

**ПЕРСОНАЛІЇ, ХРОНІКА, БІБЛІОГРАФІЯ**  
**PERSONALIA, MEETINGS, BIBLIOGRAPHY**

“РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2017”  
(Львів, 11–12 січня 2017 року)

“CHRISTMASS DISCUSSIONS 2017”  
(Lviv, January 11–12, 2017)

11–12 січня 2017 року на кафедрі теоретичної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка відбувалися 21-і Різдвяні наукові дискусії. Традиційно предметом обговорення були проблеми фізики твердого тіла, квантової механіки, фазових переходів, статистичної фізики, астрофізики, космології. Усі доповіді викликали зацікавлення аудиторії і спричинили активні дискусії. Нижче подаємо анотації виголошених доповідей.

**КВАНТОВІ ФАЗОВІ ПЕРЕХОДИ І ПАРАДИГМА ЛАНДАУ–ГІНЗБУРГА**

*Олег Деряско*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Розглянуто  $J-J'$  квантовий антиферромагнетик Гайзенберга на квадратній ґратці. У моделі є квантовий фазовий перехід, коли  $J'/J$  приблизно дорівнює 2.5. Показано, як збудувати теорію Ландау–Гінзбурга для цього переходу. Обговорено кілька узагальнень такого підходу.

**SELF-SIMILAR IDEMPOTENT MEASURES REVISITED**

*Mykhailo Zarichnyi<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Department for Geometry and Topology, Ivan Franko National University of Lviv,

<sup>2</sup>Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Rzeszów,

The idempotent mathematics is a part of mathematics in which arithmetic operations on the reals are replaced by idempotent operations (e.g., max, min; see [2]). According to an informal correspondence principle, every substantial notion of the (ordinary) mathematics has its counterpart in the idempotent mathematics. In this way we obtain the notion of idempotent measure, which is an idempotent analogue of that of probability measure.

The notion of invariant (self-similar) measure for an iterated function system (IFS) of contractions on a complete metric space is introduced in [1]. The existence of invariant measures is proved by using Banach's contraction principle for suitable metrization of the set of probability measures on a metric space. The invariant measures impose an additional structure on the invariant set for the given IFS.

The aim of this talk is to introduce the invariant idempotent measures for given IFS. In the case of idempotent measure, we use the weak\* convergence for proving the existence of invariant element. This approach seems to be fairly general and we anticipate new results in this direction, e.g., for the max-min measures.

Note that Taras Banach constructed a metrization of the spaces of idempotent measures which allows for applying Banach's contraction principle in the proof of existence of invariant idempotent measures.

Note also that the invariant idempotent measures on the ultrametric spaces were considered in [3].

- [1] J. E. Hutchinson, Fractals and self similarity, Indiana University Mathematics Journal **30**, 713–747 (1981).
- [2] V. P. Maslov, S.N. Samborskii, Idempotent Analysis, Adv. Soviet Math. **13** (Amer. Math. Soc., Providence, 1992).
- [3] N. Mazurenko, M. Zarichnyi, Idempotent ultrametric fractals, Visnyk of the Lviv Univ. Series Mech. Math. **79**, 111–118 (2014).

## МІСТА І ЗАКОНИ

Ю. Головач<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів,

<sup>2</sup>  $L^4$  Collaboration & Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems,  
Leipzig-Lorraine-Lviv-Coventry

У цій доповіді не йтиметься про юриспруденцію і право, а про універсальні закони, яким підлягають питомі властивості міста як цілого, його організації, розвитку, кореляцій між різними процесами, що визначають міське життя. Аналіз і розуміння цих законів є одним із завдань науки про складні системи Ц нової дисципліни, що перебуває на перетині фізики, біології, економіки, соціології і гуманітарних наук.

Серед інших прикладів я планую розглянути дію законів алометричного скейлігу в зростанні міст і живих організмів, фрактальні властивості міст і їх транспортних структур, закони гравітації і випромінювання у спілкуванні та мобільності населення. Ці й подібні закони спільні для міст, що різняться за географічним розташуванням, рівнем економічного розвитку, історичною та культурною традиціями. На відміну від законів, які встановила людина, ці закони не можна обійти, а їх незнання не позбавляє неминучості їх виконання :)

[1] Yu. Holovatch, R. Kenna, S. Thurner. Complex systems: physics beyond physics. Preprint arXiv:1610.01002 (2016).

## КОСМОЛОГІЧНА СТАЛА, ТЕМНА ЕНЕРГІЯ І ВЕЛИКІ ПОРОЖНИНИ — “БАГАТО ГАЛАСУ З НІЧОГО”?

Б. Новосядлий

Астрономічна обсерваторія та кафедра астрофізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Сто років тому А. Айнштайн дописав у рівняння загальної теорії відносності доданок із космологічною сталою з метою отримати статичну модель світу. Через шістьдесят років іншим фізикам вона допомогла розвинути інфляційну модель раннього Всесвіту, а через дев'яносто — успішно описати прискорене розширення пізнього Всесвіту, встановлене за допомогою космологічного тесту видима зоряна величина – червоне зміщення для наднових типу Ia. Однак задовільної фізичної інтерпретації вона не має й досі. Це породило альтернативні гіпотези фізичних сутностей під загальною назвою “темна енергія”, які за своїм впливом на динаміку розширення Всесвіту як цілого імітують космологічну сталу в рівняннях Айнштайна. Спостережувані дані, кількість і точність яких стрімко зросла в останнє десятиліття, дещо зменшили кількість претендентів, однак установлення фізичної природи цього складника усе ще далека перспектива. У доповіді подано результати аналізу використання властивостей великих порожнин у просторовому розподілі галактик для розрізнення типу темної енергії — чи вона є квінтесенційною, фантомною, чи космологічною сталою.

