

## ДИНАМІКА РОЗШИРЕННЯ ВСЕСВІТУ В МОДЕЛЯХ ІЗ ДОДАТКОВОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ МІЖ ТЕМНОЮ ЕНЕРГІЄЮ ТА ТЕМНОЮ МАТЕРІЄЮ

Р. Неоменко, Б. Новосядлий, О. Сергієнко

*Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка,  
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005, Україна*

*e-mail: oz.rik@hotmail.com, novos@astro.franko.lviv.ua, olka@astro.franko.lviv.ua*

(Отримано 14 квітня 2017 р.; в остаточному вигляді — 12 вересня 2017 р.)

Розглянуто динаміку розширення однорідного ізотропного Всесвіту та еволюцію його компонент у моделі з немінімально зв'язаною динамічною темною енергією. Темну енергію, як і інші компоненти Всесвіту, описують наближенням ідеальної рідини з рівнянням стану  $p_{de} = w\rho_{de}$ , де параметр рівняння стану  $w$  залежить від часу й параметризується через квадрат адіабатичної швидкості звуку  $c_a^2$ , який вважають сталим. На основі загально-коваріантних рівнянь збереження для взаємодіючої темної енергії й темної матерії та рівнянь Айнштайна в метриці Фрідмана–Леметра–Робертсона–Вокера проаналізовано еволюцію густин енергії прихованих компонент та динаміку розширення Всесвіту при 2 типах взаємодії: пропорційній сумі густин прихованих компонент та пропорційній їх добутку.

**Ключові слова:** немінімально зв'язана темна енергія, динаміка розширення Всесвіту.

PACS number(s): 95.36.+x, 95.35.+d, 98.80.-k

### ВСТУП

Відкриття прискореного розширення Всесвіту привело до появи різних гіпотез, які пояснюють це явище. Вважається, що прискорення спричиняє деяка невідома компонента Всесвіту, яка має додатну густину енергії та від'ємний тиск. Її називають темною енергією. Існують різні моделі темної енергії, найпростішою з яких є модель зі сталою густиною енергії та тиском, яка описується космологічною сталою  $\Lambda$  в рівняннях Айнштайна. Складнішими є моделі динамічної темної енергії, у яких параметри залежать від часу. До цього типу належать різні моделі скалярного поля. Часто в них для опису темної енергії, як і для інших компонент Всесвіту, використовують модель ідеальної рідини. У деяких моделях роблять припущення про додаткову взаємодію темної енергії з іншими компонентами, яка є поза 4 відомими фізичними взаємодіями — електромагнітною, сильною, слабкою та гравітаційною [1–9]. Оскільки така дія темної енергії на баріонну матерію чи випромінювання експериментально не реєструється, очевидно, що вона або надто слабка, або відсутня взагалі. Щодо її дії на темну матерію немає поки що жодних прямих експериментальних обмежень, тому що ці компоненти виявлені за їх гравітаційним впливом на баріонну матерію в космологічних масштабах. Тому в цій роботі ми аналізуємо вплив додаткової взаємодії темної енергії й темної матерії на динаміку розширення Всесвіту та виводимо обмеження на параметр такої взаємодії на основі нульової умови енергодомінантності.

У моделі динамічної темної енергії, яку розглядаємо, тиск і густина енергії темної енергії пов'язані через залежний від часу параметр рівняння стану  $w$  так:  $p_{de} = w\rho_{de}$ . У різних роботах пропонують різні залежності параметра рівняння стану від часу. Ми

параметризуємо еволюцію  $w$  величиною квадрата адіабатичної швидкості звуку  $c_a^2 \equiv \dot{p}_{de}/\dot{\rho}_{de}$ , де крапка позначає похідну за часом. Така модель для мінімально зв'язаної (невзаємодіючої) темної енергії була запропонована й вивчена в працях [10–14], спостережувальні обмеження на її параметри отримано в [15, 16].

У цій статті ми розглядаємо еволюцію темної енергії та темної матерії, що зв'язані між собою гравітаційною та негравітаційною (п'ятою) взаємодією, та їх вплив на динаміку розширення однорідного ізотропного Всесвіту. Математичною основою роботи є рівняння збереження та рівняння Айнштайна у світі з метрикою Фрідмана–Леметра–Робертсона–Вокера. Ми розглядаємо 2 типи взаємодії, що залежать від густин енергії обох темних компонент: пропорційну до суми густин темної енергії та темної матерії і пропорційну до добутку густин цих компонент.

### I. МОДЕЛЬ НЕМІНІМАЛЬНО ЗВ'ЯЗАНОЇ ТЕМНОЇ ЕНЕРГІЇ

Ми розглядаємо однорідний ізотропний Всесвіт із метрикою простору-часу Фрідмана–Леметра–Робертсона–Вокера, яка в конформному вигляді у сферичних координатах має вигляд:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = a^2(\eta)[d\eta^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)], \quad (1)$$

де  $g_{ik}$  — метричний тензор,  $a(\eta)$  — масштабний множник, який описує розширення Всесвіту. Конформний час  $\eta$  пов'язаний з фізичним космологічним часом  $t$  співвідношенням  $c dt = a(\eta) d\eta$ , де  $c$  — швидкість світла. 3-простір світу з метрикою (1) є евклідовим, тобто простором із нульовою кривиною.

