

## БАГАТОЧАСТИНКОВІ ПОЛЯ І МЕХАНІЗМ ГІГґСА

К. К. Меркотан, Т. М. Зеленцова, Н. О. Чудак, Д. А. Пташинський, В. В. Урбаневич,  
О. С. Потієнко, В. В. Войтенко, О. Д. Березовський, І. В. Шарф, В. Д. Русов  
*Одеський національний політехнічний університет,  
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65000, Україна  
e-mail: sharph@ukr.net*

(Отримано 07 листопада 2017 р.; в остаточному вигляді — 03 травня 2018 р.)

У статті розглянуто поле Гігґса як багаточастинкове поле і, відповідно, бозон Гігґса як зв'язаний стан двох калібрувальних бозонів. Такий розгляд, порівняно з одночастинковим полем Стандартної моделі має, на нашу думку, дві переваги. Головна з них полягає в тому, що, на відміну від Стандартної моделі, для досягнення спонтанного порушення симетрії немає потреби вводити некалібрувальну самодію поля Гігґса. У нашій моделі таку самодію отримуємо як наслідок неабелевої калібрувальної самодії — переносників слабкої взаємодії. У цьому розглянуто в праці модель дещо схожа на відомі моделі техніколору. Але вона суттєво відрізняється від них тим, що не потребує ані нових частинок, ані нових взаємодій порівняно зі Стандартною моделлю. Окрім того, метод опису багаточастинкових ефектів за допомогою багаточастинкових полів істотно відрізняється від опису багаточастинкових ефектів у моделях техніколору, які оперують з одночастинковими полями. Ще однією перевагою запропонованої в статті моделі, на нашу думку, є те, що спонтанне порушення симетрії в ній, на відміну від Стандартної моделі, не постулюється, а отримується як наслідок динамічних рівнянь багаточастинкового поля.

**Ключові слова:** багаточастинкові поля, механізм Гігґса, неабелеві калібрувальні поля, електрослабка взаємодія, Стандартна модель.

DOI: <https://doi.org/10.30970/jps.22.3001>

PACS number(s): 03.30.+p, 03.65.-w

### І. ВСТУП

На нашу думку, теорія електрослабкої взаємодії [1–3] і пов'язаний із нею механізм Гігґса [4, 5] мають декілька теоретичних проблем. А саме, як ми вважаємо, суттєва проблема Стандартної моделі полягає у введенні “нових” некалібрувальних взаємодій порівняно з чотирма відомими взаємодіями. Зокрема ненульове вакуумне очікування поля Гігґса досягається за рахунок некалібрувальної взаємодії  $\phi^4$ . Така самодія поля Гігґса Стандартної моделі не є наслідком вимоги локальної симетрії лагранжіана щодо якоїсь групи перетворень і не з'являється внаслідок введення якогось компенсуючого поля. Формально це виражається в тому, що така взаємодія не вводиться відповідним “подовженням” похідних. Відтак, вона не зводиться до жодної з відомих фундаментальних взаємодій. Якщо така взаємодія справді існує як фундаментальна, то, окрім зазначених відмінностей від решти фундаментальних взаємодій маємо ще одну суттєву відмінність — в такій взаємодії бере участь лише одна частинка — сам бозон Гігґса. До цих аргументів можна додати ще й проблеми з експериментальним спостереженням проявів такої взаємодії. Єдиним із таких проявів, який обговорюється, є спонтанне порушення симетрії. У теорії спонтанного порушення симетрії дуже популярною є аналогія з феромагнетиком. Але, на нашу думку, така аналогія має суттєву ваду. Напрямо спонтанної намагніченості легко піддається виміру. Тоді як напрям у просторі внутрішніх індексів поля Гігґ-

са не вимірюється. Окрім того, флуктуації магнітного поля феромагнетика в напрямках, перпендикулярних вектору намагніченості, є фізичними в тому сенсі, що вони принаймні принципово доступні до вимірювання. Натомість голдстоунівські моди поля Гігґса, перпендикулярні до напрямку, виділеного спонтанним порушенням симетрії, є нефізичними і прибираються локальним калібрувальним перетворенням. Це наводить на думку, що напрям спонтанного порушення симетрії у полі Гігґса не може бути вимірний принципово. Ще одним проявом самодії поля Гігґса могли б бути процеси народження бозоном Гігґса декількох бозонів Гігґса, [6] але такі процеси, мабуть, повинні бути малоімовірними внаслідок великої маси бозона Гігґса. Принаймні в наявних експериментальних результатах [7], на нашу думку, не має нічого, що вказувало б на існування таких процесів. Отже, за відсутністю експериментальних аргументів обговорення зміщується суто в ділянку теорії, у якій є вказані проблеми. Окрім того, такі самі теоретичні проблеми викликає й юкавська взаємодія ферміонних полів з полем Гігґса [1, 8, 9], яка надає масу цим полям. Отже, маємо в Стандартній моделі ще один додатковий тип взаємодії. У зв'язку із цим постає питання про те, скільки взагалі фундаментальних взаємодій містить Стандартна модель. Ті ж самі питання можна адресувати й до варіантів розширення Стандартної моделі, як наприклад, розглянуті в [6].

