}}) [\Theta(z) - \Theta(z - h_0)] \\ &\quad + A_2^{\pm} e^{ik^{\pm}(z-h_0)} \Theta(z - h_0), \end{aligned} \quad (16)$$

де  $k^{\pm}(E) = \sqrt{2\mu\hbar^{-2}(E - E_0 \pm \hbar\omega)}$ , а функції

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm}(z) &= \left( \frac{e\mathcal{E}}{\mu\omega^2} \frac{dF_0^{(1)}}{dz} \mp \frac{e\mathcal{E}z}{\hbar\omega} F_0^{(1)}(z) \right) [\Theta(z) - \Theta(z - h_0)] \\ &\quad \mp \frac{e\mathcal{E}h_0}{\hbar\omega} F_0^{(2)}\Theta(z - h_0) \end{aligned} \quad (17)$$

є точними частинними розв'язками рівнянь (12).

Отже, загальні розв'язки рівнянь (12) можна записати так:

$$F_{\pm 1}(z) = F_{\pm 1}^{(0)}(z)\Theta(-z) + F_{\pm 1}^{(1)}(z)[\Theta(z) - \Theta(z - h_0)] + F_{\pm 1}^{(2)}\Theta(z - h_0). \quad (18)$$

Умови неперервності цих хвильових функцій і відповідних їм потоків на всіх межах наносистеми цілком аналогічні до умов (14). Вони еквівалентні системі чотирьох лінійних неоднорідних рівнянь, із яких однозначно визначаються всі чотири невідомі коефіцієнти  $A_p^\pm, B_p^\pm$  ( $p = 0, 1, 2$ ), хвильові функції  $F_{\pm 1}(z)$ , а отже і шукана хвильова функція  $F(z, t)$ .

Густина струму в точці  $z$  у момент часу  $t$  не взаємодіючих між собою електронів з концентрацією  $n$ , згідно з квантовомеханічним означенням, визначаємо як

$$j(z, t) = \frac{e\hbar n}{2\mu} \left[ F_0(z, t) \frac{\partial}{\partial z} F_0^*(z, t) - F_0^*(z, t) \frac{\partial}{\partial z} F_0(z, t) \right]. \quad (19)$$

У квазістатичному наближенні з урахуванням того, що довжини електромагнітних хвиль, з якими взаємодіє електрон, набагато більші за розміри нано — РТС, можна розрахувати енергію  $W$ , отриману (чи передану) електроном від поля за період  $T = 2\pi/\omega$

$$W = \int_0^T dt \int_0^{z_2} j(z, t) \mathcal{E}(z, t) dz = 2Th_0 \sigma_g \mathcal{E}^2, \quad (\sigma_g = \text{Re } \sigma), \quad (20)$$

де  $\sigma$  — комплексна провідність наносистеми.

Ця ж енергія визначається як сума енергій електронних хвиль, що виходять із квантового дроту з обох його боків, тобто

$$W = \frac{\hbar\omega T}{e} \{ [j(E + \hbar\omega, z = h_0) - j(E - \hbar\omega, z = h_0)] - [j(E + \hbar\omega, z = 0) - j(E - \hbar\omega, z = 0)] \}. \quad (21)$$

Комбінуючи вирази (20) і (21) та здійснивши розрахунок густин потоків, отримуємо аналітичний вираз для дійсної частини провідності

$$\sigma_g(E, \omega) = \frac{\hbar^2\omega n}{2h_0\mu\mathcal{E}^2} \left[ k_0^+ \left( |B_0^+|^2 + |A_2^+|^2 \right) - k_0^- \left( |B_0^-|^2 + |A_2^-|^2 \right) \right]. \quad (22)$$

Слід зауважити, що оскільки коефіцієнти  $B_0^\pm$  і  $A_2^\pm$  у застосованому наближенні слабкого сигналу пропорційні  $\mathcal{E}$ , то величина  $\sigma_g$  не залежить від напруженості поля.