## ГЕОМЕТРІЯ МНОГОВИДІВ, ЗГЕНЕРОВАНИХ ОПЕРАТОРАМИ ГРУПИ ЛІ

А. Кузьмак

Кафедра теоретичної фізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Досліджено залежність метрики многовиду, що генерується унітарним перетворенням

$$U = e^{-i(\theta A + \phi B)}, \quad (0.1)$$

від комутатора між операторами  $A$  і  $B$ . Тут  $\theta$  і  $\phi$  — довільні дійсні параметри. Показано, що у випадку, коли ці оператори комутують між собою, многовид буде плоским [1]. Вивчено геометрію многовиду, що генерується операторами  $A$  і  $B$ , які задовольняють тотожність Вейля. Отримано метрику, що генерується операторами, які задають алгебру Лі. Як приклад, отримано метрику для многовиду, що генерується операторами моменту кількості руху [2].

[1] A. R. Kuzmak, arXiv:1605.01590 [quant-ph].

[2] A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, Phys. Lett. A **379**, 1233 (2015).

## GALAXY DISTRIBUTION STRUCTURE ANALYSIS BY THE COMPLEX NETWORK APPROACH

*S. Apunevych*<sup>1</sup>, *R. de Regt*<sup>2,3</sup>, *C. von Ferber*<sup>2,3</sup>, *Yu. Holovatch*<sup>4,3</sup>, *B. Novosyadlyj*<sup>1</sup>  
Astronomical Observatory, Ivan Franko National University of Lviv,  
<sup>1</sup>8, Kyrylo i Mefodiy Str., Lviv, 79005, Ukraine,  
<sup>2</sup>Applied Mathematics Research Centre, Coventry University, Coventry  
<sup>3</sup> *L*<sup>4</sup> Collaboration & Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems,  
<sup>4</sup>Institute for Condensed Matter Physics, National Acad. Sci. of Ukraine

A number of observational facilities and sky surveys have provided us with a bulk of new data on the observed distribution of galaxies. It is often referred as the large-scale structure of the Universe, also this web-like structure is called the Cosmic Web [1]. What makes up this structure and how to describe it is still an open question. The methods based on 2-point correlational functions have been proven to be effective in detecting the structure, however, they are unable to discriminate different topologies of such a distribution.

To address the problem of the large-scale structure topology we apply new methods for treating these data. Following the pioneering paper [2] we model the COSMOS galaxy field as a complex network and obtain various network characteristics. They allow us to describe not only the order of distribution but also its topology and determine “shapes” within it, like walls, filaments, etc.

- [1] J. R. Bond, L. Kofman, D. Pogosyan, *Nature* **380**, 603 (1996).  
[2] S. Hong & A. Dey, *MNRAS* **450**, 1999 (2015).

## ЕФЕКТИВНА МАСА ДОМІШКОВОГО АТОМА В РОЗРІДЖЕНОМУ БОЗЕ-ГАЗІ

*I. O. Vakarchuk, G. Panochko*  
Кафедра теоретичної фізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Розглянуто рух домішки з імпульсом  $\hbar\mathbf{q}$  в середовищі взаємодіючих бозонів. Взаємодію між бозонами та домішковим атомом ми описуємо модельним потенціалом, Фур'є-образ якого визначається довжиною  $s$ -розсіяння домішкового атома на бозе-частинці. У межах теорії Бріллюена–Вігнера знайдено власну енергію та ефективну масу домішкового атома залежно від типу взаємодії (притягальна чи відштовхувальна) та газового параметра.

## ПРИНЦИП ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ В НЕКОМУТАТИВНОМУ ФАЗОВОМУ ПРОСТОРИ

*X. P. Gnatenko*  
Кафедра теоретичної фізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Розглянуто двовимірний некомутативний фазовий простір, який характеризується такими співвідношеннями для координат та імпульсів:

$$\begin{aligned}[X, Y] &= i\hbar\theta, \\ [X_i, P_j] &= i\hbar\delta_{ij}, \\ [P_x, P_y] &= i\hbar\eta,\end{aligned}$$

де  $\theta, \eta$  — параметри некомутативності. Ми досліджуємо рух макроскопічного тіла у гравітаційному полі в такому просторі. Установлено, що слабкий принцип еквівалентності порушується в некомутативному фазовому просторі. Ми запропонували умови на параметри некомутативності, які дозволяють відновити принцип еквівалентності. А саме, показано, що коли параметри некомутативності, які відповідають тілу масою  $m$ , задовольняють співвідношення

$$\begin{aligned}\theta m &= \gamma = \text{const}, \\ \eta/m &= \eta = \text{const},\end{aligned}$$

траєкторія тіла у гравітаційному полі в некомутативному фазовому просторі не залежить від його маси. Отже, відновлюється принцип еквівалентності в некомутативному фазовому просторі.