У запропонованій у цій статті моделі самодія поля Гігґса не є фундаментальною взаємодією. Бозон



Гігґса розглядається як зв'язаний стан двох калібрувальних бозонів. Самодія поля Гігґса отримується як наслідок самодії неабелева калібрувального поля, яке відповідає цим бозонам, і, отже, на відміну від Стандартної моделі, не потрібно вводити додаткової фундаментальної взаємодії. Цим модель, що розглядається, дещо схожа на відомі моделі технікolorу [10–12]. Утім, запропонована в цій роботі модель має низку суттєвих відмінностей від моделей технікolorу. По-перше, наша модель не потребує введення ані нових частинок, ані нових взаємодій. Навпаки, вона має за мету розв'язати зазначені вище теоретичні проблеми Стандартної моделі з використанням як фундаментальних лише тих одночастинкових полів і їхніх взаємодій, які вже є в Стандартній моделі. Окрім того, метод опису багаточастинкових ефектів за допомогою багаточастинкових полів має істотні фізичні відмінності від опису цих ефектів за допомогою одночастинкових полів. Ці відмінності ми докладно обговорювали в роботах [13, 14]. Із наведених у цій статті міркувань видно, що ненульові вакуумні середні від добутків одночастинкових операторів не можуть розглядатися як такі, що описують зв'язані стани частинок. Окрім того, обґрунтування динамічного порушення симетрії в моделях технікolorу значною мірою спирається на застосування теорії збурень, тоді як наш розгляд не потребує її застосування. Використання теорії збурень у неабелевих моделях з конфайнментом, як зазначалося в [13, 14], стикається з проблемами, не стільки пов'язаними з розкладом по ступенях константи зв'язку, скільки з тим, що гамільтоніан системи не наближається асимптотично на нескінченостях по часу до гамільтоніанів вільних частинок, що є необхідною умовою для побудови власноенергетичних діаграм калібрувальних бозонів у моделях технікolorу. Такі діаграми описують амплітуду переходу від початкового стану вільних частинок до кінцевого стану вільних частинок, а в теоріях із конфайнментом частинки вільними не бувають.

Зазначимо, що самодія поля Гігґса з'являлася як наслідок неабелевої самодії калібрувальних полів також у моделях із додатковими розмірностями, наприклад [15, 16]. Відмінність нашої моделі полягає в тому, що вона не потребує додаткових вимірів і знову ж таки має справу з багаточастинковими полями, тобто розглядає бозон Гігґса не як фундаментальну частинку, а як зв'язаний стан фундаментальних частинок. На нашу думку, цікавою є спроба розгляду бозона Гігґса, з одного боку як зв'язаної частинки, а з іншого — аналогічно моделям із додатковими розмірностями, де роль таких розмірностей грали б внутрішні ступені свободи зв'язаної частинки. Але такий розгляд не є предметом цієї статті.

Ще однією проблемою Стандартної моделі, на яку вже раніше звертали увагу [17], є те, що вона не містить ніякого динамічного обґрунтування спонтанного порушення симетрії. По суті, спонтанне порушення симетрії обумовлюється в цій моделі постулюванням “неправильного” знака при квадратичному по полю Гігґса доданку в лагранжіані Стандартної моделі. У

нашій моделі, як буде показано далі, такий “неправильний” знак з'являється внаслідок розв'язку динамічних рівнянь для багаточастинкового поля. Разом із описаною вище самодією поля Гігґса це призводить до спонтанного порушення симетрії. При цьому розгляд бозона Гігґса як зв'язаного стану калібрувальних бозонів дозволяє запропонувати далі в цій роботі можливий динамічний механізм спонтанного порушення симетрії. Докладно цей механізм розглянуто в третьому розділі цієї роботи.

Бозон Гігґса як зв'язаний стан інших частинок неодноразово аналізували раніше. Зокрема, на таку можливість указував сам П. Гігґс [5], але він очікував, що скалярне поле, за допомогою якого порушується симетрія, буде складатися з ферміонних полів, а не з калібрувальних бозонів. У праці [18] бозон Гігґса, як і в нашій моделі, розглянуто як зв'язаний стан калібрувальних бозонів. Але на відміну від нашої моделі в [18] вони перебувають у стані конфайнменту. В роботах [13, 14] двочастинкове калібрувальне поле описує конфайнмент кварків і глюонів. Але поле, для якого спонтанно порушується симетрія, описує народження і знищення зв'язаних станів калібрувальних бозонів без конфайнменту. Тобто таких зв'язаних станів, що мають скінченну енергію зв'язку. Проте такі поля, що досліджено в [13, 14], хоча й мають ненульове вакуумне очікування, не можуть приводити до появи маси в калібрувальних бозонів, бо на них реалізується скалярне представлення групи внутрішньої симетрії, внаслідок чого вони не можуть взаємодіяти з одночастинковим калібрувальним полем і тому не можуть породжувати його масу. Тому метою цієї роботи є проаналізувати двочастинкові калібрувальні поля, на яких реалізуються векторне й тензорне представлення групи внутрішньої симетрії. Оскільки нас цікавить механізм Гігґса, то в ролі цієї групи ми розглядатимемо групу  $SU(2)$ . Зазначимо, що поле Гігґса, яке перетворюється за тензорним представленням групи  $SU(2)$  вже вивчали в літературі [19], але це не стосувалося проблем, порушених у цій статті.