Подальший розрахунок й аналіз спектральних параметрів (резонансних енергій та ширин) електрона та провідності  $\sigma_g$  виконують на прикладі РТС  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ , яку часто досліджують експериментально [3, 4].

## II. АНАЛІЗ ТА ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Основні властивості електронної провідності ( $\sigma_g$ ) як функції від енергії ( $E$ ) моноенергетичного пучка

налітаючих на РТС електронів та від частоти ( $\omega$ ) електромагнітного поля, що при цьому випромінюється (поглинається), виявляються цілком зумовленими резонансними енергіями (РЕ) та ширинами (РШ) квазістаціонарних станів електрона, які своєю чергою визначаються геометричними розмірами та енергетичними параметрами наносистеми. Розрахунок  $\sigma_g$  виконано на прикладі відкритої циліндричної двобар'єрної симетричної резонансно-тунельної структури  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ , матеріальні параметри якої такі: ефективна маса електронів  $\mu = 0.046 m_0$ , ( $m_0$  — маса електрона у вакуумі); сталі ґраток  $a_0 \approx a_1 = 5.87 \text{ \AA}$ , висота потенціального бар'єра  $V_0 = 516 \text{ meV}$ .

Резонансні енергії ( $E_{n_z}$ ) і ширини ( $\Gamma_{n_z}$ )  $n_z$ -их квазістаціонарних станів визначаються відповідно положеннями максимумів піків коефіцієнта ( $D(E)$ ) проникнення електрона крізь РТС у шкалі енергій та їхніми ширинами в цій же шкалі на половині висоти.

Типові залежності  $E_{n_z}$  та  $\Gamma_{n_z}$  від висоти  $h_0$  циліндричної КТ при  $\rho_0 = 10 a_0$ ,  $\Delta = 2a_1$  показано на рис. 2а,б. З нього видно, що зі збільшенням розміру ( $h_0$ ) квантової ями резонансні енергії зменшуються приблизно за квадратичним законом, а резонансні ширини — ще швидше. Це зрозуміло і з фізичних міркувань, оскільки збільшення висоти ( $h_0$ ) циліндричної КТ збільшує її об'єм, унаслідок чого зменшуються значення всіх резонансних енергій, що своєю чергою, збільшує “ефективну висоту” потенціального бар'єра, а отже і різко зменшує резонансні ширини квазістаціонарних станів.

На рис. 3а зображено приклад розрахованої (при  $\rho_0 = 10a_0$ ,  $\Delta = 2a_1$ ,  $h_0 = 50a_0$ ) провідності  $\sigma_g(E, \omega)$  як функції від енергії ( $E$ ) окремого електрона, що потрапляє на РТС у пучку моноенергетичних невзаємодіючих між собою електронів із концентрацією  $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , та від енергії ( $\hbar\omega$ ) електромагнітного поля, що при цьому випромінюється ( $\sigma_g < 0$ ) чи поглинається ( $\sigma_g > 0$ ). Провідність РТС формується внаслідок квантових переходів електронів між початковими ( $i$ ) станами, з яких здійснюється перехід, у кінцеві ( $f$ ) стани, у які він відбувається. Переходи з нижчих у вищі квазістаціонарні стани ( $i < f$ ) формують позитивну провідність ( $\sigma_g > 0$ ) і відбуваються з поглинанням енергії ( $\hbar\omega$ ) електромагнітного поля, а переходи з вищих у нижчі КСС  $i > f$  формують негативну провідність ( $\sigma_g < 0$ ) і відбуваються з випромінюванням електромагнітного поля. Зокрема на рис. 3б зображено залежність  $\sigma(E, \hbar\omega)$ , що формується в переходах між квазістаціонарними станами  $3 \rightarrow 2$  і  $3 \rightarrow 4$ .