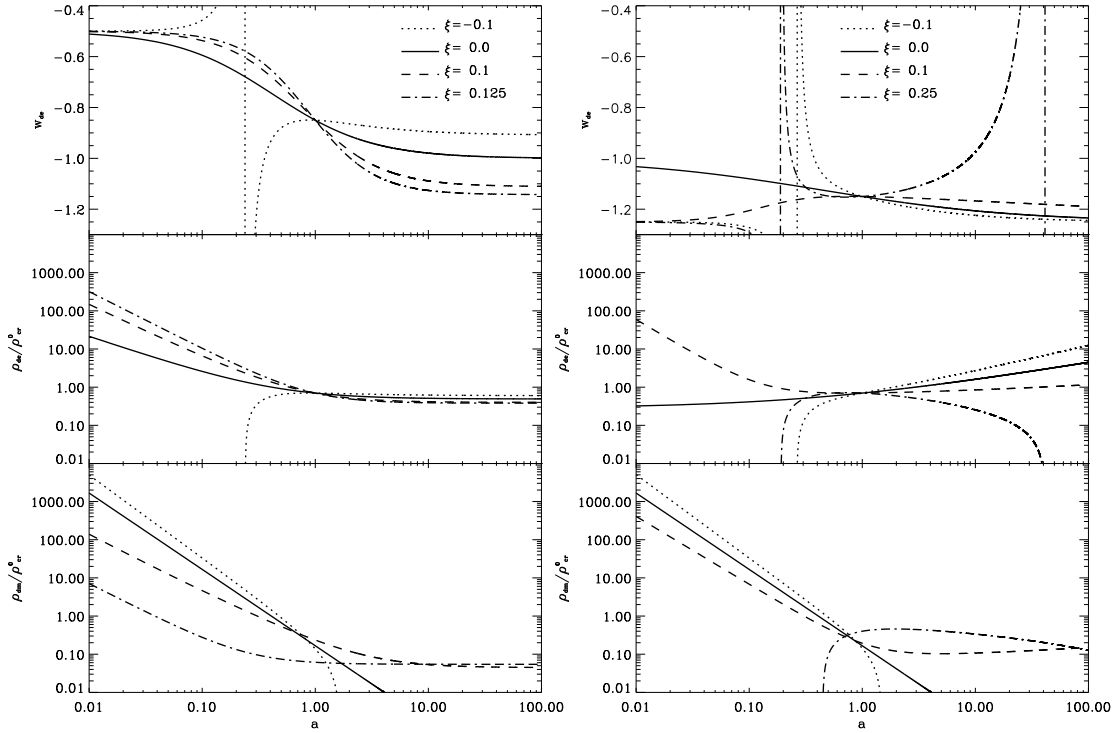


Рис. 1. Вплив параметра взаємодії  $\xi$  на залежності параметра рівняння стану  $w$  та густин темної енергії й темної матерії  $\rho_{de}$ ,  $\rho_{dm}$  від  $a$ . Ліворуч — квінтесенційна темна енергія ( $w_0 = -0.85$ ,  $c_a^2 = -0.5$ ), праворуч — фантомна ( $w_0 = -1.15$ ,  $c_a^2 = -1.25$ ). Тут  $\Omega_{de} = 0.7$ ,  $\Omega_{dm} = 0.25$ ,  $\Omega_r = 4.17 \cdot 10^{-5}/h^2$ ,  $h \equiv H_0/100 \text{ км}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Мпк}^{-1}=0.7$ .

Вважаємо, що в сучасну епоху  $a(\eta_0) = 1$ . Кожну компоненту Всесвіту (темну енергію (de), темну матерію (dm), баріонну речовину (b) та релятивістську матерію (r) — реліктове випромінювання та реліктові нейтрино) ми описуємо наближенням ідеальної рідини, для якої тензор енергії-імпульсу є таким:

$$T_{i(N)}^k = (c^2 \rho_{(N)} + p_{(N)})u_i(N)u^k(N) - p_{(N)}\delta_i^k, \quad (2)$$

де  $\rho_{(N)}$  — густина  $N$ -компоненти,  $p_{(N)}$  — її тиск,  $u_i(N)$  — 4-вектор швидкості. Рівняння стану кожної з компонент є таким:  $p_{(N)} = w_{(N)}\rho_{(N)}$ . Тоді з рівнянь Айнштейна і законів збереження для взаємодіючих темної енергії й темної матерії отримуємо такі рівняння для динаміки розширення Всесвіту:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_N \rho_{(N)}, \quad (3)$$

$$qH^2 = \frac{4\pi G}{3} \sum_N (\rho_{(N)} + 3p_{(N)}), \quad (4)$$

де  $H \equiv (1/a)da/dt = \dot{a}/a^2$  — параметр Габбла,  $q \equiv -[1/(aH^2)]d^2a/dt^2 = -\ddot{a}/(a^3H^2) + 1$  — параметр сповільнення (тут і далі  $(\cdot) \equiv d/d\eta$ ). Диференціальний закон збереження енергії-імпульсу  $T_{0;k}^k = 0$  для прихованих компонент дає рівняння, що описують еволюцію їхніх густин:

$$\dot{\rho}_{de} + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_{de}(1+w) = J_0, \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_{dm} + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_{dm} = -J_0, \quad (6)$$

де функція  $J_0$  описує взаємодію прихованих компонент і має розмірність густини енергії за одиницю часу. Тут і далі  $w_{de} \equiv w$ , а  $w_{dm} = 0$ .

Для баріонної і релятивістської компонент в після-рекомбінаційну епоху ці рівняння з  $J_0 = 0$  та  $w_b = 0$  чи  $w_r = 1/3$  дають відомі співвідношення для густин енергій цих компонент:  $\rho_b(a) = \rho_b^{(0)}a^{-3}$ ,  $\rho_r(a) = \rho_r^{(0)}a^{-4}$ , де індекс (0) тут і далі вказує на значення величини в сучасну епоху ( $a(\eta_0) = 1$ ).