## II. РІВНЯННЯ ДЛЯ ДВОЧАСТИНКОВОГО КАЛІБРУВАЛЬНОГО ПОЛЯ

Розгляньмо два екземпляри калібрувального поля  $A_{a_1, g_1}(x_1)$  і  $A_{a_2, g_2}(x_2)$ . Тут  $a_1$  і  $a_2$  — лоренцеві чотири-векторні індекси, які пробігають значення 0, 1, 2, 3;  $g_1$  і  $g_2$  — внутрішні індекси, які для групи  $SU(2)$ , що розглядається, приймають значення 1, 2, 3,  $x_1$  і  $x_2$  — чотири-вектори з простору Мінковського. Далі ми лоренцеві індекси позначатимемо буквою  $a$  з різними субіндексами, а внутрішні — буквою  $g$  з різними субіндексами. При цьому константу зв'язку будемо позначати  $g$  без субіндексів. Окрім того, далі використовуємо звичайну угоду про підсумування за повторюваними індексами.

Якщо для цих полів побудувати відповідні тензори напруженостей  $F_{a_1 a_2, g_1}(x_1)$  і  $F_{a_3 a_4, g_2}(x_2)$ , а за ними лагранжіани, то, враховуючи властивості символу

Леві-Чівітти  $\varepsilon_{g_1 g_2 g_3}$ , через який виражаються генератори приєднаного представлення групи  $SU(2)$ , отри-

маємо для кожного з цих полів рівняння Лагранжа-Ейлера:

$$\begin{aligned} & g\varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \frac{\partial A_{a_1, g_1}(x_b)}{\partial x_b^{a_2}} A_{g_2}^{a_1}(x_b) g^{a_2 a_3} + g\varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \frac{\partial A_{a_1, g_1}(x_b)}{\partial x_b^{a_2}} A_{g_2}^{a_3}(x_b) g^{a_1 a_2} \\ & - g^2 (A_{g_1}^{a_1}(x_b) A_{a_1, g_1}(x_b)) A_{g_3}^{a_3}(x_b) + g^2 (A_{a_1, g_1}(x_b) A_{g_1}^{a_3}(x_b)) A_{g_3}^{a_1}(x_b) \\ & + \frac{\partial^2 A_{g_3}^{a_3}(x_b)}{\partial x_b^{a_1} \partial x_b^{a_2}} g^{a_1 a_2} - \frac{\partial^2 A_{g_3}^{a_1}(x_b)}{\partial x_b^{a_1} \partial x_b^{a_2}} g^{a_2 a_3} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $g$  — константа зв'язку, а індекс  $b$  для кожного з екземплярів калібрувального поля приймає значення, відповідно 1 і 2,  $g^{a_1 a_2}$  — компоненти тензора Мінковського. Серед індексів, що входять до (1), не є індексами підсумування лише  $a_3$  і  $g_3$ . Маючи на меті отримати рівняння для скалярного стосовно групи Лоренца двочастинкового поля, згорнімо перше з рівнянь, для якого  $b = 1$  з  $A_{a_3, g_4}(x_2)$ . При цьому  $g_4$  ми позначили довільне значення внутрішнього індексу, ніяк не пов'язане зі значеннями, які входять до (1). Із системи рівнянь для другого екземпляра поля, залежного від  $x_2$ , оберімо рівняння, що відповідає значенню внут-