Як видно з рис. 3а, провідність  $\sigma_g(E, \omega)$  має екстремуми ( $\sigma_{if}$ ) у точках на площині ( $E, \hbar\omega$ ) з координатами за енергією електрона  $\tilde{E}_{if}$  і за енергією поля  $\hbar\tilde{\omega}_{if}$ , що перебувають в околах резонансних енергій  $E_i$  і модуля різниці резонансних енергій  $\hbar\omega_{if} = |E_i - E_f|$  відповідно. Оскільки величини  $\tilde{E}_{if}$  і  $E_i$  та  $\hbar\tilde{\omega}_{if}$  і  $\hbar\omega_{if}$  трохи відрізняються, то вводиться поняття відхилення за енергією електронів  $\Delta E_{if} = \tilde{E}_{if} - E_i$  та відхилення за енергією поля  $\Delta\Omega_{if} = \hbar(\tilde{\omega}_{if} - \omega_{if})$ .

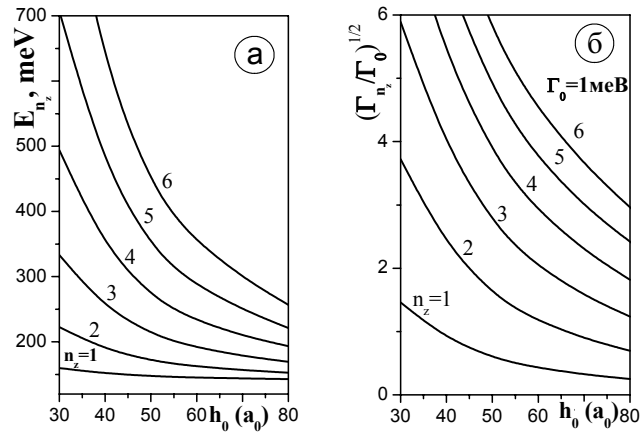


Рис. 2. Залежності резонансної енергії (а) та ширини (б) від висоти  $h_0$  циліндричної КТ при  $\rho_0 = 10a_0$ ,  $\Delta = 2a_1$ .

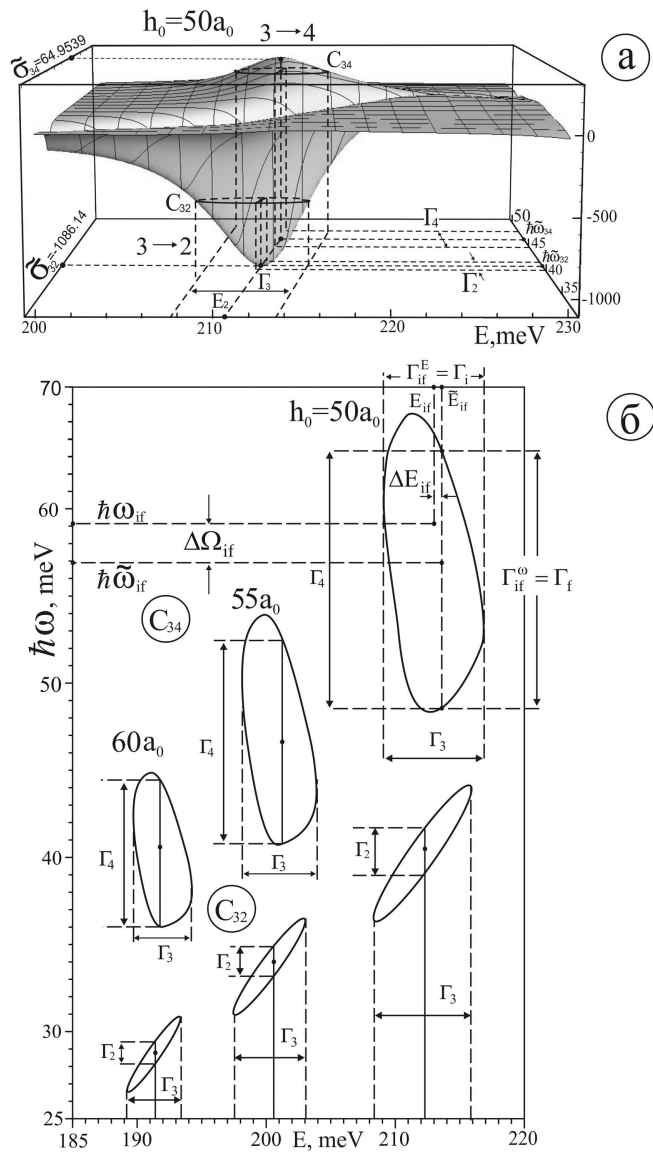


Рис. 3. Залежності провідності (а) і її контурів (б) від енергії електрона ( $E$ ), поля  $\hbar\omega$  і висоти квантової точки ( $h_0$ ) при  $\rho_0 = 10a_0$ ,  $\Delta = 2a_1$ ,  $n = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ .

Із рис. За видно характерні властивості провідності  $\sigma_g(E, \omega)$  залежно від того, в околі якої резонансної енергії ( $E_i$ ) є енергія ( $E$ ) налітаючих на РТС електронів. Очевидно, що коли енергія  $E$  перебуває в околі резонансної енергії ( $E_3$ ) квазістаціонарного стану, то провідність позитивна в області зміни  $\hbar\omega$  ( $\sigma_g(E, \omega) > 0$ ) в околі  $\hbar\omega_{34} = |E_3 - E_4|$  і негативна в околі  $\hbar\omega_{32} = |E_3 - E_2|$ , її максимальні значення  $\sigma_{3f}$  досягаються при  $\tilde{E}_{3f}$ ,  $\hbar\tilde{\omega}_{3f}$ , причому  $\sigma_{32} \sim \sigma_{34} \gg \sigma_{31} \gg \sigma_{35} \dots$ . Оскільки найбільше значення  $\sigma_{32}$  ( $\sigma_{34}$ ) на порядки переважає всі інші  $\sigma_{3f \neq 3}$ , то квантові переходи  $3 \rightarrow 2$  і  $3 \rightarrow 4$  вважаються “дозволеними”, а всі інші переходи ( $i \rightarrow f = 1, 5, 6 \dots$ ) можна вважати “забороненими”.

У загальному випадку, якщо енергія  $E$  налітаючих на РТС електронів є в околах резонансних енергій  $E_{i \neq f}$ , то екстремальні значення  $\sigma_{i f < i} < 0$  і  $\sigma_{i f > i} > 0$  досягаються в точках  $\tilde{E}_{if}$ ,  $\hbar\tilde{\omega}_{if}$ , причому  $|\sigma_{i f=i+1}| \gg |\sigma_{i f=i+2}|, \gg |\sigma_{i f=i+3}|, \gg \dots$ , тобто максимальні значення  $\sigma_g(E, \omega)$  формуються квантовими переходами електрона між сусідніми КСС ( $\sigma_{i i \pm 1}$ ), а переходи в усі інші стани формують тим менші значення  $\sigma_{i f \neq i \pm 1}$ , чим більша різниця  $|f - i|$ . Отже, переходи  $i \rightarrow i \pm 1$  вважаються “дозволеними”, а всі інші — “забороненими”.

Із фізичних міркувань зрозуміло (і це підтверджують розрахунки), що властивості провідності  $\sigma_g(E, \omega)$  досліджуваної РТС безпосередньо пов'язані з власти-

востями резонансних енергій ( $E_i, E_f$ ) і ширин ( $\Gamma_i, \Gamma_f$ ) відповідних КСС електрона, переходи між якими й формують величини  $\sigma_g(E, \omega)$  в околах відповідних енергій ( $E$ ) і частот ( $\omega$ ). Для того, щоб детально проаналізувати цей важливий зв'язок, доцільно ввести поняття середнього контуру ( $C_{if}$ ) провідності ( $\sigma_{if}$ ), під яким розуміється лінія перетину функції  $\sigma_g(E, \omega)$  площиною, паралельною до площини ( $E, \hbar\omega$ ), що проходить на половині величини модуля максимального значення  $\sigma_{if}$  ( $|\sigma_{if}|/2$ ) (рис. 3б).