Важливо зауважити, що запропоновані умови на параметри некомутативності поряд зі збереженням принципу еквівалентності дають змогу отримати ряд важливих результатів у некомутативному фазовому просторі, серед них: збереження властивості адитивності кінетичної енергії, незалежність кінетичної енергії системи частинок від її композиції.

## THE MONTE CARLO STUDY OF ANISOTROPIC SCALING GENERATED BY A DISORDER

*M. Dudka*

Institute for Condensed Matter Physics of NAS of Ukraine, Lviv

The talk concerns the critical properties of the three-dimensional Ising model with linear parallel defects. Such a form of disorder produces two distinct correlation lengths:  $\xi_{\parallel}$ , in the direction along defects, and  $\xi_{\perp}$ , in the direction perpendicular to the lines. Both  $\xi_{\parallel}$  and  $\xi_{\perp}$  diverge algebraically in the vicinity of the critical point, but with different critical exponents  $\nu_{\parallel}$  and  $\nu_{\perp}$ . This property is specific for anisotropic scaling and the ratio  $\nu_{\parallel}/\nu_{\perp}$  defines the anisotropy exponent  $\theta$ . The estimates of quantitative characteristics of the critical behaviour for such systems were only obtained up to now within the renormalization group approach. Here I report a study of the anisotropic scaling in this system via Monte Carlo simulation of the three-dimensional system with Ising spins and non-magnetic impurities arranged into randomly distributed parallel lines. Several independent estimates for the anisotropy exponent  $\theta$  of the system are obtained, as well as an estimate of the susceptibility exponent  $\gamma$ . The obtained results corroborate the renormalization group predictions obtained earlier.

## ВПЛИВ КОРЕЛЬОВАНОГО ПЕРЕНОСУ НА ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ В МОДЕЛІ ФАЛІКОВА–КІМБАЛА

*Д. Добушовський, А. Швайка*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Методом теорії динамічного середнього поля вивчено модель Фалікова–Кімбала з корельованим переносом на ґратці Бете. Зокрема, досліджено перебудову густини станів та транспортної функції в широкому діапазоні параметрів корельованого переносу. Виявлено області параметрів корельованого переносу, де спостерігається резонансний пік на транспортній функції та область локалізації колективізованих  $d$ -електронів на кластерах із локалізованими  $f$  електронами. Показано, що ці особливості спричиняють суттєве поліпшення температурних залежностей електро- та теплопровідності й термо е.р.с.

## AGGREGATION OF AMPHIPHILIC STAR-LIKE POLYMERS IN WATER

*O. Y. Kalyuzhnyi, J.M. Pinytskyi, C. von Ferber*

Institute for Condensed Matter Physics of NAS of Ukraine, Lviv,

Applied Mathematics Research Centre, Coventry University, Coventry,

Heinrich-Heine Universität Düsseldorf, Germany,

Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems, Leipzig-Lorraine-Lviv-Coventry,  
Leipzig, Germany

We study the influence of molecular architecture of the amphiphilic star polymers on the type of aggregates they form in water. Three types of stars, the miktoarm star and two different diblock stars, are considered and compared against the case of the unchained star represented by an equivalent set of linear diblock copolymers. The molecular weight and the fraction of the hydrophilic monomers are chosen the same in all cases. Both solute and a solvent are considered on a coarse-grained level by using the dissipative particle dynamics simulations. In this work we force the formation of a single aggregate by starting the simulation from a tightly packed bunch of  $N_a$ s molecules and allowing them to equilibrate into a stable aggregate. Upon changing the aggregation number  $N_a$ , three types of aggregates are observed: spherical micelle, rod-like micelle and spherical vesicle. The “phase boundaries” between them in respect with  $N_a$  prove dependent on the molecular architecture. A sharp transition between the rod-like micelle and a vesicle is found and examined by using the histogram technique.

## MARGINAL DIMENSIONS OF THE POTTS MODEL WITH INVISIBLE STATES

*M. Krasnytska*<sup>1,4</sup>, *P. Sarkanych*<sup>1,3,4</sup>, *B. Berche*<sup>2,4</sup>, *Yu. Holovatch*<sup>1,4</sup>, *R. Kenna*<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Institute for Condensed Matter Physics, NAS of Ukraine, Lviv,

<sup>2</sup>Institut Jean Lamour, CNRS/UMR 7198, Groupe de Physique Statistique, Université de Lorraine, Vandœuvre-les-Nancy Cedex, France,

<sup>3</sup>Applied Mathematics Research Centre, Coventry University, Coventry, United Kingdom,

<sup>4</sup>Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems, Leipzig-Lorraine-Lviv-Coventry (L<sup>4</sup>), Leipzig, Germany