рішнього індексу  $g_4$ , і згорнімо його з  $A_{a_3, g_3}(x_1)$ . Ліві частини отриманих таким способом рівнянь залежатимуть від пари індексів  $g_3, g_4$ . При цьому функції від  $x_1$  будемо вносити під знак похідних за  $x_2$  і навпаки. Отримані таким способом співвідношення порушуються лише на підмножині  $x_1 = x_2$  тензорного добутку двох просторів Мінковського. Ця підмножина має нульову міру. Оскільки немає причин вважати, що на цій підмножині невраховані члени обертаються на нескінченність, вони не повинні давати ненульовий внесок у спостережувані величини. Перше з рівнянь (1) після описаних перетворень набере вигляду:

$$\begin{aligned} & -2g\varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \frac{\partial (A_{a_2, g_1}(x_1) A_{g_4}^{a_2}(x_2))}{\partial x_1^{a_1}} A_{g_2}^{a_1}(x_1) + g\varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \frac{\partial (A_{a_1, g_1}(x_1) A_{g_4}^{a_2}(x_2))}{\partial x_1^{a_2}} A_{g_2}^{a_1}(x_1) \\ & + g\varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \frac{\partial (A_{g_1}^{a_1}(x_1) A_{a_2, g_4}(x_2))}{\partial x_1^{a_1}} A_{g_2}^{a_2}(x_1) - g^2 (A_{a_1, g_1}(x_1) A_{g_1}^{a_1}(x_1)) (A_{a_2, g_3}(x_1) A_{g_4}^{a_2}(x_2)) \\ & + g^2 (A_{a_1, g_1}(x_1) A_{a_2, g_1}(x_1)) (A_{g_3}^{a_1}(x_1) A_{g_4}^{a_2}(x_2)) \\ & + \frac{\partial^2 (A_{g_3}^{a_1}(x_1) A_{a_1, g_4}(x_2))}{\partial x_1^{a_2} \partial x_1^{a_3}} g^{a_2 a_3} - \frac{\partial^2 (A_{g_3}^{a_1}(x_1) A_{a_2, g_4}(x_2))}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_3}} g^{a_2 a_3} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Друге з рівнянь (1) після аналогічних перетворень відрізнятиметься від (2) заміною  $x_1$  на  $x_2$  і навпаки.

Величина  $A_{a_1, g_1}(x_1) A_{a_2, g_2}(x_2)$  трансформується під час перетворень Лоренца як двічі коваріантний тензор. Розглядаючи представлення групи Лоренца на лінійному просторі таких тензорів, розкладімо цей лінійний простір у пряму суму підпросторів, інваріантних стосовно представлення, що розглядається. Виділімо з них інваріантний підпростір, на якому реалізується скалярне незвідне представлення:

$$A_{a_1, g_1}(x_1) A_{a_2, g_2}(x_2) = \phi_{g_1 g_2}(x_1, x_2) g_{a_1 a_2} + \dots \quad (3)$$

Тут  $\phi_{g_1 g_2}(x_1, x_2)$  — проекція тензора  $A_{a_1, g_1}(x_1) A_{a_2, g_2}(x_2)$  на інваріантний підпростір, на

якому реалізується скалярне представлення групи Лоренца, а "три крапки" позначають проекції на решту інваріантних підпросторів. Маючи на меті описати скалярне гіттсівське поле, розгляньмо окремий випадок, коли решта проекцій, окрім скалярної, дорівнюють нулеві. Враховуючи (3) замість (2), отримаємо:

$$\begin{aligned} & -2g\varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \frac{\partial \phi_{g_1 g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1}} A_{g_2}^{a_1}(x_1) - \\ & - g^2 (A_{a_1, g_1}(x_1) A_{g_1}^{a_1}(x_1)) \phi_{g_3 g_4}(x_1, x_2) \\ & + \frac{\partial^2 \phi_{g_3 g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1 a_2} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Повторімо ті ж дії з другим рівнянням системи (1). Враховуючи, що з фізичних міркувань рівняння для двочастинкового поля повинні бути симетричними

ми щодо заміни  $x_1$  на  $x_2$  і навпаки, складімо отримані рівняння:

$$2g\varepsilon_{g_1g_2g_3} \frac{\partial \phi_{g_1g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1}} A_{g_3}^{a_1}(x_1) + 2g\varepsilon_{g_1g_2g_3} \frac{\partial \phi_{g_1g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1}} A_{g_3}^{a_1}(x_2) + \frac{\partial^2 \phi_{g_3g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1a_2} + \frac{\partial^2 \phi_{g_3g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1a_2} - \chi(x_1, x_2) \phi_{g_3g_4}(x_1, x_2) = 0. \quad (5)$$

Тут уведемо позначення

$$\chi(x_1, x_2) \equiv g^2 (A_{a_1, g_1}(x_1) A_{g_1}^{a_1}(x_1) + A_{a_1, g_1}(x_2) A_{g_1}^{a_1}(x_2)). \quad (6)$$

Зазначимо, що функція  $\chi(x_1, x_2)$  та сама, що була в [13, 14] під час розгляду рівнянь для скалярної частини двочастинкового калібрувального поля. Система рівнянь (5) є недовизначеною, бо функція  $\chi(x_1, x_2)$  є такою ж невідомою функцією, як і  $\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)$ . Далі ми розглянемо можливість накладання додаткової умови, яка б довизначила цю систему.