При розгляді немінимально зв'язаної темної енергії, як правило, покладають  $w = \text{const}$ . В цій роботі, як і в попередній [17], розглянемо немінимально зв'язану динамічну темну енергію з узагальненим баротропним рівнянням стану, для якого  $c_a^2 \equiv \dot{p}_{de}/\dot{\rho}_{de} = \text{const}$  [10, 18, 19]. Враховуючи цю умову та (5), отримуємо рівняння для  $w(a)$ :

$$\frac{dw}{da} = \frac{3}{a}(1+w)(w - c_a^2) - \frac{J_0}{\rho_{de}a^2H}(w - c_a^2). \quad (7)$$

Щоб описати динаміку розширення Всесвіту та еволюцію густин його компонент, потрібно розв'язати систему рівнянь (3), (5), (6), (7). Легко переконатися, що з означення  $c_a^2 \equiv \dot{p}_{de}/\dot{\rho}_{de} = \text{const}$  випливає зв'язок

між  $\rho_{de}$  і  $w$ :

$$w = c_a^2 + \frac{\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2)}{\rho_{de}}. \quad (8)$$

У цій статті ми вважаємо, що взаємодія між темною енергією та темною матерією (далі ТЕ-ТМ взаємодія) є пропорційною до параметра Габбла  $H$  та залежить тільки від густин енергії обох прихованих компонент  $J_0 = aHf(\rho_{de}, \rho_{dm})$ . Розгляньмо 2 типи такої взаємодії: пропорційну до суми густин прихованих компонент та пропорційну до їх добутку:

$$J_0 = -3\xi aH(\rho_{de}(a) + \rho_{dm}(a)), \quad (9)$$

$$J_0 = -3\epsilon aH \frac{\rho_{de}(a)\rho_{dm}(a)}{\tilde{\rho}}, \quad (10)$$

де величина  $\tilde{\rho}$  має розмірність густини енергії і може бути сталою або залежною від часу, а  $\xi$  і  $\epsilon$  — безрозмірні параметри взаємодії, які вважатимемо сталими. Ми досліджували взаємодію (9) з огляду простоти отримання аналітичних виразів для густин енергії прихованих компонент, а нелінійна взаємодія (10) є цікавою тим, що такий її тип досить поширений у природі

і є більш реалістичним, ніж лінійні взаємодії типу (9) або досліджувані в роботі [17].

## II. ТЕ-ТМ ВЗАЄМОДІЯ, ПРОПОРЦІЙНА ДО СУМИ ГУСТИН ТЕМНОЇ ЕНЕРГІЇ ТА ТЕМНОЇ МАТЕРІЇ

Рівняння (5), (6), (7) для взаємодії (9) з використанням формули (8) зводяться до системи 2 звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\rho_{de}}{da} = -\frac{3}{a}(1 + c_a^2 + \xi)\rho_{de} - \frac{3}{a}\xi\rho_{dm} - \frac{3}{a}\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2), \quad (11)$$

$$\frac{d\rho_{dm}}{da} = \frac{3}{a}\xi\rho_{de} - \frac{3}{a}(1 - \xi)\rho_{dm}, \quad (12)$$

яка має точний аналітичний розв'язок:

$$\rho_{de} = 3C_1\xi a^{-\frac{3}{2}(2+c_a^2)+\frac{3}{2}\sqrt{c_a^2(c_a^2+4\xi)}} + \frac{3}{2}C_2(c_a^2 + 2\xi + \sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)})a^{-\frac{3}{2}(2+c_a^2)-\frac{3}{2}\sqrt{c_a^2(c_a^2+4\xi)}} - \frac{(1-\xi)\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2)}{1 + c_a^2(1-\xi)}, \quad (13)$$

$$\rho_{dm} = -\frac{3}{2}C_1(c_a^2 + 2\xi + \sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)})a^{-\frac{3}{2}(2+c_a^2)+\frac{3}{2}\sqrt{c_a^2(c_a^2+4\xi)}} - 3C_2\xi a^{-\frac{3}{2}(2+c_a^2)-\frac{3}{2}\sqrt{c_a^2(c_a^2+4\xi)}} - \frac{\xi\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2)}{1 + c_a^2(1-\xi)}, \quad (14)$$

$$C_1 = -\frac{1}{3\sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)}} \left[ \rho_{dm}^{(0)} + \xi\rho_{de}^{(0)} \frac{2(1 + w_0 - \xi c_a^2) + (w_0 - c_a^2)(c_a^2 + \sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)})}{(1 + c_a^2(1-\xi))(c_a^2 + 2\xi + \sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)})} \right],$$

$$C_2 = \frac{1}{3\sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)}} \left[ \rho_{de}^{(0)} \frac{1 + w_0(1-\xi)}{1 + c_a^2(1-\xi)} + 2\xi \frac{\rho_{dm}^{(0)} + \frac{\xi\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2)}{1 + c_a^2(1-\xi)}}{c_a^2 + 2\xi + \sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)}} \right].$$

Із виразів (13), (14) бачимо, що за відсутності взаємодії ( $\xi = 0$ ) вони перетворюються на добре відомі вирази для густин прихованих компонент для мінімально зв'язаної темної енергії [10]:

$$\rho_{de}^{(mc)}(a) = \rho_{de}^{(0)} \frac{(1 + w_0)a^{-3(1+c_a^2)} - w_0 + c_a^2}{1 + c_a^2}, \quad (15)$$

$$\rho_{dm} = \rho_{dm}^{(0)} a^{-3}. \quad (16)$$

Густина темної матерії в процесі розширення Всесвіту є завжди додатною спадною функцією. Густина темної енергії завжди додатна функція за умови  $c_a^2 > w_0$  для квінтесенційної темної енергії (при  $w_0 > -1$  є монотонно спадною функцією від  $a$ ) і

$c_a^2 < w_0$  для фантомної темної енергії (при  $w_0 < -1$  є монотонно зростаючою функцією від  $a$ ).