We reconsider the mean-field Potts model with  $q$  interacting and  $r$  non-interacting (invisible) states. The model was recently introduced to explain discrepancies between theoretical predictions and experimental observations of phase transitions in some systems where the  $Z_q$ -symmetry is spontaneously broken. We analyse the marginal dimensions of the model, i.e., the value of  $r$  at which the order of the phase transition changes. In the  $q = 2$  case, we determine that value to be  $r_c = 3.65(5)$ ; there is a second-order phase transition there when  $r < r_c$  and a first-order one at  $r > r_c$ . We also analyse the region  $1 \leq q < 2$  and show that the change from second to first order there is manifest through a new mechanism involving two marginal values of  $r$ . The  $q = 1$  limit gives bond percolation. Above the lower value  $r_{c1}$ , the order parameters exhibit discontinuities at temperature  $\tilde{t}$  below a critical value  $t_c$ . The larger value  $r_{c2}$  marks the point at which the phase transition at  $t_c$  changes from second to first order. Thus, for  $r_{c1} < r < r_{c2}$ , the transition at  $t_c$  remains second order while at  $\tilde{t}$  the system undergoes a first order phase transition. As  $r$  increases further,  $\tilde{t}$  increases, bringing the discontinuity closer to  $t_c$ . Finally, when  $r$  exceeds  $r_{c2}$   $\tilde{t}$  coincides with  $t_c$  and the phase transition becomes first order. This new mechanism indicates how the discontinuity characteristic of first order phase transitions emerges.

## ЕВОЛЮЦІЯ УНІВЕРСАЛЬНОГО ПРОФІЛЮ ГУСТИНИ КОСМІЧНИХ ВОЙДІВ

*М. Ціж, Б. Новосядлий*

Астрономічна обсерваторія та кафедра астрофізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Останні роки характеризуються вибухоподібним збільшенням кількості публікацій, присвячених темі порожнин (космічних войдів) у великомасштабному розподілі матерії у Всесвіті. Досліджують результати як космологічних N-тильних симуляцій, так і спостережний у Всесвіті розподіл галактик, у яких за допомогою алгоритму водорозділу виділяються войди. Статистично вивчають їхні властивості — профіль густини матерії і швидкостей усередині войдів за галактиками-трейсерами, їхня форма, типи, особливості еволюції, схильність до колапсу, злиття чи поглинання одне одного. Важливою віхою, на нашу думку, є виділення певного універсального профілю густини для войдів із набором маштабувальних параметрів, який запропонувала група авторів [1] (N. Hamaus, P. M. Sutter, Benjamin D. Wandelt) у 2014 році на основі усереднення розподілу густини в десятках тисяч войдів. У нашій доповіді ми розповімо про стан досліджень цих великомасштабних структур Всесвіту, а також, використовуючи наші чисельні розв'язки рівнянь еволюції космологічних адіабатичних збурень густини та швидкості, які можна вважати зародками войдів в ранньому Всесвіті, покажемо, як параметри універсального профілю, згаданого вище, еволюціонують із часом.

[1] N. Hamaus, P. M. Sutter, B. D. Wandelt, Universal Density Profile for Cosmic Voids, Phys. Rev. Lett. **112**, 251302 (2014).

## ПОТЕНЦІАЛ $-\gamma/r^2$ У ПРОСТОРІ ЗІ СПІНОВОЮ НЕКОМУТАТИВНІСТЮ КООРДИНАТ

*В. М. Васюта*

Кафедра теоретичної фізики  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Обернено квадратичний потенціал досліджували в літературі з різних поглядів. Інтерес до нього викликаний, з одного боку, реалізацією такого потенціалу в різних системах, зокрема: ефект Єфімова, нейтральні атоми в полі зарядженої нитки, магнітний момент у полі тонкого соленоїда, речовина біля горизонту чорної діри, електрон у полі дипольної молекули тощо.

З іншого боку, обернено квадратичний потенціал допускає падіння частинки на притягальний центр. У квантовому випадку можна показати, що середнє  $\langle r^2 \rangle$  еволюціонує за законом

$$\langle r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle_0 + \frac{\langle \mathbf{r}\mathbf{p} + \mathbf{p}\mathbf{r} \rangle}{m} t + \frac{2\langle H \rangle}{m} t^2$$

і при  $\langle H \rangle < 0$  за деякий скінченний час  $t_f$  частинка впаде на центр  $\langle r^2 \rangle_{t_f} = 0$  [1].

Цікаво дослідити вплив ефектів квантового простору на падіння квантової частинки на притягальний центр. Феноменологічно ефекти квантування простору можна врахувати за допомогою некомутативних координат [2, 3].

Ми дослідили потенціал  $-\gamma/r^2$  у просторі зі спіноювою некомутативністю координат [4]

$$\begin{aligned} [X_i, X_j] &= i\theta^2 \varepsilon_{ijk} s_k, & [X_i, s_j] &= i\theta \varepsilon_{ijk} s_k, & [X_i, P_j] &= i\delta_{ij}, \\ [P_i, P_j] &= 0, & [P_i, s_j] &= 0, & [s_i, s_j] &= i\varepsilon_{ijk} s_k, \end{aligned}$$

де  $s_k$  — спінові оператори,  $\theta$  — параметр некомутативності. Показано, що ефективна потенціальна енергія, а отже і енергія основного стану, обмежена знизу. З іншого боку, із використанням варіаційного методу теорії збурень, знайдено верхню оцінку енергії основного стану. Для достатньо великих  $\gamma$  верхня оцінка енергії основного стану є від'ємною. Таким чином продемонстровано наявність зв'язаного стану зі скінченною від'ємною енергією для притягального обернено квадратичного потенціалу в просторі зі спіноювою некомутативністю і відсутність падіння на центр на протигагу до комутовативного випадку.