Задля надання рівнянню (5) двочастинкового ви-

гляду введемо двочастинкові поля:

$$A_{g_3}^{+, a_1}(x_1, x_2) = \frac{1}{2} (A_{g_3}^{a_1}(x_1) + A_{g_3}^{a_1}(x_2)), \quad (7) \\ A_{g_3}^{-, a_1}(x_1, x_2) = \frac{1}{2} (A_{g_3}^{a_1}(x_1) - A_{g_3}^{a_1}(x_2)).$$

Тоді рівняння (5) набуває виду:

$$2g\varepsilon_{g_1g_2g_3} \left( \frac{\partial \phi_{g_1g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1}} + \frac{\partial \phi_{g_1g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1}} \right) A_{g_3}^{+, a_1}(x_1, x_2) + 2g\varepsilon_{g_1g_2g_3} \left( \frac{\partial \phi_{g_1g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1}} - \frac{\partial \phi_{g_1g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1}} \right) A_{g_3}^{-, a_1}(x_1, x_2) + \frac{\partial^2 \phi_{g_3g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1a_2} + \frac{\partial^2 \phi_{g_3g_4}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1a_2} - \chi(x_1, x_2) \phi_{g_3g_4}(x_1, x_2) = 0. \quad (8)$$

Перші два доданки в цьому рівнянні можна вважати як такі, що описують взаємодію двочастинкового скалярного (щодо групи Лоренца) поля  $\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)$  з чотиривекторними полями  $A_{g_3}^{\pm, a_1}(x_1, x_2)$ . У розкладі (3) ми обмежилися аналізом окремого випадку, коли вне-ски всіх старших за скалярну тензорних розмірностей дорівнюють нулеві. Аналогічно і в (8) розглянемо частковий розв'язок цього рівняння, який задовольняє умови  $A_{g_3}^{\pm, a_1}(x_1, x_2) = 0$ . Тоді для поля  $\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)$  матимемо:

$$\frac{\partial^2 \phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1a_2} + \frac{\partial^2 \phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1a_2} - \chi(x_1, x_2) \phi_{g_1g_2}(x_1, x_2) = 0. \quad (9)$$

Для двочастинкового поля  $\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)$  обмежимося спочатку розглядом глобальних  $SU(2)$ -перетворень. Перехід до локальної симетрії буде зроб-

лений згодом, звичайним подовженням похідних і введенням, таким чином, взаємодії з калібрувальним полем. Стосовно глобальних перетворень сукупність польових функцій  $\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)$  утворює тензор. Область значень цих польових функцій утворює лінійний простір, на якому реалізується тензорний добуток двох приєднаних представлень групи  $SU(2)$ . Розкладемо цей лінійний простір у пряму суму інваріантних підпросторів, складених із тензорів, кратних одиничному  $\delta_{g_1g_2}$ , симетричних із нульовим слідом  $\phi_{g_1g_2}^s(x_1, x_2)$  і антисиметричних  $\phi_{g_1g_2}^a(x_1, x_2)$ :

$$\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2) = \rho_{(0)}(x_1, x_2) \delta_{g_1g_2} + \phi_{g_1g_2}^s(x_1, x_2) + \phi_{g_1g_2}^a(x_1, x_2). \quad (10)$$

Тут  $\rho_{(0)}(x_1, x_2)$  — проекція тензора  $\phi_{g_1g_2}(x_1, x_2)$  на лінійний підпростір тензорів, кратних одиничному. Звернімо увагу на введені позначення. Як буде вид-

но далі, рівняння для проекцій тензорів  $\phi_{g_1 g_2}(x_1, x_2)$  на різні інваріантні підпростори, принаймні в окремому випадку, який розглядається в цій роботі, можуть бути зведені до однакового вигляду. Різниця між ними полягатиме лише у виборі граничних умов і параметрів, що входять у ці рівняння. Тому аналізувати властивості їхніх розв'язків буде зручно одночасно для всіх трьох проекцій, звертаючи при цьому увагу на відмінності, пов'язані з різним вибором граничних умов і параметрів. У зв'язку з цим нам видає-

ться логічним використовувати для величин, пов'язаних із проекціями на різні інваріантні підпростори, однотипні позначення, розрізняючи їх індексами. Але оскільки ми також використовуємо просторово-часові та внутрішні індекси, для полегшення читання формул індекси, що відповідають проекціям на різні підпростори ми далі будемо використовувати в дужках, як у позначенні  $\rho_{(0)}(x_1, x_2)$ . Підставляючи (10) в (5), отримаємо аналогічне (5) рівняння для кожної з виділених у (10) незвідних частин.