Уведення додаткової взаємодії суттєво розширює вибір варіантів еволюції обох компонент. При  $\xi \neq 0$  і певних значеннях параметрів  $w_0$ ,  $c_a^2$ ,  $\rho_{de}^{(0)}$ ,  $\rho_{dm}^{(0)}$  густини енергії як темної енергії, так і темної матерії можуть ставати від'ємними в певний період еволюції Всесвіту або ж осцилювати зі зміною знака. Вважаємо таку поведінку густин нефізичною і знайдемо ту область значень параметра взаємодії, за яких значення густин темної матерії й темної енергії є завжди додатними монотонними функціями масштабного множника  $a$ .

Передусім зауважимо, що сукупність спостережуваних даних щодо анізотропії реліктового випромінювання та великомасштабної структури Всесвіту вказує на близький до (16) закон зміни густини темної матерії в минулому (наприклад, [10–16]). З аналізу виразів у показниках степенів  $a$  в (14) випливає перша умова на параметр взаємодії:

$$|\xi| \ll \frac{1}{2}. \quad (17)$$

Область значень параметра  $\xi$ , за яких  $\rho_{\text{dm}}(a) \geq 0$  і

$\rho_{\text{de}}(a) \geq 0$  для  $0 \leq a \leq \infty$ , можна знайти або з аналізу виразів (13)–(14), або з аналізу стійкості рівнянь (11) і (12) методом критичних точок [20] у фазовому просторі  $(\rho_{\text{de}}, \rho_{\text{dm}})$ . Обидва підходи обмежують область значень  $\xi$  додатними значеннями:

$$\xi \geq 0. \quad (18)$$

Ця умова для взаємодії (9) була очікуваною з огляду на аналіз [17] для подібної взаємодії.

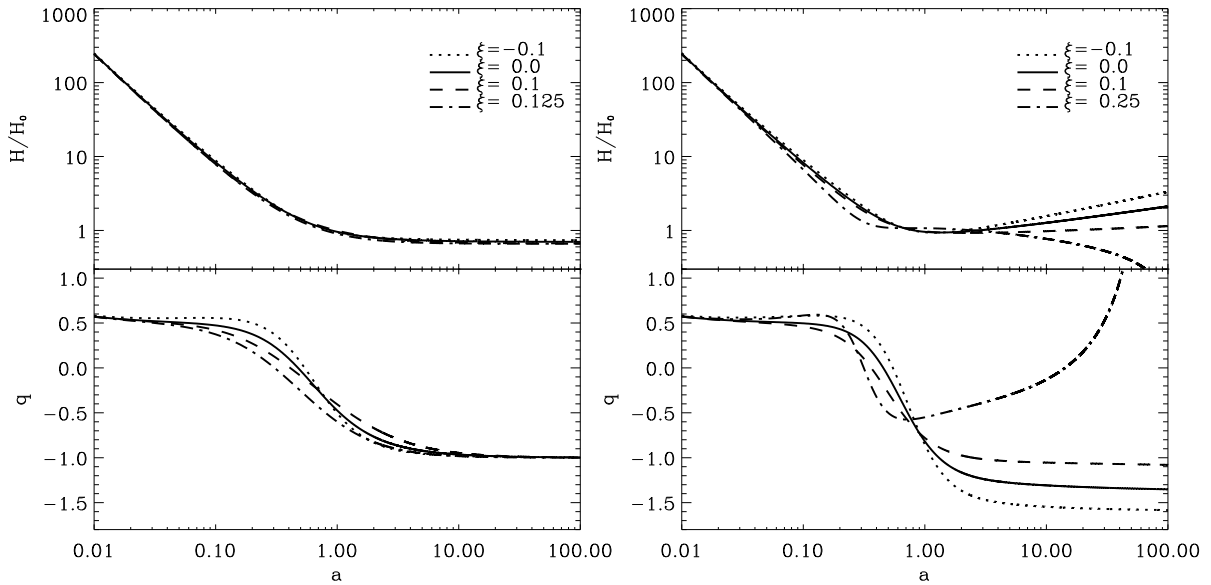


Рис. 2. Вплив параметра взаємодії  $\xi$  на залежності параметра Габбла  $H$  та параметра сповільнення  $q$  від  $a$ . Ліворуч – модель з квінтесенційною темною енергією, праворуч – з фантомною. Космологічні параметри ті самі, що на рис. 1.

Умову відсутності осциляцій отримуємо з умови невід’ємності підкореневих виразів у показниках степенів  $a$  в (13)–(14):

$$\xi \leq -\frac{c_a^2}{4}. \quad (19)$$

Бачимо, що за  $c_a^2 < 0$ ,  $c_a^2 > -1/(1 - \xi)$  густина темної енергії є монотонно спадною функцією  $a$  з асимптотиками  $\rho_{\text{de}} \rightarrow \infty$  при  $a \rightarrow 0$  і  $\rho_{\text{de}} \rightarrow (\xi - 1)\rho_{\text{de}}^{(0)}(w_0 - c_a^2)/[1 + c_a^2(1 - \xi)]$  при  $a \rightarrow \infty$ . Темна матерія у випадку  $\xi \neq 0$  має таку асимптотику при  $a \rightarrow \infty$ :  $\rho_{\text{dm}} \rightarrow -\xi\rho_{\text{de}}^{(0)}(w_0 - c_a^2)/[1 + c_a^2(1 - \xi)]$ . На цю величину зменшилася густина темної енергії. Тобто взаємодія (9) приводить до перекачування густини енергії від темної енергії до темної матерії. Якщо  $a \rightarrow 0$ , то асимптотика  $\rho_{\text{dm}}$  близька до (16).

