МОДЕЛЮВАННЯ МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ МЕТОДАМИ ЕКОНОФІЗИКИ

О. М. Васильєв[1], О. В. Чалий[1,2]
[1] *Київський національний університет імені Тараса Шевченка, вул. Володимирська 60, Київ, 01601, Україна,*
[2] *Національний медичний університет імені О. О. Богомольця, бульв. Т. Шевченка, 13, Київ, 01601, Україна*
e-mail: {vasilev, avchal}@univ.kiev.ua

(Отримано 14 червня 2013 р.; в остаточному вигляді – 26 листопада 2013 р.)

Методи *еконофізики* використано для моделювання процесів, пов'язаних із розвитком макроекономічної системи. Досліджено вплив різних режимів оподаткування (різних типів фіскальної політики) на динаміку економічної системи. Розраховано залежність між рівнем сукупних податкових доходів та ефективною ставкою податку (*крива Лафера*). Розглянуто моделі прогнозування динаміки *валового внутрішнього продукту* (ВВП). Запропоновано модель (та на основі статистичних даних обчислено її параметри), яка дає змогу робити короткостроковий прогноз динаміки ВВП України.

Ключові слова: еконофізика, стаціонарний розв'язок, валовий внутрішній продукт, ставка оподаткування, податкові надходження, крива Лафера, зовнішній борг.

PACS number(s): 89.65.Gh, 02.30.Hq, 89.75.Da, 89.90.+n

Ей, діду! Не чинися глухим, коли тобі не позаступало! Адже ж не для мене, а для тебе! Маєш платити попри домовий ще й заробкового податку п'ятнадцять ринських річно.
Іван Франко, "Добрий заробок"

ВСТУП

Хоча фізика й економіка за предметом дослідження різняться кардинально, насправді в методології обох наук на найвищому концептуальному рівні є багато спільного. Великою мірою й у фізиці, і в економіці ґлобальна задача полягає в тому, аби вивести та пояснити спостережувані процеси, залежності та характеристики на основі базових, фундаментальних законів (для фізики) чи правил поведінки (для економіки). Тому цілком логічно, що ті методи та алгоритми, які виявили свою ефективність при дослідженні фізичних систем, можуть бути корисними і при розв'язанні проблем в галузі економіки. Ця ідея, висловлена в роботі [1], є досить точним утіленням ідеології, що лежить в основі *еконофізики* — нового міждисциплінарного підходу, який стосується дослідження економічних систем фізичними методами і останніми роками інтенсивно розвивається завдяки зусиллям передусім фізиків. Хоча еконофізика має вже досить давню історію (термін "еконофізика" використовують від 1995 року [1]), а тематика робіт включає статистичні та стохастичні методи [2–10], теорію самоорганізації (синергетику) [11–16], моделювання на основі аґентних моделей [17–21], теорію складних мереж [22–29], моделювання соціально-політичних процесів [30–39] та низку інших підходів [40–46], значна кількість принципових, "життєвовизначальних" питань залишається без відповіді. Найголовніше з них: "Що таке еконофізика?". Відпповісти на це питання можна в різний спосіб. Ми будемо виходити з того, що визначальною все ж таки є методологія. Причому зрозуміло, що вона не зводиться лише до використання певного математичного апарату. Відповідні методи та підходи в економіці існують досить давно й непогано розвинені. Для того, щоб зрозуміти "внесок" (реальний і можливий) фізики в економічну теорію, необхідно виділити та проаналізувати ті проблеми, які на сьогодні є в економічній теорії взагалі і, зокрема, в царині математичного моделювання економічних систем.

У математичній економіці розглядають задачі різних типів, але більшість із них має ту суттєву ваду, що базуються вони в кращому випадку на евристичних припущеннях, справедливість яких урешті-решт перевіряється на основі результатів моделі. Безумовно, це дуже спрощена схема, однак вона підкреслює надзвичайно важливий момент: в економічній теорії майже відсутні універсальні "первинні принципи", з яких би виводились загальніші положення та теорії. У цьому сенсі порівняно з фізикою різниця принципова. Саме тому слабке місце математичних моделей в економіці — їхня невисока надійність та "неуніверсальність". І хоча останнім часом розвиток нової інституціональної теорії надає певного оптимізму щодо побудови "містка" між мікротеорією та макротеорією [47], до повного розв'язання проблеми ще надзвичайно далеко. Щобільше, виникають певні сумніви щодо коректності навіть самої постановки питання про створення універсальної економічної теорії. Адже, на відміну від фізичних систем, "правила гри" в економіці все змінюються, іноді швидше, ніж це потрібно для створення нової теорії. Саме тут корисними можуть бути методи еконофізики.

Арсенал методів фізики, які адаптуються в еконофізичних дослідженнях, надзвичайно широкий. Як правило, найчастіше використовують (у тому чи іншому вигляді) методи статистичної фізики. Вони часто приводять до цікавих та ефективних результатів. Водночас такий підхід не є єдино можливим. Серед тих напрямків досліджень, які можуть бути природно "натуралізовані" для вивчення економічних процесів та систем, можемо виділити *теорію самоорганізації* (або *синергетику*), *теорію самоорганізованої критичності* та *теорію ройового інтелекту.* В цій роботі для розв'язання ряду питань щодо аналізу та моделювання динаміки макроекономічної системи ми скористаємося підходами, які характерні для теорії самоорганізації.

На сьогодні добре відомо, що теорія самоорганізації з успіхом може застосовуватися не тільки для дослідження фізичних чи біологічних систем, але й при вивченні політичних, соціальних чи економічних процесів. Причому ефективність відповідних методологічних підходів в останньому випадку є досить непоганою, якщо порівнювати зі стандартними прийомами, прийнятими в економічній теорії [48, 49]. Причиною, очевидно, є специфіка застосування математичного апарату. Адже в межах синергетичного підходу виконується насамперед якісний, а не кількісний аналіз (хоча кількісні оцінки також є важливим етапом дослідження).

Принциповою є нелінійність синергетичних моделей. Серед цих моделей наявні як суттєво оригінальні, так і досить стандартизовані, у певному розумінні "класичні" [50, 51]. Для останніх, як правило, результати загального аналізу вже відомі, і тому завданням дослідника є лише перекласти цей результат потрібною термінологічною мовою. Така ситуація досить цікава й поширена. Її наслідком, серед іншого, є виокремлення певної універсальності явищ, процесів та систем абсолютно різної природи. Один із прикладів буде наведено далі: ми скористаємося добре відомою та дослідженою моделлю логістичного типу для пояснення *кривої Лафера* — ефекту скорочення податкових надходжень при збільшенні ставки податку [48, 49].

ПРИНЦИПИ АНАЛІЗУ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

Існує два принципові методи реґулювання економіки: *монетарний* (або *монетарна політика*) та *фіскальний* (або *фіскальна політика*). У першому випадку шляхом впливу на грошову масу та параметри її обігу корегують темпи розвитку економіки. Фіскальна політика має на увазі визначення розмірів та структури податків у державі. Через ці ж механізми відбувається стимулювання економіки. Стосовно ефективності різних підходів нема однозначної думки серед професійних економістів. Кількість економічних шкіл, прибічники яких дотримуються часто абсолютно протилежних поглядів на одні й ті самі питання, досить велика. Причому суперечки, як правило, відбуваються навколо різної інтерпретації одних і тих самих фактів та статистичних даних (див., наприклад, [48, 49]). Ця проблема глибока і принципова, і пов'язана передусім із неможливістю провести "чистий" економічний експеримент, аналогічний до експерименту в фізиці чи хімії (якщо, безумовно, не враховувати безглуздих експериментів над населенням непрофесійними урядами в деяких країнах). Ситуація виглядає приблизно так. Існують певні уявлення про природу того чи іншого економічного явища. Виокремлюють чинники, що важливі з погляду прикладного аналізу. Якщо такий фактор один (чи два), то проблем з якісним та однозначним економічним аналізом, як правило, не виникає. Якщо ж їх багато, то починаються дискусії стосовно їхньої відносної важливості. Нехтуючи деякими чинниками, отримуємо один результат, а якщо набір неважливих факторів змінити, результат також змінюється (часто на протилежний). З погляду теорії самоорганізації, це якраз та ситуація, коли синергетичний підхід може бути надзвичайно ефективним.