Із рис. 3б видно, що проекція ( $\Gamma_{if}^E$ ) середнього контуру ( $C_{if}$ ) на вісь енергій  $E$  практично збігається з резонансною шириною ( $\Gamma_i$ ) того квазістаціонарного стану, резонансна енергія ( $E_i$ ) якого найближча до енергії електрона ( $E$ ), що потрапляє на РТС. Проекція ( $\Gamma_{if}^\omega$ ) на вісь  $\hbar\omega$  відрізка, який утворюється між двома точками перетину середнього контуру ( $C_{if}$ ) лінією, паралельною до осі  $\hbar\omega$ , що проходить через точку ( $\tilde{E}_{if}, \hbar\tilde{\omega}_{if}$ ), практично збігається з резонансною шириною ( $\Gamma_f$ ) того КСС, на який відбувається квантовий перехід. Оскільки введені параметри ( $\sigma_{if}, \tilde{E}_{if}, \hbar\tilde{\omega}_{if}, \Gamma_{if}^E, \Gamma_{if}^\omega$ ) однозначно характеризують провідність  $\sigma_g(E, \omega)$  незалежно від геометричних розмірів КД, то вони одночасно є хорошими параметрами, які дають змогу безпосередньо з експериментально виміряних величин  $\sigma_g(E, \omega)$  знаходити резонансні енергії  $E_i$  і ширини  $\Gamma_i$  КСС електронів у відкритих РТС.

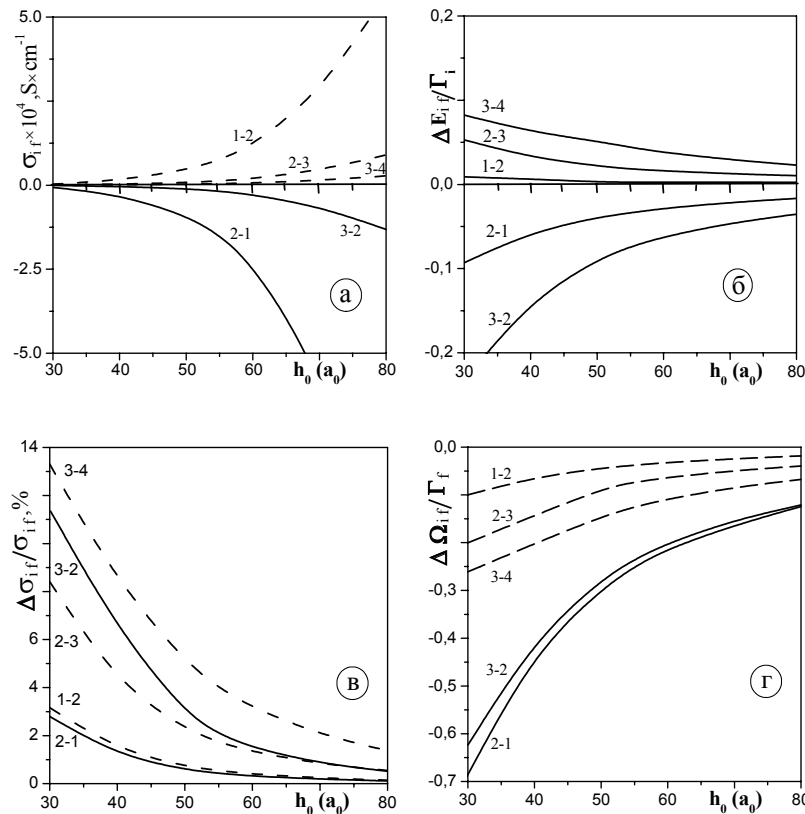


Рис. 4. Залежності від висоти ( $h_0$ ) квантової точки а) максимумів провідності  $\sigma_{if}$ ; б) відносних відхилень провідностей  $\Delta \sigma_{if} / \sigma_{if}$ ; в) відносних зміщень  $\Delta E_{if} / \Gamma_i$  енергій електрона; г) відносних зміщень  $\Delta \Omega_{if} / \Gamma_f$  енергій поля.