Якщо  $c_a^2 < 0$ ,  $c_a^2 < -1/(1 - \xi)$ , то густина темної енергії є функцією  $a$ , що змінюється немонотонно з асимптотиками  $\rho_{\text{de}} \rightarrow \infty$  при  $a \rightarrow \infty$  та  $\rho_{\text{de}} \rightarrow \infty$  при  $a \rightarrow 0$ . Густина темної матерії в моделі Всесвіту з такою темною енергією змінюється за таким самим законом. У сучасну та в минулі епохи залежність густин прихованих компонент від  $a$  є спадною і близькою

до (16). Однак у майбутньому падіння густин темної енергії та темної матерії припиниться, почнеться зростання зі зростанням темпу розширення Всесвіту. Отже, наближення до сингулярності “Великий розрив” у випадку цієї моделі темної енергії з додатковою взаємодією з темною матерією (9) супроводжується також катастрофічним зростанням густини темної матерії.

На рис. 1 наведено розраховані на основі (8) і (13)–(14) залежності параметра рівняння стану  $w$  та густин темної енергії і темної матерії  $\rho_{\text{de}}, \rho_{\text{dm}}$  для космологічних моделей з  $\Omega_{\text{de}} = 0.7$ ,  $\Omega_{\text{dm}} = 0.25$ ,  $\Omega_{\text{b}} = 0.05$ ,  $\Omega_{\text{r}} = 4.17 \cdot 10^{-5}/h^2$  ( $h \equiv H_0/100 \text{ км}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Мпк}^{-1} = 0.7$ ) та різними значеннями параметра взаємодії  $\xi$  для квінтесенційної ( $w_0 = -0.85$ ,  $c_a^2 = -0.5$ ) та фантомної ( $w_0 = -1.15$ ,  $c_a^2 = -1.25$ ) темної енергії. Показано випадок з  $\xi < 0$ , який ілюструє зміну знаків густин темної енергії й темної матерії. Для фантомної темної енергії показано також, що при великих значень параметра взаємодії та порушення умови (17) розв’язки (13)–(14) дають від’ємні значення густин темної енергії й темної матерії. Наведені залежності демонструють, що еволюція густин  $\rho_{\text{de}}, \rho_{\text{dm}}$  у минулому є чутливою до значення параметра взаємодії  $\xi$ .

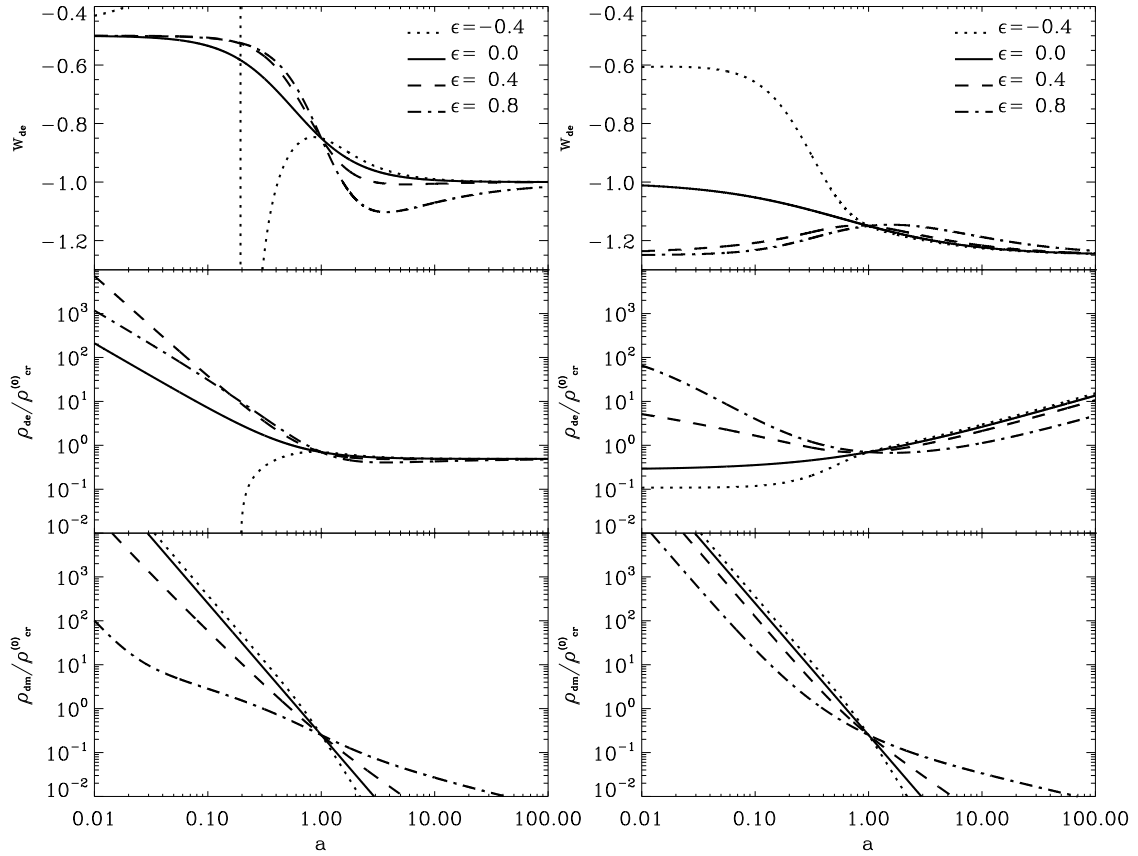


Рис. 3. Вплив параметра взаємодії  $\epsilon$  для моделі (23) на залежності параметра рівняння стану  $w$  та густин темної енергії й темної матерії  $\rho_{de}$ ,  $\rho_{dm}$  від  $a$ . Ліворуч — модель з квінтесенційною темною енергією ( $w_0 = -0.85$ ,  $c_a^2 = -0.5$ ), праворуч — з фантомною ( $w_0 = -1.15$ ,  $c_a^2 = -1.25$ ). Космологічні параметри ті самі, що на рис. 1.