У цій роботі ми сконцентруємо увагу на таких завданнях:

- розглянемо нелінійні моделі, які дають змогу проаналізувати (на якісному рівні) динаміку макроекономічної системи та виявити характер впливу податкового навантаження на розвиток економіки;
- отримаємо та дослідимо залежність між ефективною ставкою оподаткування та сукупними податковими надходженнями до бюджету (тобто отримаємо функціональну залежність між сукупними доходами та ставкою податку);
- на основі статистичних даних для економіки України за період із 2000-го року до 2011-го року побудуємо модель, яка враховує наявний рівень податкового навантаження та зовнішнього боргу і дає змогу робити короткостроковий прогноз щодо темпів зростання *валового внутрішнього продукту* (ВВП).

Окремо слід зазначити, що питання про вплив податкового тиску й рівня державного боргу на економіку взагалі та темпи росту ВВП зокрема не втрачає своєї актуальності й донині, незважаючи на значний доробок у цій сфері (див., наприклад, [52–54]). Тут існує певна дилема, пов'язана з тим, що механізми впливу зазначених факторів на динаміку ВВП досить складні й не завжди однозначні. У представленій роботі запропоновано динамічну нелінійну модель, яка дає змогу оцінити відповідні ефекти. Модель містить ряд феноменологічних параметрів, розрахованих на основі статистичних даних, і базується на диференціальному рівнянні, у яке поточний рівень ВВП входить як функція часу. Уперше такого типу моделі були апробовані на фізичних та біофізичних системах і досить добре зарекомендували себе на практиці. Це дає сподівання на перспективне використання таких моделей у соціально-економічних дослідженнях, оскільки для законів суспільного розвитку характерною є певна невизначеність, а синергетичні підходи якраз і дозволяють її частково компенсувати. Наявні теоретичні та прикладні розробки підтверджують цей висновок [55–57].

Узагалі, проблема вивчення впливу фіскальної політики на розвиток економіки має досить довгу історію. Свого часу *Артур Лафер* на основі статистичних даних запропонував криву (яка тепер має його ім'я), що описує залежність сукупних бюджетних надходжень з податків від ефективної (усередненої) ставки оподаткування. Закон Лафера стверджує, що зі збільшенням ставки податку доходи бюджету зростають, але після перевищення певного критичного значення податку сукупні доходи починають зменшуватися (теоретично аж до нуля). Такий ефект спостерігається на практиці й має очевидне пояснення — при незначному збільшенні податків надходження зростають за рахунок збільшення "індивідуальних" податкових внесків від суб'єктів оподаткування (підприємців, наприклад), однак значний податковий тиск призводить до скорочення бази оподаткування (частина підприємств закривається, частина переходить у тіньовий сектор), і, як наслідок, доходи бюджету зменшуються [48, 49]. Далі ми розглянемо деякі моделі, які пояснюють на якісному рівні такий ефект і навіть дещо більше — вони дають змогу проаналізувати, як різні податкові стратегії впливають на характер та темпи розвитку економіки в цілому.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І ЇЇ ЗАГАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Для розв'язання завдань, які ми перед собою ставимо в цьому дослідженні, уведемо в розгляд параметр x, який визначатиме економічний "потенціал" макроекономічної системи — у ролі такого "потенціалу" можна розглядати ВВП, хоча тут маємо деяке спрощення реальної ситуації. Нас цікавить динаміка параметра x із часом. Для цього ми маємо, крім самого параметра x, розглянути ще й рівняння, яке визначає зміну x із часом (позначимо як t). Вихідним буде таке співвідношення:

$$\frac{dx}{dt} = k(x) \cdot x - n(x), \tag{1}$$

де функція $k(x)$ визначає темпи відносного зростання "потенціалу" x із часом, а функція $n(x)$ описує податкове навантаження. Ми припускаємо, що останнє не залежить явно від часу, а лише від фактичного значення параметра x. Вигляд чи загальні характеристики функції $n(x)$ визначають "податкову стратегію" (держави, наприклад, якщо мова йде про динаміку ВВП), а функція $k(x)$ визначається виробничими можливостями та структурою економіки (що включає систему перерозподілу ресурсів). Ми вважатимемо функцію $k(x)$ заданою, а функцію $n(x)$ такою, що може змінюватися залежно від макроекономічних потреб. Фактично, мова йде про те, аби визначити вигляд функції $n(x)$ для досягнення оптимальних параметрів розвитку економіки при заданій функції $k(x)$. Для розв'язання цього завдання необхідно першочергово відповісти на питання про те, що являють собою ці самі "оптимальні параметри". І тут необхідно звернутися до практики державного реґулювання.

Існує декілька моментів, які необхідно врахувати, визначаючи кінцеву мету державної політики. Зазвичай найкращим звітом уряду є звіт про розвиток економіки з високими і, не менш важливо, сталими темпами. У цьому випадку часова залежність "потенціалу" x повинна бути експоненційною з деяким сталим показником зростання β. У термінах моделі йдеться про таку залежність $x(t)$, що $x'(t) = \beta x(t)$. Це дає змогу нам записати наступне співвідношення для визначення функції $n(x)$, яка є "математичним втіленням" державної фіскальної політики:

$$n(x) = (k(x) - \beta)x. \tag{2}$$

При цьому величина

$$m \equiv \frac{n(x)}{x} = k(x) - \beta \tag{3}$$

визначає ефективну ставку оподаткування. Формально, вибираючи значення параметра β, та за умови, що функція $k(x)$ відома, можемо визначити "схему" розподілу податкового навантаження залежно від рівня "потенціалу" економіки. Однак ця схема є надто спрощеною і не відповідає реальному механізму прийняття рішень щодо державної політики у сфері оподаткування. Річ у тому, що в кращому випадку питання про визначення рівня податків приймається з міркувань максимізації сукупних податкових надходжень. Тому на практиці не рівень податкового навантаження визначається на основі очікуваних темпів приросту економіки, а темпи зростання економіки є залежними від рівня податкового навантаження. Якщо скористатись умовою оптимальності податкових доходів $dn/dx = 0$, то отримаємо такий вираз для показника зростання економіки:

$$\beta = k(x) + xk'(x). \tag{4}$$

У цьому разі показник зростання економіки β залежить від x, що суперечить нашим вихідним припущенням. Інакше кажучи, якщо керуватися практикою максимізації податкових надходжень, то домогтися в такий спосіб розвитку економіки сталими темпами в загальному випадку неможливо. Єдине, чого можна досягти — підтримувати квазісталі темпи приросту економіки, і то за умови, якщо $k(x) \approx a + bx^{-1}$ для деякого діапазону значень x.