$$\begin{aligned} g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \rho_{(0)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_2^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \rho_{(0)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_1^{a_2}} - \chi_{(0)}(x_1, x_2) \rho_{(0)}(x_1, x_2) &= 0, \\ g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} - \chi_{(1)}(x_1, x_2) \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2) &= 0, \\ g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} - \chi_{(2)}(x_1, x_2) \phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Позначення  $\chi_{(j)}(x_1, x_2)$ ,  $j = 0, 1, 2$  відображають той факт, що функція  $\chi(x_1, x_2)$  в системі рівнянь (5) не є заданою і відтак може "підлаштуватися" під відповідну функцію, похідні від якої входять до рівняння. Представлення глобальної групи  $SU(2)$  на інваріантному підпросторі антисиметричних тензорів  $\phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2)$  еквівалентне векторному представленню. Справді, внаслідок антисиметричності три діагональні компоненти цього тензора з дев'яти дорівнюють нулеві. Решту шість компонент можна розбити на три пари компонент, що відрізняються лише порядком індексів. У кожній з цих пар достатньо задати лише один компонент, бо інший відрізняється від нього тільки знаком. Тобто тензор  $\phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2)$  має три незалежні компоненти. Оберімо в ролі цих трьох компонент такі:

$$\begin{aligned} \phi_{12}^a(x_1, x_2) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_3(x_1, x_2), \\ \phi_{31}^a(x_1, x_2) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_2(x_1, x_2), \\ \phi_{23}^a(x_1, x_2) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_1(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (12)$$

Ці позначення введені, щоб записати антисиметричний тензор у вигляді:

$$\phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{g_1 g_2 g_3} \phi_{g_3}(x_1, x_2), \quad (13)$$

де  $\varepsilon_{g_1 g_2 g_3}$  — символ Леві-Чівітти. Множник  $(1/\sqrt{2})$  забезпечує виконання рівності

$$\sum_{g_1=1}^3 \sum_{g_2=1}^3 (\phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2))^2 = \sum_{g_1=1}^3 (\phi_{g_1}(x_1, x_2))^2, \quad (14)$$

яка буде зручною під час побудови лагранжіана поля  $\phi_{g_1}(x_1, x_2)$ . Згортаючи обидві частини тієї ж рівності (11), що стосується  $\phi_{g_1 g_2}^a(x_1, x_2)$ , отримаємо, замість (11), рівняння

$$\begin{aligned} g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \rho_{(0)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \rho_{(0)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} - \chi_{(0)}(x_1, x_2) \rho_{(0)}(x_1, x_2) &= 0, \\ g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} - \chi_{(1)}(x_1, x_2) \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2) &= 0, \\ g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{g_1}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} - \chi_{(2)}(x_1, x_2) \phi_{g_1}(x_1, x_2) &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Розгляньмо часткові розв'язки другого і третього рівнянь (15), що мають вигляд:

$$\begin{aligned} \phi_{g_1 g_2}^s(x_1, x_2) &= \rho_{(1)}(x_1, x_2) e_{g_1 g_2}^s, \phi_{g_1}(x_1, x_2) \\ &= \rho_{(2)}(x_1, x_2) e_{g_1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Тут  $e_{g_1 g_2}^s$  — деякий симетричний тензор із нульовим слідом і з незалежними від координат компонентами, а  $e_{g_1}$  — вектор з незалежними від координат компонентами,  $\rho_{(1)}(x_1, x_2), \rho_{(2)}(x_1, x_2)$  — невідомі функції, які повинні бути встановлені подальшим розв'язком рівнянь. При цьому, як буде видно далі,  $e_{g_1 g_2}^s$  і  $e_{g_1}$  зручно нормувати умовами

$$\sum_{g_1=1}^3 \sum_{g_2=1}^3 (e_{g_1 g_2}^s)^2 = 1, \sum_{g_1=1}^3 (e_{g_1})^2 = 1. \quad (17)$$

З урахуванням (16) і (15) бачимо, що всі три функції  $\rho_{(j)}(x_1, x_2), j = 0, 1, 2$  задовольняють одне й те ж рівняння:

$$\begin{aligned} g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \rho_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} + g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \rho_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} \\ - \chi_{(j)}(x_1, x_2) \rho_{(j)}(x_1, x_2) = 0, \quad j = 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (18)$$

Різниця між цими функціями може бути пов'язана з постановкою різних граничних умов для рівняння (18). Розгляньмо властивості розв'язків цього рівняння за різних граничних умов.

### III. АНАЛІЗ РІВНЯНЬ ДЛЯ ФУНКЦІЙ

$$\rho_{(j)}(x_1, x_2), \quad j = 0, 1, 2$$

Рівняння, аналогічні (18) вже розглядали в [13, 14]. Тут ми їх проаналізуємо тим самим методом, що й у цих працях, але звернемо увагу на деякі властивості, які в них залишилися поза увагою.