- [1] V. M. Vasyuta, V. M. Tkachuk, Eur. Phys. J. D **70**, 267 (2016).
- [2] H. S. Snyder, Phys. Rev. **71**, 38 (1947); Phys. Rev. **72**, 68 (1947).
- [3] S. Doplicher, K. Fredenhagen, J. E. Roberts, Phys. Lett. B **331**, 39 (1994).
- [4] H. Falomir *et al.*, Phys. Lett. B **680**, 384 (2009).

## ТОПОЛОГІЧНІ ФАЗИ В ПЕРІОДИЧНО ЗБУРЮВАНИХ СИСТЕМАХ

*Микола Максименко*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів,  
Інститут ім. Вайцмана, Реговот, Ізраїль

Періодична зміна в часі параметрів ґраткової моделі дозволяє генерувати фази, які важко досяжні або й узагалі неможливі у статичному випадку. Загалом періодичне збурення швидко нагріває систему і цікаві властивості швидко втрачають сенс. Але за деяких умов нагрівання може бути експоненційно тривалим або й узагалі відсутнім. У цьому разі екзотичні динамічні фази можуть бути спостережними у твердотільних експериментах, системах холодних атомів та фотонних системах.

Я розповім про дослідження динамічних аналогів топологічних фаз. Тут частина параметрів ґраткової моделі змінюється в часі і кінцева ефективна модель може перебувати в нетривіальних топологічних фазах. Частина з цих топологічних фаз і впорядкування є аналогічною до відомих статичних систем (топологічні ізолятори, спінові рідини), але деякі з них мають принципово нову природу. Ми знайшли спосіб розрізнати нові динамічні топологічні фази, дослідили нетривіальні дробові збудження для деяких взаємодіючих систем, плоскі зони й ефекти сильного безладу в них, а також механізм порушення трансляційної симетрії в часі.

## СПІНОВІ СТРУКТУРИ НА ГЕКСАГОНАЛЬНІЙ ҐРАТЦІ З ТРИКУТНИХ ДРАБИНОК У МОДЕЛІ З ДВОМА СОРТАМИ СПІНІВ: “ТРИКУТНІ СТРУКТУРИ”

*Ю. Дубленіч*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Так звані узагальнені Ізинґові моделі, або ж кластерні розклади, як їх ще називають матеріалознавці, мають широке застосування в багатьох галузях сучасної фізики: термодинаміці стопів, теорії фазових переходів, теорії магнетизму, механіці плиннів тощо. Важлива задача, яка до того ж має точні розв'язки, — це задача про основні стани таких моделей. Попри те, що її намагаються розв'язати вже протягом понад півстоліття, загальний алгоритм знайдено тільки минулого року [1]. Алгоритм цей числовий і вимагає задання конкретних значень параметрів гамільтоніана. Ми ж розробили новий метод, що дає змогу знаходити основні стани у всьому просторі параметрів гамільтоніана — так званий метод основних променів і основних множин конфігурацій кластера чи кластерів [2–4]. Використовуючи цей метод, ми протягом останнього десятиліття розв'язали кілька задач про основні стани моделей Ізинґового типу, які вже давно були сформульовані, однак не розв'язані або

ж розв'язані не повністю. Цього разу, розвиваючи й вдосконалюючи метод, ми майже (хоч іще не до кінця) розв'язали задачу про основні стани моделі Ізингового типу зі взаємодією найближчих сусідів і з двома сортами спінів на гексагональній ґратці з трикутних драбинок. Ця модель дуже актуальна, бо може описати магнетну поведінку багатьох сполук, у яких магнетні атоми утворюють таку ґратку. Фрустровані магнетики цього типу демонструють багатство властивостей і фаз, тому їх дуже активно досліджують експериментатори [5]. У цій моделі ми знайшли велику кількість фаз — понад півтори сотні, які, однак, враховуючи симетрію задачі, можна звести до двох-трьох десятків. Більшість фаз частково хаотизовані, і саме такого типу фази виявлені в цих сполуках експериментально.

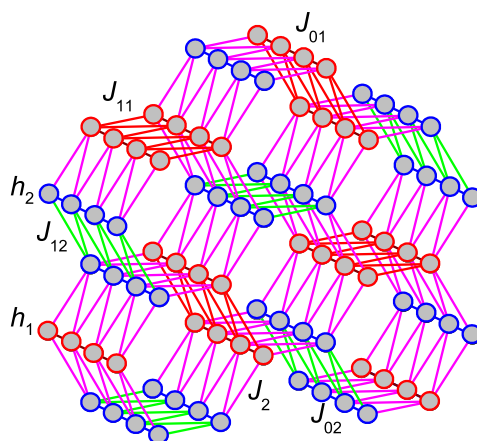


Рис. 1. Гексагональна ґратка з трикутних драбинок із двома сортами вузлів. На рисунку вказано також параметри гамільтоніана.

- [1] W. Huang *et al.*, Phys. Rev. B **94**, 134424 (2016).
- [2] Yu. I. Dublennykh, Phys. Rev. E **84**, 011106 (2011).
- [3] Yu. I. Dublennykh, Phys. Rev. E **84**, 061102 (2011).
- [4] Yu. I. Dublennykh, Phys. Rev. Lett. **109**, 167202 (2012).
- [5] O. A. Petrenko, Fiz. Nizk. Temp. **40**, 139 (2014).

## ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ В СУПЕРКОНДЕНСАТОРАХ ТА ПРОБЛЕМА ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЄМНІСНОГО ТА ПСЕВДОЄМНІСНОГО НАКОПИЧЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

*Б. Венгрин, І. Григорчак*

Кафедра прикладної фізики і наноматеріалознавства,  
Національний університет “Львівська політехніка”

Проблема підвищення ефективності ємнісного та псевдоємнісного накопичення електричної енергії була і все ще є надзвичайно актуальною й пов'язаною з широким розповсюдженням мобільних електронних пристроїв. Щораз ширше використання мобільних електронних пристроїв актуалізує розроблення нових типів енергонакопичувальних систем і, відповідно, нових типів автономних накопичувачів електричної енергії на їхній основі. До останніх належать молекулярні накопичувачі енергії (суперконденсатори) з пористими електродами на основі активованих вуглецевих матеріалів природного походження (біовуглеців) з відповідними характеристиками, які досягаються шляхом їхньої активаційної модифікації. Ефективність накопичення енергії визначається фізико-хімічними процесами, які відбуваються в системі пористий електрод/електроліт.

Для підвищення ефективності накопичення електричної енергії ми використали ультразвукову та інтеркаляційну модифікації. Мета роботи полягала у встановленні фізичних закономірностей впливу ультразвукового опромінення та інтеркаляційної модифікації нанопористих вуглецевих матеріалів на характеристики подвійного електричного шару, сформованого на межі їхнього розділу з електролітом, та встановленні фізичних механізмів підвищення ефективності ємнісного і псевдоємнісного накопичення енергії в молекулярних накопичувачах енергії на їхній основі.

З'ясувалося, що використання ультразвукової та інтеркаляційної модифікацій дозволяє забезпечити в процесах синтезу найефективніше спряження електронної будови та пористої структури активованих вуглецевих матеріалів для молекулярних накопичувачів енергії нового покоління.

# ТЕРМОДИНАМІЧНІ ВЕЛИЧИНИ ГАЗУ НИЗЬКОЇ ГУСТИНИ У СЛАБОНЕРІВНОВАЖНОМУ ТЕПЛОПРОВІДНОМУ СТАЦІОНАРНОМУ СТАНІ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ТА СФЕРИЧНІЙ КОНФІГУРАЦІЯХ

*Й. А. Гуменюк*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Термодинамічні властивості рівноважних газу чи рідини, поміщених у посудину макроскопічних розмірів, зазвичай залежать від її об'єму і не залежать від її форми. Теплопровідні стани таких систем менше вивчені порівняно з рівновагою. Завдяки просторовій неоднорідності цих станів макроскопічні термодинамічні характеристики мають якісно залежати від геометричної форми посудини.

Щоб мати уявлення про цей зв'язок, ми розраховуємо тиск, внутрішню енергію та ентропію слабонерівноважного теплопровідного стаціонарного стану для газу низької густини, поміщеного між двома співвісними циліндрами або між двома концентричними сферами, на поверхнях яких підтримуються різні температури. Як і раніше [1], розрахунок цих нерівноважних термодинамічних величин проводиться на основі підходу суцільного середовища.

Вирази для них отримано у вигляді розкладів за комбінаціями градієнтів температури до 4-го порядку включно. З'ясовано, що асиметрія зовнішніх умов проявляється як у непарних, так і в парних порядках. Для сферичної конфігурації цей прояв сильніший. Показано, що розрахована слабонерівноважна ентропія задовольняє II начало термодинаміки для нерівноважних процесів.

[1] Y. A. Humenyuk, Ukr. J. Phys. **61**, 400 (2016).

## ДОСЛІДЖЕННЯ БІЛКІВ МЕТОДОМ КОМП'ЮТЕРНИХ СИМУЛЯЦІЙ

*А. Баумкетнер*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Білки — це одні з ключових біологічних молекул. У доповіді наведено низку результатів, що демонструють спектр проблем, які можна досліджувати для білків за допомогою комп'ютерних симуляцій [1]. Розглянуто декілька теоретичних моделей для білків, зокрема моделі, що дозволяють дослідити згортання білків за наявності молекул-шаперонів [2, 3]. Також показано підходи до проблеми агрегації білків. Як приклад представлено роботу, що досліджує вплив зовнішнього поля на утворення амилоїдних фібрил у простих пептидних ланцюжках [4].

- [1] Shea, J.E., M. Friedel, and A. Baumketner, Simulations of protein folding. Rev. Comp. Chem, 2006. 22: p. 169.
- [2] Friedel, M., A. Baumketner, and J.-E. Shea, Effects of surface tethering on protein folding mechanisms. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2006. 103: p. 8396.
- [3] Jewett, A., A. Baumketner, and J.E. Shea, Accelerated folding in the weak hydrophobic environment of a chaperonin cavity: Creation of an alternate fast folding pathway. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2004. 101: p. 13192-13197.
- [4] Baumketner, A., Electric Field as a Disaggregating Agent for Amyloid Fibrils. Journal of Physical Chemistry B, 2014. 118(50): p. 14578-14589.