Зрозуміло, що відновити на основі статистичних даних точний вираз для функції $k(x)$ доволі проблематично. Водночас, деякі властивості цієї функції ми можемо "передбачити". Так, очевидно, що при нульовому "потенціалі" функція має приймати скінченне додатне значення, тобто $k(0) > 0$. Далі зі збільшенням значення параметра x функція $k(x)$ може зростати (чи мати стале значення), а починаючи з деякого значення арґументу вона стає спадною (граничний варіант — виходить на сталу величину). Простіша ситуація — коли функція $k(x)$ є монотонно спадною. Теоретично можливі й інші випадки, але вони стосуються скоріше "специфічних" економічних систем із особливими умовами функціонування, які не є метою нашого дослідження.

Ураховуючи наведені вище міркування, маємо перший доволі важливий висновок: зі зростанням економіки (і збільшенням "потенціалу" x) починаючи з певного значення $x_{\rm crit}$ ефективний показник приросту β стає від'ємним. Зазначене "критичне" значення $x_{\rm crit}$ визначаємо з рівняння

$$k(x_{\rm crit}) + x_{\rm crit} k'(x_{\rm crit}) = 0. \tag{5}$$

Іншими словами, криза малих темпів приросту в розвинених економіках є принциповою. Високі темпи розвитку економіки можуть бути в тому разі, коли докорінно (через зовнішні політичні, соціальні чи інші причини) змінюється характер економічних відносин, що мовою представленого дослідження означає миттєву (чи майже миттєву) зміну функції $k(x)$. Цей висновок повністю узгоджується з наявними статистичними даними та звітами щодо темпів розвитку світових економік: найбільш потужно "зростають", як правило, "молоді" або постреформаційні економіки, тоді як для розвинених економік характерним є "помірний оптимізм" щодо темпів розвитку.

Якщо припустити, що податкова стратегія держави визначається через функцію $n(x)$ з рівняння (2), а параметр β визначається співвідношенням (4), то отримаємо таке:

$$n(x) = -x^2 k'(x). \tag{6}$$

Це і є сукупний доход від збору податків. При такій стратегії розвиток економіки визначатиметься рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = x(k(x) + xk'(x)) = x\frac{d}{dx}\Big(xk(x)\Big). \tag{7}$$

Загальний розв'язок цього рівняння залежить від явного вигляду функції $k(x)$. Однак навіть без такої конкретизації можна сказати, що рівняння має два стаціонарні розв'язки: $x(t) \equiv 0$ та $x(t) \equiv x_{\rm crit}$ (див. рівняння (5)). Що стосується нульового стаціонарного розв'язку, то з умови $k(0) > 0$ випливає, що він нестійкий. Ненульовий стаціонарний розв'язок $x(t) \equiv x_{\rm crit}$ є стійким. Отже, описаний вище сценарій не приводить до зростання економіки (навіть із несталими темпами) — економіка виходить на стаціонарний рівень "потенціалу", який визначається рівнянням (5). При цьому сукупні податкові надходження становлять величину

$$n(x_{\rm crit}) = x_{\rm crit} k(x_{\rm crit}), \tag{8}$$

а ефективна ставка оподаткування визначається як

$$m = k(x_{\rm crit}). \tag{9}$$

Окрім того, що розглянутий вище сценарій не дає оптимальних результатів, він ще й не дуже реальний, оскільки вимагає постійного реґулювання податкового навантаження, а це означає, як мінімум, обробку надзвичайно великих масивів не дуже точних статистичних даних.

Реальнішою є стратегія, коли рівень податкових відрахувань визначається пропорційно до рівня доходів, характеристикою яких є в цьому випадку економічний "потенціал" x. Саме такий випадок розглянемо далі. Так, покладімо $n(x) = m \cdot x$ і будемо вважати параметр m сталою величиною. Тоді динаміка параметра x з часом визначається рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = (k(x) - m)x. \tag{10}$$

Залежно від характеру поведінки функції $k(x)$ може бути від двох до трьох стаціонарних розв'язків. Так, якщо $k(0) > m$, то стаціонарних розв'язків два: нестійкий стаціонарний розв'язок $x(t) \equiv 0$ та стійкий стаціонарний розв'язок $x(t) \equiv x_C$, де значення x_C є розв'язком (єдиним) рівняння

$$k(x_C) - m = 0. \tag{11}$$

Для такої ситуації економічна система з часом, незалежно від початкового стану, виходить на рівень "потенціалу" x_C. Сукупна дохідність від податків становить величину

$$n(m) = mx_C = mp(m), \tag{12}$$

де $p(\cdot)$ позначає функцію, обернену до функції $k(\cdot)$ (тобто за означенням $p(k(x)) = x$). Якщо функція $k(x)$ є монотонно спадною, то спадною буде і функція $p(m)$. Тому якщо розглядати податкові надходження як функцію від параметра m, то у відповідної залежності має бути екстремум (максимум). Оптимальне значення для податкового навантаження $m_{\rm opt}$ визначається співвідношенням

$$p(m_{\rm opt}) + \frac{m_{\rm opt}}{k'\Big(p(m_{\rm opt})\Big)} = 0. \tag{13}$$

При цьому податкові надходження дорівнюють

$$n(m_{\rm opt}) = -\frac{m_{\rm opt}^2}{k'\Big(p(m_{\rm opt})\Big)}. \tag{14}$$

Фактично, залежність (12) визначає криву Лафера. Наприклад, якщо функцію $k(x)$ апроксимувати залежністю виду

$$k(x) = k_0 - k_1 x^\alpha, \tag{15}$$

то крива Лафера визначатиметься співвідношенням

$$n(m) = m\Big(\frac{k_0 - m}{k_1}\Big)^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{16}$$

Якщо функція $k(x)$ визначається, наприклад, виразом

$$k(x) = k_0 \exp\Big(-\frac{k_1}{k_0}x^{\alpha}\Big), \tag{17}$$

то матимемо такий вираз для залежності сукупних податкових надходжень від ставки податку:

$$n(m) = m\Big(\frac{k_0}{k_1}\ln\Big(\frac{k_0}{m}\Big)\Big)^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{18}$$

Ці два варіанти проілюстровані схематично (у безрозмірних змінних) на рис. 1.

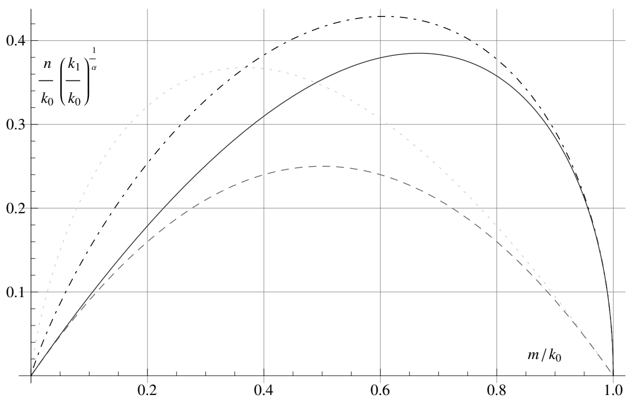

Рис. 1. Залежність сукупних податкових надходжень від ставки податку (крива Лафера) для різних типів функції $k(x)$. Штрихована та суцільна криві відповідають залежності (15) при значеннях $\alpha = 1$ та $\alpha = 2$ відповідно, а точкова та штрихпунктирна криві відповідають тим же значенням $\alpha = 1$ та $\alpha = 2$, але для залежності (17).