На рис. 2 показано залежності параметра Габбла  $H$  та параметра сповільнення  $q$  для космологічної моделі з квінтесенційною та фантомною темною енергією з тими самими параметрами, що на рис. 1. Бачимо, що в моделі з квінтесенційною темною енергією з параметрами взаємодії  $\xi = -0.1, 0, 0.1, 0.125$   $H \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow 1$  при  $a \rightarrow 0$  і  $H \rightarrow \left[ -\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2)/(1 + c_a^2(1 - \xi)) \right]^{1/2}$ ,  $q \rightarrow -1$  при  $a \rightarrow \infty$ . Для фантомної темної енергії з параметрами взаємодії  $\xi = -0.1, 0.1$   $H \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow 1$  при  $a \rightarrow 0$  і  $H \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow 1/2 + 3c_a^2/2 + 3\xi c_a^2/[c_a^2 + \sqrt{c_a^2(c_a^2 + 4\xi)}]$  при  $a \rightarrow \infty$ . Для моделі без взаємодії  $\xi = 0$  асимптоти є тими самими, але  $q \rightarrow 1/2 + 3c_a^2/2$  при  $a \rightarrow \infty$ . Для моделі з параметром взаємодії  $\xi = 0.25$   $H \rightarrow -\infty$ ,  $q \rightarrow +\infty$  при  $a \rightarrow \infty$ . Отже бачимо, що існує принципова можливість виявляти додаткову взаємодію між прихованими компонентами за прецизійними вимірюваннями параметра Габбла та параметра сповільнення.

### III. ТЕ-ТМ ВЗАЄМОДІЯ, ПРОПОРЦІЙНА ДО ДОБУТКУ ГУСТИН ТЕМНОЇ ЕНЕРГІЇ ТА ТЕМНОЇ МАТЕРІЇ

Розгляньмо тепер динаміку розширення Всесвіту та еволюцію густин темної енергії й темної матерії при взаємодії, пропорційній до добутку їхніх густин енер-

гій (10). У такому випадку рівняння (5), (6), (7) з використанням формули (8) зводяться до системи звичайних диференціальних рівнянь 1 порядку:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{de}}{da} &= -\frac{3}{a}(1 + c_a^2)\rho_{de} - \frac{3\epsilon}{a\bar{\rho}}\rho_{de}\rho_{dm} \\ &\quad - \frac{3}{a}\rho_{de}^{(0)}(w_0 - c_a^2), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{d\rho_{dm}}{da} = -\frac{3}{a}\rho_{dm} + \frac{3\epsilon}{a\bar{\rho}}\rho_{de}\rho_{dm}. \quad (21)$$

Добуток густин прихованих компонент у цій взаємодії розділений на величину  $\bar{\rho}$ , щоб взаємодія (10) мала правильну розмірність.

Ми можемо взяти  $\bar{\rho}$  в такому вигляді:

$$\tilde{\rho} = \rho_{cr} = 3H_0^2/8\pi G, \quad (22)$$

$$\tilde{\rho} = 3H^2/8\pi G, \quad (23)$$

$$\tilde{\rho} = \rho_{de} + \rho_{dm}. \quad (24)$$

Зауважимо, що для моделі (22) навіть для дуже малих  $\epsilon$  внаслідок квадратичності за густиною взаємодія зростає швидше від зростання самих густин прихованих компонент. Тому за  $\rho_{de}$ ,  $\rho_{dm}$ , сумірних із  $\tilde{\rho}/\epsilon$ , взаємодія дуже велика, що призводить до сильного зростання швидкості перетікання густини енергії від

однієї темної компоненти до іншої, а отже, до сильних відхилень еволюції густин прихованих компонент та динаміки розширення Всесвіту від моделі без взаємодії. Лише для  $|\epsilon| \ll 1$  із наближенням  $a$  до 1 еволюція густин прихованих компонент стає близькою до не-взаємодіючого випадку.

Оскільки в епоху домінування матерії та темної енергії внесок густин баріонної й релятивістської компонент у знаменнику  $\tilde{\rho}$  моделі (23) є малим, а в епоху домінування випромінювання головний внесок у динаміку розширення дає густина енергії релятивістської компоненти, динаміка розширення в моделях нелінійної взаємодії (23) і (24) подібна впродовж усєї еволюції Всесвіту.

Отже, надалі ми розглядатимемо лише взаємодію (23). Через відсутність точних аналітичних розв'язків систему рівнянь (20)–(21) ми інтегруємо чисельно з використанням методу Рунге–Кутта, реалізованого у програмі `dverk.f` [21], що є у вільному доступі. Результати наведено на рис. 3, на якому показано залежності величин  $w$ ,  $\rho_{de}$  і  $\rho_{dm}$  від  $a$  для тих самих значень космологічних параметрів, що в попередньому розділі.

У взаємодії (23) швидке зростання добутку  $\rho_{de}$ ,  $\rho_{dm}$  зі зростанням цих густин компенсується збільшенням величини  $\tilde{\rho}$ . За малих  $\epsilon$  поведінка прихованих компонент мало відрізняється від не-взаємодіючої моделі. Тільки за дуже великих  $\epsilon$  проявляється нелінійність цієї взаємодії. На рис. 3 бачимо, що для  $\epsilon = -0.4, 0, 0.4, 0.8$  темна енергія з параметрами  $w_0 = -0.85$ ,  $c_a^2 = -0.5$  є квінтесенційною, а з параметрами  $w_0 = -1.15$ ,  $c_a^2 = -1.25$  – фантомною. Якщо  $\epsilon = -0.4$ , то густина квінтесенційної темної енергії в ранню епоху від'ємна.