На рис. 3б також показано еволюцію середніх контурів  $C_{if}$  і їхніх параметрів при зміні розміру ями  $h_0$ . Із рисунка видно, що збільшення  $h_0$  в однотипних переходах не змінює суттєво форми (топології) контурів. Що більша енергія налітаючих на РТС електронів, то більші розміри контурів  $C_{if}$ , причому при  $\sigma_g(E, \omega) > 0$  проекція контуру на вісь  $E$  (пр.  $C_{if}^E$ ) практично збігається з РШ ( $\Gamma_{if}$ ) квазістаціонарного стану, на який здійснюється перехід ( $C_{if}^E \cong \Gamma_{if}^E \cong \Gamma_i$ ), а проекція контуру на вісь  $\hbar\omega$  (пр.  $C_{if}^\omega$ ) практично збігається з РШ ( $\Gamma_f$ ) КСС, з якого здійснюється перехід  $C_{if}^\omega \cong \Gamma_{if}^\omega \cong \Gamma_f$ ; при  $\sigma_g(E, \omega) < 0$  проекція  $C_{if}^E \cong \Gamma_{if}^E \cong \Gamma_i$ , а проекція  $C_{if}^\omega \cong \Gamma_{if}^\omega \cong \Gamma_i/3$ .

На рис. 4 показано приклад еволюції основних параметрів провідності  $\sigma_g(E, \omega)$  внаслідок зміни розміру ( $h_0$ ) шару-ями циліндричної КТ при фіксованих розмірах  $\rho_0 = 10a_0$ ,  $\Delta = 2a_1$ . Із рис. 4 видно, що зі збільшенням  $h_0$  максимальні величини  $\sigma_{if}$  зростають незалежно від того, чи  $\sigma_g(E, \omega) > 0$  (переходи  $i \rightarrow f = i+1$ ), чи  $\sigma_g(E, \omega) < 0$  (переходи  $i \rightarrow f = i-1$ ). При фіксованих розмірах РТС зі збільшенням енергії ( $E$ ) налітаючих на РТС електронів величини максимальних значень провідності ( $\sigma_{if}$ ) зменшуються, а відносні відхилення ( $\Delta\sigma_{if} = [\sigma_{if} - \sigma(E_i, \omega_{if})] / \sigma_{if}$ ) — збільшуються. Збільшення  $h_0$  приводить до збільшення величини всіх  $\sigma_{if}$  зі зменшенням усіх відносних відхилень ( $\Delta\sigma_{if}/\sigma_{if}$ ,  $\Delta E_{if}/\Gamma_i$ ,  $\Delta\Omega_{if}/\Gamma_f$ ).

Нарешті потрібно відзначити, що відносне відхилення за енергією електронів ( $\Delta E_{if}/\Gamma_i$ ) позитивне у процесах випромінювання й негативне у процесах поглинання електромагнітного поля, а відносне відхилення за енергією поля ( $\Delta\Omega_{if}/\Gamma_f$ ) негативне незалежно від того, чи енергія поля випромінюється, чи поглинається.

## ВИСНОВКИ

На основі моделі ефективних мас та  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів розроблено теорію спектральних параметрів (РЕ і РШ) квазістаціонарних станів електрона в циліндричній нано-РТС і встановлено їхній зв'язок із відповідними параметрами провідності системи, розрахованими залежно від енергії налітаючих на РТС електронів та енергії електромагнітного поля випромінювання чи поглинання.

Показано, що при переходах електронів із вищих (нижчих) станів у сусідні нижчі (вищі) стани формується негативна (позитивна) динамічна провідність системи та відбувається випромінювання (поглинання) електромагнітного поля з максимумом на частоті, пропорційній різниці резонансних енергій квазістаціонарних станів, між якими відбувається перехід.

Залежно від геометричних параметрів циліндричних нано-РТС і величин енергій налітаючих на систему моноенергетичних електронів, ці системи можуть бути активними елементами чи квантового каскадного лазера (при негативній провідності), чи наносенсора (при позитивній провідності), які можна створити експериментально для роботи в потрібному діапазоні частот.