Також реальною є ситуація, коли в системи є три стаціонарні розв'язки. Вона може реалізуватися, наприклад, якщо $k(0) < m$, однак функція $k(x)$ спочатку зростає, причому так, що в точці $x_{\max}$ максимального значення функції $k(x)$ маємо співвідношення $k(x_{\max}) > m$ (сама точка $x_{\max}$ очевидно визначається з умови $k'(x_{\max}) = 0$). Якщо через x_S та x_C позначити розв'язки рівняння $k(x) = m$ (за домовленістю вважаємо $x_S < x_C$), то менша точка x_S буде нестійкою, а більша точка x_C стійка. Також стійкою буде нульова точка. Тому сценарій розвитку економіки такий: якщо в початковий момент $x(0) > x_S$, то система еволюціонує до стаціонарного значення x_C. Якщо має місце співвідношення $x(0) < x_S$, то з часом система перейде в нульову стаціонарну точку, що означає повний колапс економіки. Зі зменшенням ставки податку m нестійка стаціонарна точка наближається до нульової стійкої точки, аж поки при $m = k(0)$ вони не збігатимуться. Нульова точка стає нестійкою, і ми маємо схему з двома стаціонарними точками (розв'язками), яку розглядали вище.

Що стосується кривої Лафера для цього випадку, то ситуація змінюється досить принципово. При поступовому збільшенні ставки податку m від 0 до $m_{\max} \equiv k(x_{\max})$ реалізується такий сценарій: значення x_S зростає, а значення x_C зменешується, аж поки при $m = m_{\max}$ ці значення стають однаковими $x_S = x_C = x_{\max}$. При цьому сукупні податкові надходження зростають. Як тільки ставка податку m перевищить значення $m_{\max}$, економіка починає еволюціонувати до нульового розв'язку. В результаті податкові надходження "стрибком" падають до нуля. Час "стрибка" збігається з часом, за який руйнується економіка. Тобто в цьому випадку крива Лафера в своєму "класичному" варіанті не реалізується. Цей результат досить добре узгоджується з думкою сучасних економістів про те, що крива Лафера існує аж ніяк не в кожній економіці.

Окрім пропорційного податку, для мікроекономічних та мезоекономічних систем нерідко використовують таку схему оподаткування, як *сталий податок.* При сталому податку $n(x) = n_0 = \text{const}$. Розгляньмо таку ситуацію. Динаміка системи визначатиметься зі співвідношення

$$\frac{dx}{dt} = k(x)\cdot x - n_0. \tag{19}$$

Може бути один чи два стаціонарниі розв'язки, залежно від типу функції $k(x)$. Зокрема, якщо функція $k(x)$ при великих x спадає швидше, ніж x^{-1}, то в системі наявні дві стаціонарні точки: менша x_1 є нестійкою, а більша x_2 стійка. Менша стаціонарна точка x_1 визначає нижню межу, опинившись за якою (умова $x(0) < x_1$), економіка колапсує до нуля. Інша (більша) стаціонарна точка x_2 є кінцевим "пунктом призначення" економіки — але за умови, що в початковий момент вона перебувала в "безпечній зоні", тобто якщо $x(0) > x_1$. Найбільший податковий тиск, який може при цьому витримати економіка, не переходячи в стан з нульовим потенціалом, визначається як

$$n_0 = x_0 k(x_0), \tag{20}$$

причому параметр x_0 знаходимо з умови $dk/dx = 0$, що дає рівняння

$$k(x_0) + x_0 k'(x_0) = 0. \tag{21}$$

Тобто максимальний податковий прибуток у даному випадку такий самий, як і для схеми з пропорційним податком. Водночас досліджуваний сценарій є досить небезпечним, бо, на відміну від випадку з пропорційним податком, тут економічна система балансує на критичній межі (оскільки стаціонарний розв'язок $x(t) \equiv x_0$ є нестійким). А отже, політика, спрямована на оптимізацію податкових надходжень зі сталим податком, скоріш за все матиме наслідком руйнування економічної системи.

Сценарій зі сталим податком і однією стаціонарною точкою може реалізуватися для досить потужної економіки, для якої $k(x)$ прямує до нуля при великих значеннях x повільніше, ніж x^{-1}. При такому режимі формально податки можна збільшувати до нескінченності, однак із практичного погляду це скоріше ілюзія. Як тільки податкові відрахування n_0 перевищать значення $k(x)\cdot x$, економіка почне еволюціонувати до нульового стану.

Отримані вище результати проілюструємо на прикладі простої, але досить "популярної" моделі.

ЛОГІСТИЧНА МОДЕЛЬ

Як ілюстрацію можемо розглянути *логістичну модель*, основу якої становить рівняння

$$\frac{dx}{dt} = k(x_C - x)x - n(x), \tag{22}$$

де коефіцієнт k визначає швидкість темпів приросту виробничих фондів, x_C є певний оптимальний рівень валового продукту, а залежність $n(x)$, як і раніше, визначає податковий тиск на економіку. Суть запропонованої моделі полягає в тому, що темпи приросту економіки пропорційні до її рівня, а коефіцієнт пропорційності є спадною (лінійною) функцією від параметра x. Така залежність коефіцієнта пропорційності від рівня розвитку економіки може бути наслідком обмеженості природних, трудових та виробничих ресурсів. Далі розглянемо різні типи залежностей $n(x)$. Точніше, нас знову цікавитимуть два типи оподаткування: сталий податок та стала ставка оподаткування. Почнімо зі сталого податку.

При сталому податку маємо $n(x) = n = \text{const}$. У цьому випадку рівняння (22) має два стаціонарні розв'язки:

$$x_S^{(1,2)} = \frac{x_C}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4n}{kx_C^2}}\right). \tag{23}$$

Для дослідження розв'язків на предмет стійкості скористаємося представленням $x(t) = x_S + \delta x(t)$. Тоді для малих відхилень $\delta x(t)$ маємо:

$$\delta \dot{x}(t) = k(x_C - 2x_S)\delta x(t). \tag{24}$$

Стійкість розв'язку визначається знаком коефіцієнта в рівнянні (24): розв'язок стійкий за умови від'ємного коефіцієнта. Таким чином, розв'язок $x_S^{(1)} > x_C/2$ є стійким, на відміну від розв'язку $x_S^{(2)} < x_C/2$. Однак слід мати на увазі, що зазначені розв'язки існують лише при невеликих податках, коли

$$n < \frac{kx_C^2}{4}. \tag{25}$$

Якщо ця умова не виконується, система не має стаціонарних розв'язків узагалі. Як зазначалося раніше, для економіки це матиме катастрофічні наслідки.

При сталій ставці оподаткування податки, що сплачують суб'єкти господарювання, пропорційні до отриманого прибутку. Це означає, своєю чергою, що залежність $n(x)$ є лінійною, тобто $n(x) = mx$, і ставка податку m є величиною сталою. Вихідне рівняння буде таким:

$$\dot{x} = k(x_C - x)x - mx. \tag{26}$$

Його зручніше записати в безрозмірному вигляді:

$$\frac{dz}{d\tau} = (1 - z)z, \tag{27}$$

де $z = x/x_s$, $\tau = kx_s t$, $x_s = x_C - m/k$. Для рівняння (27) можна знайти розв'язок:

$$z(\tau) = \frac{z_0}{z_0 + (1 - z_0)\exp(-\tau)}. \tag{28}$$

Стаціонарних точок дві: $z_s = 0$ і $z_s = 1$, причому стійким є лише другий розв'язок.

Для економіки в стаціонарному стані податкові надходження становлять величину

$$q(m) = mx_S = m\left(x_C - \frac{m}{k}\right) \tag{29}$$

і є функцією податкової ставки. Отримана тут залежність $q(m)$ якісно узгоджується з поняттям "кривої Лафера". Максимально можливий прибуток при цьому дорівнює

$$q_{\max} = \frac{kx_C^2}{4}. \tag{30}$$

Якщо порівняти цю величину з максимальним прибутком від податкових надходжень за сталого податку, то він буде таким самим (тобто теж визначається з (30)). З погляду наповнення бюджету, різниці в типі податку немає. Однак різниця є, і різниця разюча. Адже максимальний прибуток для економіки зі сталим податком реалізується за умови, яка збігається з умовою втрати стійкості стаціонарного розв'язку. Мовою економічної теорії це означає, що, оптимізуючи прибутки бюджету за умови сталого податку, переводимо економіку в такий режим, коли економічна система, фактично, знищується.

ЕМПІРИЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Спочатку застосуємо феноменологічну модель логістичного типу для визначення динаміки ВВП України за період із 2000 до 2007 року (в цей період економіка розвивалася відносно стабільно). Зокрема, розглянемо таке співвідношення:

$$\frac{dx}{dt} = k(x)x - n(t)x, \tag{31}$$

де функція $k(x)$ характеризує структуру та виробничі потужності економіки, $x(t)$ є часовою залежністю реального ВВП України, розрахованого у відношенні до ВВП за 2000 рік (ВВП у 2000 році прийнято за 1). Час t вимірюємо в роках, починаючи від 2000-го року (тобто для 2000-го року значення $t = 0$). Через $n(t)$ ми позначили функцію, що виражає ефективну ставку податкового навантаження на економіку, обчислену у відносних одиницях порівняно з поточним значенням ВВП. Значення функції $n(t)$ розраховуємо як відношення сукупних податкових надходжень Зведеного бюджету України до номінального значення ВВП. Для практичного використання моделі (31) і визначення її параметрів запишемо зазначене рівняння у вигляді

$$\frac{d(\ln(x))}{dt} = k(x) - n(t). \tag{32}$$

Для невідомої функції $k(x)$ використовуємо лінійну апроксимацію:

$$k(x) \approx a + bx. \tag{33}$$

Параметри a та b мають бути визначені на основі статистичних даних. Ми використаємо такий алґоритм розрахунків:

- на основі статистичних даних методом інтерполяції сплайнами відновлюємо залежність $x(t)$;
- так само, на основі розрахованих значень для податкового навантаження в дискретні моменти часу (на кінець року) інтерполяцією сплайнами відновлюємо залежність $n(t)$;
- для функції $y(x) = \ln(x)$ розраховуємо (на основі статистичних значень для параметра x) значення у вузлових точках, на їхній основі виконуємо сплайн-інтерполяцію та розраховуємо похідну за часом;
- У результаті описаних вище дій отримуємо (у вигляді сплайн-інтерполяції) вираз для функції $F(t) = \frac{d(\ln(x(t)))}{dt} + n(t)$;
- значення параметрів a та b розраховуємо мінімізацією інтеґрала $\int_0^7 \Big(F(t) - a - bx(t)\Big)^2 dt$, який, очевидно, є квадратичною формою щодо параметрів оптимізації.

У табл. 1 наведено статистичні дані для ВВП та рівня податкового навантаження в Україні за період із 2000-го року до 2007-го ріку включно [16].

Рік	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**
ВВП	1.0	1.092	1.149	1.259	1.411	1.450	1.555	1.678
Податки	0.184	0.180	0.201	0.203	0.183	0.222	0.231	0.224

Таблиця 1. Статистичні дані для ВВП та рівня податків в Україні за 2000-2007 роки.

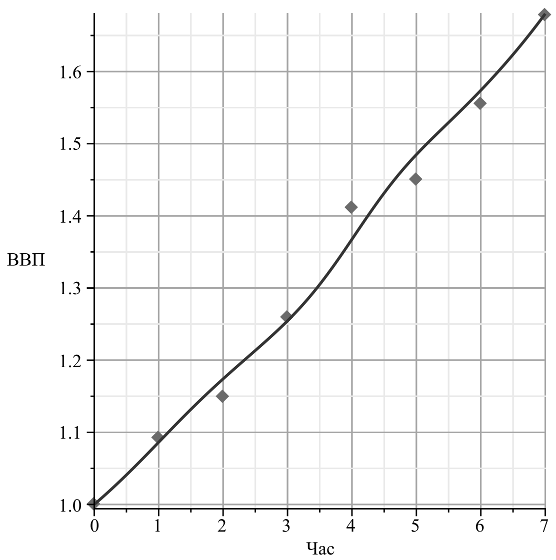

Рис. 2. Статистичні дані щодо рівня ВВП України за період з 2000-го до 2007 року (точки) та розрахована на їхній основі модельна крива, що описує динаміку ВВП України з часом (суцільна лінія). Рівень ВВП вимірюється стосовно до ВВП за 2000 рік (значення 1), час вимірюється в роках починаючи від 2000-го року.

На основі цих статистичних даних, виконавши всі описані вище технічні процедури, отримуємо такі значення для параметрів a та b, що входять у вираз для лінійної апроксимації функції $k(x)$:

$$a \approx 0.209, \tag{34}$$

$$b \approx 0.052. \tag{35}$$

Якщо тепер скористатися явним виглядом (33) для функції $k(x)$ з урахуванням співвідношень (34) та (35), то з рівняння (31), розв'язуючи його у явному вигляді, можемо отримати "модельну" залежність $x(t)$. На рис. 2 наведена така залежність (розрахована числовим інтеґруванням рівняння (31)) та "базові" статистичні точки для значень рівня ВВП за відповідні роки.

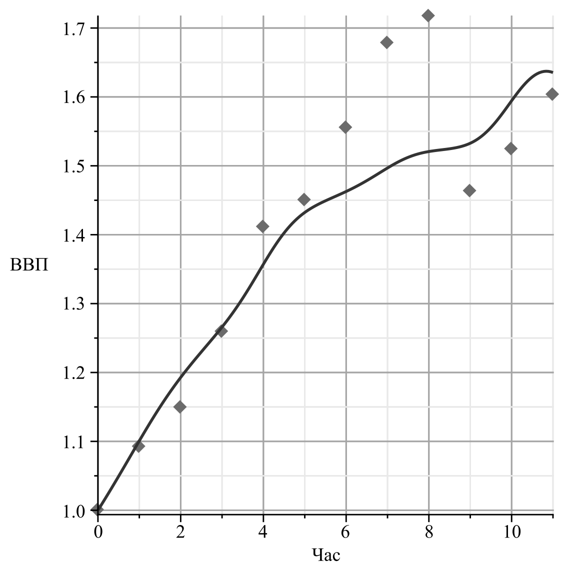

Рис. 3. Статистичні дані щодо рівня ВВП України за період від 2000-го до 2011 року (точки) та розрахована на їхній основі модельна крива, що описує динаміку ВВП України з часом (суцільна лінія). Рівень ВВП вимірюється стосовно до ВВП за 2000 рік (значення 1), час вимірюється в роках починаючи від 2000-го року.

Як бачимо, збіг є досить непоганим. Водночас, не останню роль тут зіграла та обставина, що за досліджуваний період економіка перебувала у відносно незмінних "зовнішніх умовах". Причому до останніх слід віднести не тільки кон'юнктуру міжнародних ринків, але й економічну політику всередині країни.

Якщо розширити часовий діапазон на період із 2000-го до 2011 року і виконати ті самі розрахунки (але вже на основі іншого масиву статистичних даних), "модельна" крива для часової залежності ВВП починаючи від 2008-го року не відповідатиме реальним статистичним спостереженням (див. рис. 3).