Як і у випадку мінімально зв'язаної темної енергії ( $\epsilon = 0$ ) [10, 12], якщо  $\epsilon = -0.1, 0.01, 0.1$ , то густина темної енергії в процесі розширення Всесвіту стає від'ємною, якщо  $w_0 > c_a^2$  для квінтесенційної темної енергії ( $w_0 = -0.85$ ,  $-1 < c_a^2 < -1/3$ ) і  $w_0 < c_a^2$  для фантомної ( $w_0 = -1.25$ ,  $-2 < c_a^2 < -1$ ).

Для тих самих космологічних параметрів та області значень  $a$  на рис. 4 показано, як взаємодія (10) впливає на еволюцію параметра Габбла  $H$  та параметра сповільнення  $q$ . Для цієї моделі при малих  $|\epsilon|$  вплив взаємодії на динаміку розширення Всесвіту малий.

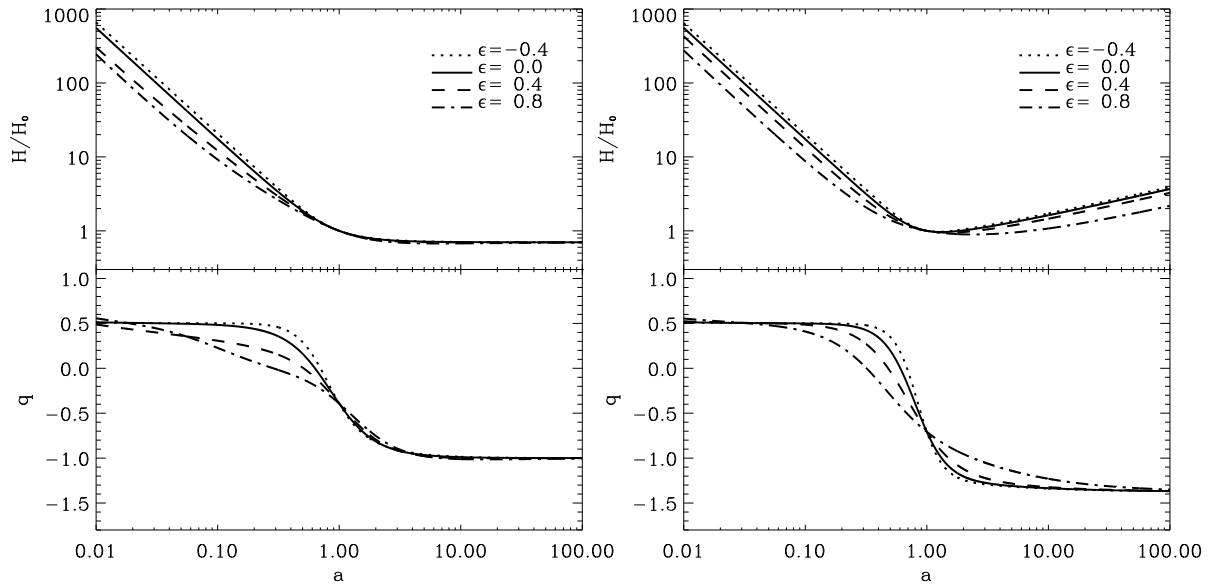


Рис. 4. Вплив параметра взаємодії  $\epsilon$  для моделі (23) на залежності параметра Габбла  $H$  та параметра сповільнення  $q$  від  $a$ . Ліворуч – модель із квінтесенційною темною енергією, праворуч – з фантомною. Космологічні параметри ті самі, що на рис. 1.

Загалом, для квінтесенційної темної енергії з  $w_0 = -0.85$ ,  $c_a^2 = -0.5$  та  $\epsilon \leq -0.212$  густина темної енергії в минулому на  $a \geq 10^{-5}$  була від'ємною, причому перехід до додатних значень відбувається тим пізніше, чим більшим є  $|\epsilon|$ : при  $\epsilon = -0.212$   $\rho_{de}$  стає додатною на  $a \simeq 0.001$ , а при  $\epsilon = -1$  – лише на  $a = 0.439$ . Для більших значень параметра взаємодії ( $-0.212 < \epsilon \leq 1$ ) густини темної енергії і темної матерії є додатними для всіх  $a$  від  $10^{-5}$  до  $10^5$ . Для фантомної темної енергії з  $w_0 = -1.15$ ,  $c_a^2 = -1.25$   $\rho_{de}$  та  $\rho_{dm}$  є додатними для всіх  $\epsilon$  від  $-1$  до  $1$  та  $a$  від  $10^{-5}$  до  $10^5$ . Сумарна

густина Всесвіту додатна для всіх значень параметра взаємодії від  $-1$  до  $1$  та масштабного множника від  $10^{-5}$  до  $10^5$  як для квінтесенційної, так і для фантомної темної енергії.

## ВИСНОВКИ

У цій статті ми проаналізували модель динамічної немініміально зв'язаної темної енергії, рівняння стану якої параметризується величиною адіабатичної швид-

кості звуку для однорідного та ізотропного Всесвіту. Розглянуто 2 типи взаємодії між темною енергією і темною матерією, які залежать від густин обох прихованих компонент: пропорційну до суми густин прихованих компонент і до їх добутку. В обох випадках за певних параметрів густини енергії прихованих компонент можуть ставати від'ємними. Для першого типу взаємодії встановлено, що це буде за від'ємного значення параметра взаємодії. Також показано, що параметр взаємодії має бути  $\ll 0.5$  для узгодженості зі спостережуваними даними. Для другого типу взаємодії виявлено, що для квінтесенційної темної енергії з параметром взаємодії  $\lesssim -0.2$  густина темної енергії була від'ємною на ранніх етапах еволюції Всесвіту, тоді як для фантомної темної енергії вона залишається додатною протягом всієї еволюції Всесвіту для значень параметра взаємодії від  $-1$  до  $1$ . Загалом, у цьому випадку при малих за абсолютною величиною значеннях параметра взаємодії динаміка розширення Всесвіту в минулому близька до динаміки розширення в моделі мінімально зв'язаної темної енергії.