## ФОРМУВАННЯ ПЕРШИХ МОЛЕКУЛ У РАНЬОМУ ВСЕСВІТІ

*О. Сергієнко, Ф. Карасенко, Б. Новосядлий*

Астрономічна обсерваторія та кафедра астрофізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Ми вивчаємо формування перших молекул, від'ємних йонів водню та молекулярних йонів у моделі Всесвіту з космологічною сталою та холодною темною матерією. Космологічна рекомбінація описана в межах модифікованої моделі ефективного 3-рівневого атома, а кінетика хімічних реакцій в рамках мінімальної моделі для водню, дейтерію та гелію. Установлено, що викликані неточностями в розрахунку космологічної рекомбінації похибки значень відносних концентрацій молекул сягають 2–3%. Неточності значень космологічних параметрів впливають на відносні концентрації молекул, від'ємних йонів водню та молекулярних йонів на рівні до 2%. За відсутності реіонізації на червоному зміщенні  $z = 10$  вмісти становлять  $3.076 \times 10^{-13}$  для  $\text{H}^-$ ,  $2.370 \times 10^{-6}$  для  $\text{H}_2$ ,  $1.260 \times 10^{-13}$  для  $\text{H}_2^+$ ,  $4.268 \times 10^{-5}$  для  $\text{HD}$  та  $1.036 \times 10^{-12}$  для  $\text{HeH}^+$ . Ми також досліджуємо вплив відхилень космологічної моделі від  $\Lambda\text{CDM}$  на еволюцію відносних концентрацій перших молекул.



## ВІЛЬНІ ЕНІОНИ У ГРАНИЦЯХ БОЗЕ- ТА ФЕРМІ-СТАТИСТИКИ

*Я. Васюта, А. Ровенчак*  
Кафедра теоретичної фізики,  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Запропоновано вираз для функції розподілу, який дозволяє моделювати віріальні коефіцієнти вільних еніонів у межах, що відповідають статистикам Бозе та Фермі. Отримано значення параметрів такої функції розподілу, які відтворюють віріальні коефіцієнти до четвертого та п'ятого включно з точністю до внесків, квадратичних за еніонним параметром.

## ТВЕРДЕ ТІЛО ЯК ДІЯ НА ВІДСТАНІ

*А. Дувіряк*  
Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Варіаційний принцип у теорії дії на відстані — електродинаміці Вілера-Фейнмана — можна отримати редукцією електромагнетного потенціалу у вихідній дії системи заряджених точкових частинок та електромагнетного поля. У цій роботі розглянуто систему заряджених точкових осциляторів як модель твердого тіла в електромагнетному полі. На відміну від електродинаміки Вілера-Фейнмана, тут здійснено редукцію осциляторних змінних та отримано частково редукований нелокальний лагранжіан теорії, що ефективно враховує взаємодію електромагнетного поля з твердим тілом — діелектриком. Варіаційний принцип допускає інтеграли руху енергії та імпульсу електромагнетного поля в діелектрику.

## SPECTROSCOPY OF NEW EFFECTIVE MATERIALS FOR UV→Vis CONVERTERS OF THE SUN RADIATION BASED ON SM-DOPED BORATE GLASSES

*B. V. Padlyak<sup>1,2</sup>, I. I. Kindrat<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Institute of Physical Optics, Sector of Spectroscopy, Lviv, Ukraine

<sup>2</sup>University of Zielona Góra, Institute of Physics, Division of Spectroscopy of Functional Materials, Zielona Góra, Poland

This report presents the review of our recent articles devoted to producing technology, spectroscopic investigations and potential applications of the Sm-doped borate glasses. A series of borate glasses with  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{LiKB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{CaB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ , and  $\text{LiCaBO}_3:\text{Sm}$  compositions containing 0.5 and 1.0 mol. %  $\text{Sm}_2\text{O}_3$  were obtained from the corresponding polycrystalline compounds according to standard glass synthesis described in [1,2]. The X-ray diffraction (XRD) patterns of the obtained materials confirm their disordered glassy structure. The spectroscopic and luminescent properties of the Sm-doped borate glasses of high chemical purity and optical quality have been investigated using electron paramagnetic resonance (EPR), optical spectroscopy (absorption, photoluminescence, decay kinetics), and Judd-Ofelt analysis. The EPR spectroscopy of the obtained borate glasses at liquid helium temperatures clearly show broad resonance signals with  $g_{\text{eff}} \cong 9.7$  and  $g_{\text{eff}} 2.1 - 2.2$ , which belong to the  $\text{Sm}^{3+}$  single (isolated) and  $\text{Sm}^{3+} - \text{Sm}^{3+}$  pair centres, respectively [2]. Optical absorption spectra of the Sm-doped glasses at room temperature consist of several narrow bands in the visible and infrared spectral range, which are characteristic for  $\text{Sm}^{3+}$  ( $4f^5$ ,  ${}^6\text{H}_{5/2}$ ) ions. The phenomenological Judd-Ofelt intensity parameters ( $\Omega_2$ ,  $\Omega_4$ , and  $\Omega_6$ ) have been calculated using the spectral intensities of the experimental  $\text{Sm}^{3+}$  optical absorption bands and least-square approximation [3]. The photoluminescence spectra of  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{LiKB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{CaB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ , and  $\text{LiCaBO}_3:\text{Sm}$  glasses registered at room temperature under excitation with  $\lambda_{\text{exc}} = 402 \text{ nm}$  ( ${}^6\text{H}_{5/2} \rightarrow {}^6\text{P}_{3/2}$  absorption transition) are closely similar and consist of characteristic emission bands peaked at 562, 598, 645, and 704 nm, which correspond to the  ${}^4\text{G}_{5/2} \rightarrow {}^6\text{H}_{5/2}$ ,  ${}^6\text{H}_{7/2}$ ,  ${}^6\text{H}_{9/2}$ , and  ${}^6\text{H}_{11/2}$  transitions of the  $\text{Sm}^{3+}$  ions. Upon the UV excitation all the investigated borate glasses exhibit also a broad intrinsic luminescence emission band with the maximum in the 470–500 nm spectral range. Excitation spectra show that intrinsic luminescence is efficiently excited in the 260–270 nm and 350–370 nm regions. The presence of intense  $\text{Sm}^{3+}$  emission bands under UV excitation of intrinsic luminescence confirms energy transfer from the intrinsic luminescence centres to the  $\text{Sm}^{3+}$  impurity centres in the borate glass network. The luminescence decay curves for the  $\text{Sm}^{3+}$  centres ( ${}^4\text{G}_{5/2} \rightarrow {}^6\text{H}_{7/2}$  transition) in all the investigated glasses are slightly non-exponential and can be satisfactorily described by average lifetime values, which lie in the 1.91–2.09 ms range. The obtained lifetimes depend on the Sm impurity concentration due to the