Проблема, очевидно, в тому, що у 2008–2009 роках була світова економічна криза, що в термінах досліджуваної моделі може означати "стрибкову" зміну значень параметрів моделі. Крім того, вище ми виходили з припущення, що на рівень ВВП впливає тільки рівень податків. Так можна вважати лише за умови, якщо інші макроекономічні показники залишаються відносно сталими. З іншого боку, за період кризи Україна суттєво збільшила свій зовнішній борг, що теж мало би позначитися на динаміці ВВП. Тому для отримання більш реальної і наближеної до життя моделі ми зробимо такі важливі модифікації:

- урахуємо вплив на динаміку ВВП рівня зовнішнього боргу;
- урахуємо непрямі впливи на динаміку ВВП рівня податкового навантаження (через механізм перерозподілу ресурсів);
- параметри моделі будемо окремо розраховувати для періоду 2000–2008 років та 2009–2011 років.

Для аналізу та прогнозування рівня ВВП з урахуванням наявного рівня податкового тиску та державного боргу використовуємо таке диференціальне рівняння, яке й становить основу нашої моделі:

$$\frac{dx(t)}{dt} = k(x, n, r)x(t). \qquad (36)$$

Тут через $x(t)$ позначено рівень ВВП як функцію часу t, $\frac{dx(t)}{dt}$ позначає похідну за часом від $x(t)$, $n(t)$ є рівнем податкового тиску (який може змінюватись із часом), а через $r(t)$ позначено рівень державного боргу (який теж змінюється з часом). Як податковий тиск $n(t)$, так і державний борг $r(t)$ визначаємо щодо рівня ВВП. Ці параметри входять у рівняння через коефіцієнт $k(x, n, r)$. Він описує темпи відносного зростання ВВП і, як припускається, залежить від поточного рівня ВВП (параметр x), податкового навантаження (показник n) та державного боргу (параметр r). Запропонована модель є узагальненням моделі зі сталими відносними темпами зростання ВВП або розширеним варіантом моделі логістичного типу. Головна проблема (з погляду практичного застосування моделі) полягає в тому, що функція $k(x, n, r)$ невідома. Ми будемо розглядати її у вигляді

$$k(x, n, r) = A + Bx + Cn + Dr. \qquad (37)$$

Параметри A, B, C і D є феноменологічними й підлягають визначенню на основі статистичних даних. Представлення (37) для коефіцієнта $k(x, n, r)$ можна розглядати як розклад у степеневий ряд за арґументами до лінійних доданків включно. Що стосується функцій $n(t)$ (рівень податкового навантаження у відносних одиницях до рівня ВВП) і $r(t)$ (рівень державного боргу у відносних одиницях до рівня ВВП), то ці функціональні залежності відновлюються на основі статистичних даних методом інтерполяції, як це було описано вище. Тому залежності $n(t)$ та $r(t)$ можна вважати відомими й розглядати співвідношення (36) як диференціальне рівняння з невідомою функцією $x(t)$. Задача полягає в тому, щоб визначити за допомогою інформації про рівень ВВП, податкового тиску та державного боргу за 2000–2011 роки параметри A, B, C і D. Ці параметри характеризують економіку в цілому. Якщо вони відомі, а також задано очікуваний рівень податкового тиску та державного боргу, рівняння (36) може використовуватися для прогнозування рівня ВВП в майбутньому. Водночас необхідно зробити одне принципове зауваження, яке стосується сфери застосовності моделі (36), (37) та методики розрахунку феноменологічних параметрів моделі. Річ у тому, що представлення (37) неявно передбачає, що інші важливі (з погляду впливу на динаміку ВВП) параметри залишаються незмінними або, принаймні, їхні часові коливання взаємно компенсуються. До таких параметрів, наприклад, можна віднести (окрім врахованих у моделі державного боргу та рівня податкового навантаження) стан експортно-імпортних відносин, світові ціни на певні категорії товарів чи послуг, рівень та характер видатків бюджету тощо. Тому сфера застосовності цієї моделі обмежуються часовими інтервалами з відносно стабільною соціально-економічною ситуацією. Якщо говорити про часовий інтервал від 2000-го до 2011-го років, то в цьому випадку стосовно стабільності виникають певні цілком об'єктивні сумніви. Світова криза 2008 року якісно вплинула на стан економіки України. З погляду моделі це означає, що від 2008-го року параметри моделі, які входять у вираз (37), могли змінитися. Тому для поліпшення якості прогнозу ми надалі виходимо з того, що розклад (37) має місце, однак параметри, що входять до виразу (37), для економіки України різні за період від 2000-го до 2008-го року та за період від 2009-го до 2011-го року. Для розрахунку параметрів моделі використовуємо статистичні дані щодо рівня ВВП, податкового тиску та державного боргу за 2000-2011 роки. Дані наведено в табл. 2. Там для реального ВВП вказаний приріст (у відсотках) до попереднього року. Рівень податкового тиску подано у відсотках до рівня ВВП за той самий період. Дані щодо рівня податкового тиску розраховано як відношення суми податкових надходжень до Зведеного бюджету та суми ВВП за відповідний рік. Державний борг указано у відсотках до ВВП. Вихідні статистичні дані взяті з сайтів Державного комітету статистики, Міністерства фінансів та Національного банку України (див., наприклад, [58–60]).

Рік	**Зміна ВВП (у % до попереднього року)**	**Податки (у % до ВВП)**	**Державний борг (у % до ВВП)**
2000	5.9	18.41	37.8
2001	9.2	17.98	31.0
2002	5.2	20.10	28.6
2003	9.6	20.32	24.7
2004	12.1	18.30	19.6
2005	2.7	22.21	14.3
2006	7.3	23.11	12.1
2007	7.9	22.37	9.9
2008	2.3	23.96	13.8
2009	-14.8	22.78	24.9
2010	4.2	18.95	29.6
2011	5.2	25.42	27.2

Дані щодо рівня реального ВВП (зміна у % до попереднього року), податків (у % до ВВП) та державного боргу (у % до ВВП).

Для практичного використання вихідне рівняння (36) моделі (з урахуванням співвідношення (37)) зведено до вигляду

$$\frac{d\ln(x(t))}{dt} = A + Bx(t) + Cn(t) + Dr(t). \qquad (38)$$

Подальший алгоритм розрахунків параметрів моделі передбачає реалізацію таких етапів.

- На основі даних табл. 2 розраховуємо значення ВВП за різні роки. При цьому параметр x (рівень ВВП) визнаємо у відносних одиницях до рівня ВВП за 2000 рік (тобто рівень ВВП 2000-го року прийнято рівним за одиницю).
- На основі даних для параметрів x, n, r і $y = \ln(x)$ методом інтерполяції сплайнами відновлюємо відповідні функціональні залежності $x(t)$, $n(t)$, $r(t)$ і $y(t)$.
- За відомими залежностями $x(t)$, $n(t)$, $r(t)$ і $y(t)$ методом найменших квадратів на основі співвідношення (38) розраховуємо параметри моделі A, B, C і D (для періодів 2000-2008 років та 2009-2011 років коефіцієнти розраховуємо окремо).
- Після того як параметри A, B, C і D розраховані, розв'язуємо в числовому вигляді рівняння (36). Цей розв'язок, фактично, і є головним результатом моделі.

Після виконання всіх означених процедур ми отримали такий вираз для функції $k(x, n, r)$ для періоду від 2000-го до 2008-го року:

$$k(x, n, r) = 0.365 - 0.140x - 0.237n - 0.273r, \qquad (39)$$

тобто коефіцієнти моделі мають значення $A = 0.365$, $B = -0.140$, $C = -0.237$ та $D = -0.273$. Для періоду від 2009-го до 2011-го року відповідний вираз матиме вигляд

$$k(x, n, r) = -0.164 + 0.275x - 0.977n - 0.0r, \qquad (40)$$

тобто феноменологічні параметри моделі для цього часового інтервалу приймають значення $A = -0.164$, $B = 0.275$, $C = -0.977$ та $D = 0.0$.