Отже, для розглянутих у цій статті двох типів вза-

ємодії між темною енергією й темною матерією (9) і (10) існує область значень знерозміреного параметра взаємодії, за яких динаміка розширення Всесвіту така, що не суперечить спостережуваним даним. Чи значення цього параметра дорівнює нулеві — взаємодія відсутня, чи відмінне від нуля — існує додаткова взаємодія, можна встановити порівнянням передбачень різних моделей з відповідними спостережуваними даними, чутливими до такої взаємодії. Пошук тестів для розрізнення мінімально зв'язаних моделей темної енергії і моделей з додатковою взаємодією є важливим завданням сучасної космології.

## ПОДЯКИ

Робота виконана в межах проекту Міністерства освіти і науки України “Динаміка, еволюційні та фізичні ефекти у формуванні структури Всесвіту, залишки наднових і тісних подвійних зоряних системах з релятивістським компонентом” (державний реєстраційний номер 0116U001544).

- 
- [1] L. Amendola, Phys. Rev. D **62**, 043511 (2000).  
 [2] L. Amendola, G. C. Campos, R. Rosenfeld, Phys. Rev. D **75**, 083506 (2007).  
 [3] L. Amendola, S. Tsujikawa, *Dark Energy: Theory and Observations* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2010).  
 [4] Yu. L. Bolotin, A. Kostenko, O. A. Lemets, D. A. Yerokhin, Int. J. Mod. Phys. D **24**, 1530007 (2015).  
 [5] G. Caldera-Cabral, R. Maartens, L. A. Urena-Lopez, Phys. Rev. D **79**, 063518 (2009).  
 [6] B. Gumjudpai, T. Naskar, M. Sami, S. Tsujikawa, J. Cosmol. Astropart. Phys. **06**, 007 (2005).  
 [7] A. Pourtsidou, C. Skordis, E. J. Copeland, Phys. Rev. D **88**, 083505 (2013).  
 [8] Z. K. Guo, N. Ohta, S. Tsujikawa, Phys. Rev. D **76**, 023508 (2007).  
 [9] W. Zimdahl, D. Pavon, L. P. Chimento, Phys. Lett. B **521**, 133 (2001).  
 [10] B. Novosyadlyj, O. Sergijenko, S. Apunevych, V. Pelykh, Phys. Rev. D **82**, 103008 (2010).  
 [11] B. Novosyadlyj, O. Sergijenko, S. Apunevych, J. Phys. Stud. **15**, 1901 (2011).  
 [12] B. Novosyadlyj, O. Sergijenko, R. Durrer, V. Pelykh, Phys. Rev. D **86**, 083008 (2012).  
 [13] B. Novosyadlyj, V. Pelykh, Yu. Shtanov, A. Zhuk, *Dark Energy: Observational Evidence and Theoretical Models*, edited by V. Shulga (Akademperiodyka, Kyiv, 2013).  
 [14] O. Sergijenko, B. Novosyadlyj, Phys. Rev. D **91**, 083007 (2015).  
 [15] O. Sergijenko, R. Durrer, B. Novosyadlyj, J. Cosmol. Astropart. Phys. **08**, 004 (2011).  
 [16] B. Novosyadlyj, O. Sergijenko, R. Durrer, V. Pelykh, J. Cosmol. Astropart. Phys. **05**, 030, (2014).  
 [17] Р. Неоменко, Б. Новосядлий, Кинем. физ. небес. тел **32**, 4 (2016).  
 [18] R. Holman, S. Naidu, arXiv:astro-ph/0408102 (2004).  
 [19] E. Babichev, V. Dokuchaev, Yu. Eroshenko, Class. Quant. Grav. **22**, 143 (2005).  
 [20] E. J. Copeland, A. R. Liddle, D. Wands, Phys. Rev. D **57**, 4686 (1998).  
 [21] <http://www.cs.toronto.edu/NA/dverk.f.gz>

**DYNAMICS OF EXPANSION OF THE UNIVERSE IN MODELS WITH THE  
ADDITIONAL COUPLING BETWEEN DARK ENERGY AND DARK MATTER**

R. Neomenko, B. Novosyadlyj, O. Sergijenko  
*Astronomical Observatory of Ivan Franko National University of Lviv,  
8, Kyryla i Mefodija St., Lviv, UA-79005, Ukraine  
e-mail: oz.rik@hotmail.com, novos@astro.franko.lviv.ua, olka@astro.franko.lviv.ua*

We study the dynamics of expansion of the homogeneous isotropic Universe and the evolution of its components in the model with nonminimally coupled dynamic dark energy. Dark energy, like other components of the Universe, is described by the perfect fluid approximation with the equation of state (EoS)  $p_{\text{de}} = w\rho_{\text{de}}$ , where the EoS parameter  $w$  depends on time and is parameterized via the squared adiabatic sound speed  $c_a^2$ , which is assumed to be constant. On the basis of the general covariant conservation equations for the interacting dark energy and dark matter and Einstein's equations in the Friedmann–Lemtre–Robertson–Walker metric we analyze the evolution of the energy densities of the hidden components and the dynamics of expansion of the Universe with the two types of interaction: proportional to the sum of the densities of the hidden components and proportional to their product. For the first interaction the analytical expressions for the densities of dark energy and dark matter were obtained and analyzed in detail. For the second one the evolution of densities of hidden components of the Universe was analyzed on the basis of the numerical solutions of their energy-momentum conservation equations. For certain values of the parameters of these models the energy densities of dark components become negative. So to ensure that the densities are always positive we put constraints on the interaction parameter for both models.