Уперше показано, що експериментально виміряна провідність РТС як функція енергій налітаючих на РТС електронів й електромагнітного поля дає змогу встановити контур провідності, відповідні проекції якого безпосередньо визначають основні спектральні параметри (РЕ і РШ) квазістаціонарних станів електронів у досліджуваній відкритій РТС.

Роботу частково виконано за рахунок бюджетних коштів МОН України, наданих як грант Президента України.

- 
- [1] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *Science* **264**, 553 (1994).
  - [2] J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori, D. L. Sivco, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 538 (1995).
  - [3] C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivco, A. Y. Cho, *Rep. Prog. Phys.* **64**, 1533 (2001).
  - [4] A. K. M. Newaz, W. Song, E. E. Mendez, Y. Lin, J. Nitta, *Phys. Rev. B* **71**, 195303 (2005).
  - [5] H. C. Liu, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 453 (1988).
  - [6] H. C. Liu, *Phys. Rev. B* **43**, 12538 (1991).
  - [7] R. K. Mains, G. I. Haddad, *J. Appl. Phys.* **64**, 3564 (1988).
  - [8] R. K. Mains, G. I. Haddad, *J. Appl. Phys.* **64**, 5041 (1988).
  - [9] V. F. Elesin, Yu. Kopaev, *Solid State Commun.* **96**, 897 (1995).
  - [10] И. В. Беляев, Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, *Физ. техн. полупр.* **31**, 137 (1997).
  - [11] A. B. Pashkovskii, *JETP Lett.* **82**, 210 (2005).
  - [12] E. A. Gel'vich, E. I. Golant, A. B. Pashkovskii, *Technical Physics Letters* **32**, 191 (2006).
  - [13] V. F. Elesin, *JETP* **121**, 925 (2002).
  - [14] V. F. Elesin, I. Yu. Kateev, *Semiconductors* **42**, 571 (2008).
  - [15] V. F. Elesin, I. Yu. Kateev, M. A. Remnev, *Semiconductors* **43**, 257 (2009).
  - [16] Wim Vanroose, *Phys. Rev. A* **64**, 062708 (2001).
  - [17] A. A. Gorbatsevich, M. N. Zhuravlev, V. V. Kapaev, *J. Exp. Theor. Phys.* **107**, 288 (2008).
  - [18] N. V. Tkach, Yu. A. Seti, *Low Temp. Phys.* **35**, 556 (2009).
  - [19] M. T. Bjork, B. J. Ohlsson, T. Sass, A. I. Persson, C. Thelander, M. H. Magnusson, K. Deppert, L. R. Wallenberg, L. Samuelson, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 1058 (2002).
  - [20] J. Tragardh, A. I. Persson, J. B. Wagner, D. Hessman, L. Samuelson, *J. Appl. Phys.* **101**, 123701 (2007).
  - [21] N. V. Tkach, A. M. Makhanelts, *Phys. Solid State* **47**, 571 (2005).

**THE PROPERTIES OF ELECTRONIC CONDUCTIVITY IN A TWO-BARRIER  
SYMMETRIC NANOSTRUCTURE OF A CYLINDRICAL SHAPE**

M. V. Tkach, O. M. Makhnets, Ju. O. Seti, M. M. Dovganiuk, O. M. Voitsekhivska  
*Fedkovich Chernivtsi National University, 2, Kotsyubinskogo St., Chernivtsi, UA-58012, Ukraine*  
*E-mail: ktf@chnu.edu.ua*

The theory of resonance energies (RE) and resonance widths (RW) of electron quasi-stationary states (QSS) and electronic conductivity in open two-barrier resonance-tunnel structure (RTS) of a cylindrical shape is developed. Within the effective masses and rectangular potential wells and  $\delta$ -barriers models the complete Schrödinger equation taking into account the interaction between the electron and electromagnetic fields using the approximation of a small signal is solved.

For the nanosystem  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  calculation of spectral parameters was performed. The dependences of conductivity on a mono-energetic electron beam falling at RTS energy and electromagnetic field energy emitted and absorbed by the system were obtained and analyzed. A direct relation between experimentally measured parameters of conductivity and resonance widths of electron QSS in open RTS was established for the first time.