Значення, отримані для феноменологічних параметрів моделі, потребують певного аналізу. А саме, параметри C та D визначають "реакцію" відносних темпів зміни ВВП при зміні відповідно податкового навантаження та державного боргу. Для моделі періоду 2000–2008 років обидва ці параметри від'ємні, що означає зменшення темпів приросту ВВП зі збільшенням як податкового навантаження, так і державного боргу. Причому ці коефіцієнти одного порядку (за абсолютною величиною), що дає підстави стверджувати, що ефект від зміни податкового навантаження та державного боргу (якщо їх розраховувати у відносних одиницях до рівня ВВП) приблизно одного порядку. Для моделі 2009-2011 років параметр D фактично дорівнює нулеві, проте параметр C за абсолютною величиною збільшився більше ніж у 4 рази. Отже, якщо негативна "дія" державного боргу (за відповідний період) нейтралізована, то економіка стала вкрай чутливою до рівня податкового навантаження.

Що стосується розв'язку диференціального рівняння, то оскільки він отриманий у числовому вигляді, причому для часових інтервалів 2000–2008 років та 2009–2011 років розв'язки різні, то результат краще проілюструвати за допомогою графіка. На рис. 4 показано статистичні дані для рівня ВВП за різні роки (у відносних одиницях до ВВП за 2000 рік) та теоретична крива, що побудована на основі розв'язку рівняння (36). Теоретична крива досить непогано описує статистичні дані. Маємо підстави очікувати, що прогноз, виконаний на основі запропонованої вище моделі, матиме високий ступінь достовірності. При цьому слід узяти до уваги такий принциповий момент, що пов'язаний з методологією підходу, який ми використали. Він базується, серед іншого, на побудові інтерполяційної залежності для рівня ВВП за роки від 2000 до 2011. Слід розуміти, що ця інтерполяційна залежність не може бути використана для прогнозування рівня ВВП в майбутньому. Саме для можливості виконання такого прогнозу й розв'язується диференціальне рівняння (36).

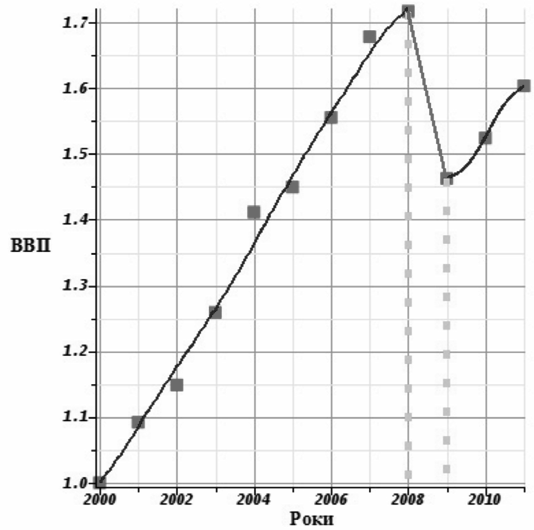

Рис. 4. Динаміка ВВП за 2000-2011 роки. Значення ВВП подано відносно ВВП за 2000 рік. Статистичні дані представлені у вигляді квадратів. Суцільна крива відповідає теоретичним розрахункам на основі рівняння (36) з урахуванням: а) співвідношення (39) для років з 2000 до 2008 та б) співвідношення (40) для років з 2009 до 2011. Штриховані вертикальні лінії, що виділяють діапазон з 2008 до 2009 року, визначають період, за який параметри моделі розвитку економіки змінюються якісно. Точки для рівня ВВП за 2008 та 2009 роки з'єднані прямою лінією.

Зокрема, для прогнозування приросту ВВП у 2012 році необхідно вказати рівень податкового тиску та державного боргу. Державний борг зріс до 28.3% від рівня ВВП [58–60]. Рівень податків у 2012 році становив 24.1% від рівня ВВП (розраховується на основі даних, представлених у [58–60]). При таких показниках можна очікувати, згідно з розрахунками на основі моделі, приріст ВВП на рівні 4.1%. Таке значення є досить близьким до того, яке було закладено в Бюджет України на 2012 рік (а саме, 3.9%). Аґенство Fitch Ratings у жовтні 2011 року прогнозувало в 2012 році приріст ВВП України на рівні 4.0% [61]. Водночас за даними Держкомстату, реальне зростання ВВП у 2012 році становило 0.2% [58–60]. Такий результат можна інтерпретувати й пояснювати по-різному: зокрема, можна припустити, що офіційна статистика не повною мірою відображає "силу" податкового навантаження — зокрема, не враховує його корупційного складника. Рівень приросту ВВП в 0.2% мав би бути при податковому навантаженні в 30.1% від рівня ВВП. "Корупційна" різниця в 6% податку в номінальному вираженні є величиною близько 85 мільярдів гривень. Для порівняння — сукупні видатки Зведеного державного бюджету у 2012 році на оборону становлять близько 15 мільярдів гривень, а на освіту (всю) — трохи менше 102 мільярдів гривень [59, 60].

ВИСНОВКИ

Якщо говорити про математичний апарат сучасної економіки та порівнювати його з тими підходами, що використовуються в еконофізиці, різниця не завжди буває очевидною (чи, краще сказати, її не завжди легко сформулювати). Є два моменти, на які, з нашого погляду, слід звернути увагу. Перший стосується "першопричин", або базових положень, на яких будується модель. Тому один із шляхів, яким рухається еконофізика, — це застосування фізичних законів (чи таких положень, які виводяться за принципом аналогії із фізичними законами) до економічних систем. Такий підхід є продуктивним. Він дозволяє отримувати цікаві і, головне, змістовні результати. Разом з тим, його головна вада пов'язана з питанням "фундаментальності" підходів. Зокрема, далеко не всі фахівці (передусім професійні економісти) сприймають метод проведення аналогії з фізичними явищами та процесами. Безумовно, не завжди така арґументація проти методів еконофізики є об'єктивною та обґрунтованою. Водночас питання щодо формулювання та верифікації базових постулатів та принципів у цьому випадку залишається відкритим.

Другий момент, який вирізняє еконофізику на фоні загальних економічних методів дослідження, не такий очевидний, як перший, але, заразом, не менш важливий. Стосується він типології моделей, які використовують при моделюванні. "Класичні" економічні підходи та методи передбачають певні стандартні способи та алґоритми тестування моделей і базуються, як правило, на певному відносно сталому наборі апроксимуючих залежностей. Самі моделі орієнтовані на отримання кількісного результату. З погляду фізичної методології, такий спосіб моделювання можна було б назвати досить поверховим. Моделі еконофізики, як правило, вирізняються суттєвими нелінійними зв'язками й орієнтовані, як зазначалося на початку, на отримання не стільки кількісного, скільки якісного результату. І хоча досить часто такі еконофізичні моделі в економістів не отримують схвалення внаслідок "кількісної ненадійності", нам видається, що такий підхід є більш ґрунтовним порівняно з побудовою реґресійних моделей, оскільки дозволяє аналізувати характер функціональних зв'язків в економічній системі. Цей спосіб моделювання логічно було б назвати "функціональним моделюванням", і у нього, можна очікувати, непогане майбутнє.