Замість польових функцій  $\rho_{(j)}(x_1, x_2)$  і  $\chi_{(j)}(x_1, x_2)$ , введемо нові польові функції  $a_{(j)}(x_1, x_2)$  і  $b_{(j)}(x_1, x_2)$  за допомогою співвідношень

$$\begin{aligned} \rho_{(j)}(x_1, x_2) &= a_{(j)}(x_1, x_2) - b_{(j)}(x_1, x_2) \\ \chi_{(j)}(x_1, x_2) &= a_{(j)}(x_1, x_2) + b_{(j)}(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (19)$$

Тоді рівняння (18) перепишемо в симетричному вигляді

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2 a_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1 a_2} + \frac{\partial^2 a_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1 a_2} - a_{(j)}^2(x_1, x_2) \right) \\ - \left( \frac{\partial^2 b_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1 a_2} + \frac{\partial^2 b_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1 a_2} - b_{(j)}^2(x_1, x_2) \right) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Цьому рівнянню можна нав'язати частковий розв'язок

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 a_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1 a_2} + \frac{\partial^2 a_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1 a_2} - a_{(j)}^2(x_1, x_2) &= k_{(j)}, \\ \frac{\partial^2 b_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_1^{a_1} \partial x_1^{a_2}} g^{a_1 a_2} + \frac{\partial^2 b_{(j)}(x_1, x_2)}{\partial x_2^{a_1} \partial x_2^{a_2}} g^{a_1 a_2} - b_{(j)}^2(x_1, x_2) &= k_{(j)}, \end{aligned} \quad (21)$$

де  $k_{(j)}$  — деякі константи. Умова (21) є додатковою умовою, яка довізначає систему рівнянь для дво-частинкового калібрувального поля і про яку йшлося вище. Оскільки рівняння для функцій  $a_{(j)}(x_1, x_2)$  і  $b_{(j)}(x_1, x_2)$  виявилися однаковими, далі аналізуватимемо лише рівняння для  $a_{(j)}(x_1, x_2)$ . Відтак, як і в [13, 14], введемо координати Якобі

$$X^{a_1} = \frac{1}{2}(x_1^{a_1} + x_2^{a_1}), y^{a_1} = x_2^{a_1} - x_1^{a_1}, \mathbf{y} = (y^1, y^2, y^3) \quad (22)$$

і звузімо отримане рівняння на підмножину одночасності

$$x_1^0 = x_2^0, y^0 = 0. \quad (23)$$

Подібне звуження докладно обговорено в працях [13,

14]. Після описаних перетворень отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 a_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial X^{a_2} \partial X^{a_1}} + (-4) \Delta_{\mathbf{y}} a_{(j)}(X, \mathbf{y}) \\ - 2a_{(j)}^2(X, \mathbf{y}) = 2k_{(j)}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\Delta_{\mathbf{y}} \equiv \frac{\partial^2}{(\partial y^1)^2} + \frac{\partial^2}{(\partial y^2)^2} + \frac{\partial^2}{(\partial y^3)^2}.$$

Рівняння (24), вочевидь, має частковий розв'язок  $a_{(j)}(X, \mathbf{y}) = f_{(j)}(\mathbf{y})$ , який залежить лише від внутрішніх координат  $\mathbf{y}$  і задовольняє рівняння:

$$(-2) \Delta_{\mathbf{y}} f_{(j)}(\mathbf{y}) - (f_{(j)}(\mathbf{y}))^2 = k_{(j)}. \quad (25)$$

Уведемо, замість поля  $a_j(X, \mathbf{y})$ , нову невідому функцію  $\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})$  згідно зі співвідношенням

$$a_{(j)}(X, \mathbf{y}) = f_{(j)}(\mathbf{y}) + \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}). \quad (26)$$

Тоді для  $\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})$  отримаємо рівняння

$$-g^{a_2 a_3} \frac{\partial^2 \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial X^{a_2} \partial X^{a_3}} - \left( \hat{H}_{(j)}^{\text{internal}} \right)^2 \times (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})) + 2(\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}))^2 = 0, \quad (27)$$

де введено позначення

$$\left( \hat{H}_{(j)}^{\text{internal}} \right)^2 (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})) \equiv 4(-\Delta_{\mathbf{y}} \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}) + (-f_{(j)}(\mathbf{y})) \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})). \quad (28)$$

Позначмо характерну довжину задачі  $l$ . Як відомо, одночастинкове калібрувальне поле  $A_{a_1, g_1}(x)$  має розмірність  $l^{-1}$ . Відповідно, двочастинкові поля повинні мати розмірність  $l^{-2}$ . Уведемо замість  $\mathbf{y}$  і  $f_{(j)}(\mathbf{y})$  відповідні безрозмірні величини  $\mathbf{y}_1$  і  $w_{(j)}(\mathbf{y}_1)$  за допомогою співвідношень:

$$\mathbf{y} = l\mathbf{y}_1, f_{(j)}(\mathbf{y}) = l^{-2}w_{(j)}(\mathbf{y}_1). \quad (29)$$

Тоді оператор (28) буде таким:

$$\begin{aligned} \left( \hat{H}_{(j)}^{\text{internal}} \right)^2 (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})) &\equiv 4l^{-2} \hat{h}_{(j)} (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})), \\ \hat{h}_{(j)} (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}_1)) &= -\Delta_{\mathbf{y}_1} \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}_1) \\ &+ (-w_{(j)}(\mathbf{y}_1)) \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}_1). \end{aligned} \quad (30)$$