cross-relaxation processes between the  $\text{Sm}^{3+}$ - $\text{Sm}^{3+}$  pair centres as well as on the basic glass composition due to some differences in the local structure of the  $\text{Sm}^{3+}$  centres. The peculiarities of the local structure of the  $\text{Sm}^{3+}$  centres in the network of investigated borate glasses have been discussed as based on the obtained spectroscopic results and XRD structural data.

The radiative parameters of the investigated borate glasses such as transition probabilities ( $A_{\text{rad}}$ ), branching ratios ( $\beta_{\text{exp}}$  and  $\beta_{\text{rad}}$ ), stimulated emission cross-sections ( $\sigma_e$ ), radiative lifetimes ( $\tau_{\text{rad}}$ ), and quantum efficiencies ( $\nu$ ) were estimated for observed emission transitions of the  $\text{Sm}^{3+}$  luminescence centres in the  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{CaB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ , and  $\text{LiCaBO}_3:\text{Sm}$  glasses containing 1.0 mol. %  $\text{Sm}_2\text{O}_3$  [3]. Besides this, the external quantum yields of the  $\text{Sm}^{3+}$  luminescence in the obtained glasses were measured experimentally. The calculated quantum efficiencies ( $\nu > 70\%$ ) and measured external quantum yields ( $\sim 14 - 20\%$ ) of the  $\text{Sm}^{3+}$  luminescence in the  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{CaB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ , and  $\text{LiCaBO}_3:\text{Sm}$  glasses are higher than the corresponding values, obtained for other Sm-doped glasses with different compositions reported in [4,5]. The results of spectroscopic investigations, high quantum efficiency, and external quantum yield of the  $\text{Sm}^{3+}$  luminescence clearly show that the  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ ,  $\text{CaB}_4\text{O}_7:\text{Sm}$ , and  $\text{LiCaBO}_3:\text{Sm}$  glasses are very promising luminescent materials for application in the Si-based solar cells as UV $\rightarrow$ Vis converters of the sun radiation [6]. The thin layer of the Sm-doped borate glass placed on the front side of solar cell could convert the UV high energy photons into visible light, where the Si-based solar cells typically exhibit a better spectral response that lead to essential increasing of their efficiency.

- [1] B. V. Padlyak, S. I. Mudry, Y. O. Kulyk, A. Drzewiecki, V. T. Adamiv, Y. V. Burak, I. M. Teslyuk, *Mater. Sci. – Poland*, **30**, 264 (2012).
- [2] I. I. Kindrat, B. V. Padlyak, A. Drzewiecki, *J. Lumin.* **166**, 264 (2015).
- [3] I. I. Kindrat, B. V. Padlyak, R. Lisiecki, *Opt. Mater.* **49**, 241 (2015).
- [4] F. Fu, B. Chen, L. Shen, E. Y. B. Pun, H. Lin, *J. Alloys Comp.* **582**, 265 (2014).
- [5] L.F. Shen, B.J. Chen, E.Y.B. Pun, H. Lin, *J. Lumin.* **160**, 138 (2015).
- [6] B. V. Padlyak, I. I. Kindrat, R. Lisiecki, V. T. Adamiv, I. M. Teslyuk, *Adv. Mater. Lett.* **8**, 723 (2017).

## THE INFLUENCE OF PLANCK-SCALE EFFECTS ON MACROSCOPIC BODY MOTIONS

*V. M. Tkachuk*

Department for Theoretical Physics,  
Ivan Franko National University of Lviv

The studies in quantum gravity and string theory suggest the existence of minimal length or quantum of space. The space with minimal length can be obtained in the frame of deformed Heisenberg algebra. On the macroscopic level this leads to the deformed Poisson brackets. The influence of minimal length on the motion of macroscopic bodies is discussed. In particular, a circular motion in the gravitational field is considered.