[1] A. Chakraborti, I. M. Toke, M. Patricia, F. Abergel, Quant. Finance **11**, 991 (2011); Quant. Finance **11**, 1013 (2011); arXiv:0909.1974v2 (2010).
[2] V. M. Yakovenko, Sci. Cult. **76**, 431 (2010).
[3] V. M. Yakovenko, J. Barkley, Rev. Mod. Phys. **81**, 1703 (2009).
[4] G. Bucsa, F. Jovanovic, C. Schinckus, Physica A **390**, 3435 (2011).
[5] P. K. Mohanty, Phys. Rev. E **74**, 011117 (2006).
[6] J. C. Nacher, T. Ochiai, Phys. Rev. E **85**, 056118 (2012).
[7] B. Podobnik, Z. Q. Jiang, W. X. Zhou, H. E. Stanley, Phys. Rev. E **84**, 066118 (2011).
[8] A. Ghosh, D. Martino, A. Chatterjee, M. Marsili, B. K. Chakrabarti, Phys. Rev. E **85**, 021116 (2012).
[9] T. Preis, Eur. Phys. J. Spec. Top. **194**, 87 (2011).
[10] A. C. Silva, V. M. Yakovenko, Physica A **382**, 278 (2007).
[11] Г. Хакен, *Синергетика* (Москва, Мир, 1980).
[12] В. Владимиров *и др.*, *Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика* (Москва, Наука, 2000).
[13] С. Капица, С. Курдюмов, Г. Малинецкий, *Синергетика и прогнозы будущего* (Москва, Едиториал УРСС, 2003).
[14] О. І. Олємской, О. В. Ющенко, С. В. Кохан, Журн. фіз. досл. **8**, 268 (2004).
[15] A. Aleksiejuk, J. A. Holyst, G. Kossinets, Int. J. Mod. Phys. C **13**, 333 (2002).
[16] О. М. Васильєв, Банк. справа **1**, 59 (2012).
[17] G. Seibold, M. Pickhardt, Physica A **392**, 2079 (2013).
[18] K. H. Ho, W. C. Man, F. K. Chow, H. F. Chau, Phys. Rev. E **71**, 066120 (2005).
[19] K. H. Ho, F. K. Chow, H. F. Chau, Phys. Rev. E **70**, 066110 (2004).
[20] Л. Блажиєвський, В. Янішевський, Журн. фіз. досл. **13**, 2601 (2009).
[21] F. C. Billari, T. Fent, A. Prskawetz, J. Scheffran, *Agent-based computational modelling* (Physica-Verlag, Heidelberg, 2006).
[22] T. Ichinomiya, Phys. Rev. E **86**, 066115 (2012).
[23] S. Kumar, N. Deo, Phys. Rev. E **86**, 026101 (2012).
[24] M. B. Hu, W. X. Wang, R. Jiang, Q. S. Wu, B. H. Wang, Y. H. Wu, Eur. Phys. J. B **53**, 273 (2006).
[25] W. Souma; Y. Fujiwara, H. Aoyama, Physica A **324** 396, (2003).
[26] A. D. Henry, P. Pralat, C. Q. Zhang, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **108**, 8605 (2011).
[27] F. X. Ren, H. W. Shen, X. Q. Cheng, Physica A **391**, 3533 (2012).
[28] Ю. Головач, О. Олємской, К. фон Фербер, Т. Головач, О. Мриглод, І. Олємской, В. Пальчиков, Журн. фіз. досл. **10**, 247 (2006).
[29] Ю. Головач, В. Пальчиков, Журн. фіз. досл. **11**, 22 (2007).
[30] M. Ausloos, Physica A **391**, 3190 (2012).
[31] G. Gündüz, Physica A **391**, 4637 (2012).
[32] C. Castellano, S. Fortunato, V. Loreto, Rev. Mod. Phys. **81**, 591 (2009).
[33] M. Kress, Science **336**, 865 (2012).
[34] E. Bittner, A. Nussbaumer, W. Janke, M. Weigel, Eur. Phys. J. B **67**, 459 (2009).
[35] W. Weidlich, *Sociodynamics: A Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences* (Dover, London, 2006).
[36] D. Abrams, H. Yaple, Phys. Rev. Lett. **107**, 088701 (2011).
[37] Z. Zhao, J. Bohorquez, A. Dixon, N. Johnson, Phys. Rev. Lett. **103**, 148701 (2009).
[38] P. Holme, M. Newman, Phys. Rev. E **74**, 056108 (2006).
[39] I. Benczik, S. Benczik, B. Schmittmann, R. Zia, Europhys. Lett. **82**, 48006 (2008).
[40] C. Schinckus, Physica A, **388**, 4414 (2009).
[41] G. Bucsa, F. Jovanovic, C. Schinckus, Physica A **390**, 3435 (2011).
[42] B. Düring, D. Matthes, G. Toscani, Phys. Rev. E **78**, 056103 (2008).
[43] R. Bose, K. Hamacher, Phys. Rev. E **86**, 056112 (2012).
[44] L. Gazola, C. Fernandes, A. Pizzinga, R. Riera, Eur. Phys. J. B **61**, 355 (2008)
[45] B. Chakrabarti, A. Chakraborti, A. Chatterjee, *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives* (Wiley-VCH, Berlin, 2006).
[46] P. Richmond, J. Mimkes, S. Hutzler, *Econophysics and Physical Economics* (Oxford, Oxford University Press, 2013).
[47] А. Аузан *и др.*, *Институциональная экономика: Новая институциональная экономическая теория* (Москва, ИНФРА-М, 2011).
[48] К. Р. Макконел, С. Л. Брю, *Экономикс: принципы, проблемы, политика*, в 2-х томах (Москва, Республика, 1992).
[49] П. Самуэльсон, *Экономика*, в 2-х томах (Москва, БИНОМ, 1997).
[50] В. И. Арнольд, *"Жесткие" и "мягкие" математические модели* (Москва, МЦНМОб 2008).
[51] В. И. Арнольд, *Теория катастроф* (Москва, Наука, 1990).
[52] А. М. Соколовська, Фінанси України **9**, 70 (2006).
[53] Я. Дропа, І. Чабан, Формув. ринк. екон. в Україні **19**, 213 (2009).
[54] І. В. Горобінська, Актуал. пробл. екон. **10**, 26 (2004).
[55] В. А. Владимиров, Ю. Л. Воробьев, С. С. Салов и др., *Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика* (Москва, Наука, 2000).
[56] О. М. Васильєв, Екон. України **9**, 34 (2010).
[57] А. Н. Васильев, Экон. матем. методы, **37**, 123 (2001).
[58] Сайт Державного Комітету Статистики України `http://ukrstat.gov.ua/`.
[59] Сайт Міністерства Фінансів України `http://www.minfin.gov.ua/`.
[60] Сайт Національного Банку України `http://www.bank.gov.ua/`.
[61] Сторінка УНІАН `http://www.unian.ua/news/531729-ebrr-pogirshiv-prognoz-zrostannya-vvp-ukrajini-u-2012-rotsi.html`

THE MODELING OF MACROECONOMIC DYNAMICS BY THE METHODS OF ECONOPHYSICS

A. N. Vasilev[1], A. V. Chalyi[1,2]
[1] *Taras Shevchenko National University of Kyiv, Faculty of Physics, 60, Volodymyrska St., Kyiv, UA–01601, Ukraine*
[2] *O. O. Bogomolets National Medical University, 13, Shevchenko Blvd, Kyiv, UA–01601, Ukraine*
e-mail: {vasilev, avchal}@univ.kiev.ua

The methods of *econophysics* are used for the modeling of processes which are associated with the development of macroeconomic system. The influence of diverse modes of taxation (different types of fiscal policy) is investigated. The dependence of total the overall taxation income on the effective taxation rate (*Laffer curve*) is calculated. The models are considered for the prediction of gross domestic product (GDP) dynamics. The model is proposed (and its parameters are calculated basing on statistical data) that allows making short-term predictions for Ukraine's GDP dynamics.