Тут множник  $l^{-2}$  забезпечує “правильну” розмірність квадрата енергії, а безрозмірний оператор  $\hat{h}_{(j)}$  формально збігається з гамільтоніаном частинки з безрозмірною масою  $1/2$  в полі безрозмірної потенційної енергії  $V(\mathbf{y}_1) = (-w_{(j)}(\mathbf{y}_1))$ , яку можна знайти як розв’язок рівняння (25) після знерозмірювання (29). Звернімо увагу на те, що хоча функція  $(-w_{(j)}(\mathbf{y}_1))$  формально й входить в оператор (29) на місці потенційної енергії, на відміну від “звичайної” потенційної енергії, вона не допускає зміни на довільну константу. Справді, вона визначається як розв’язок рівняння (25), яке не симетричне щодо зсуву розв’язку на константу.

Розгляньмо сферично-симетричний розв’язок  $w_{(j)}(|\mathbf{y}_1|)$  цього рівняння для  $k_{(j)} < 0, j = 0, 1, 2$ . Стандартно замінивши змінні

$$|\mathbf{y}_1| = q_{(j)}^{-2} r, w_{(j)}(|\mathbf{y}_1|) = -\frac{1}{q_{(j)}} \frac{v_{(j)}(r)}{r}, \quad (31)$$

де  $v_{(j)}(|\mathbf{y}_1|)$  — нова невідома функція і введено позначення

$$k_{(j)} l^4 = -q_{(j)}^2, \quad (32)$$

яке явно враховує від’ємні  $k_{(j)}, j = 0, 1, 2$ , отримаємо:

$$\frac{d^2 v_{(j)}(r)}{dr^2} = \frac{(v_{(j)}(r) - r)(v_{(j)}(r) + r)}{2r}. \quad (33)$$

Якщо обмежитися розглядом скінченних при  $\mathbf{y} = 0$  розв’язків рівняння (25) (бо для сингулярності в цій

точці немає фізичних підстав), то до рівняння (33) треба додати граничні умови

$$v_{(j)}(r)|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{dv_{(j)}(r)}{dr} \right|_{r=0} = C_{(j)}, \quad (34)$$

де  $C_{(j)}$  позначені довільні константи, від обрання значення яких залежить поведінка розв’язків рівнянь (33) для різних  $j$ . Відповідний аналіз цієї поведінки докладно наведено в [14]. Результат цього аналізу такий. У рівняння (33) є два очевидні часткові розв’язки

$$v_{(j)}^{(+)}(r) = r, v_{(j)}^{(-)}(r) = -r. \quad (35)$$

Графіки цих розв’язків розбивають півплощину  $(r, v_{(j)}), r > 0$  на три частини. Якщо розв’язок  $v_{(j)}(r)$  потрапляє в частину півплощини  $v_{(j)}(r) > v_{(j)}^{(+)}(r)$  (це відбувається за умови  $C_{(j)} > 1$ ), то при  $r \rightarrow +\infty$  розв’язок  $v_{(j)}(r)$  теж наближається до  $(+\infty)$ . Подібні розв’язки, як показано в [13, 14], описують конфайнмент кварків і глюонів. За умови  $C_{(j)} < 1$  розв’язок асимптотично при  $r \rightarrow +\infty$  наближається до  $v_{(j)}^{(-)}(r)$ , здійснюючи “загасаючі коливання” навколо цього розв’язку. Розв’язок  $v_{(j)}^{(+)}(r)$  є нестійким. Мале відхилення від нього в ділянку  $v_{(j)}(r) > v_{(j)}^{(+)}(r)$  або  $v_{(j)}(r) < v_{(j)}^{(+)}(r)$  приведе до реалізації асимптотики, характерної для кожної з цих ділянок.

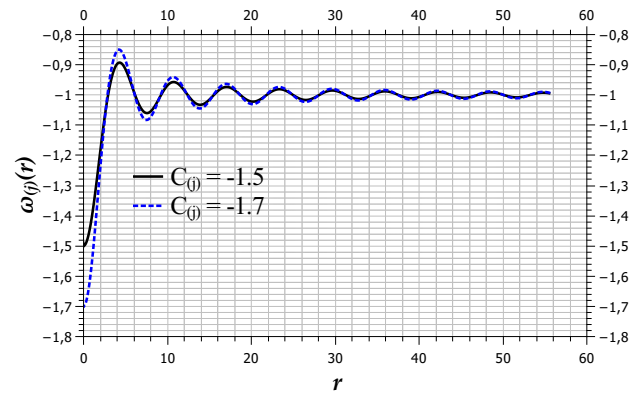


Рис. 1. Результати чисельного розв’язку рівняння (33) за різних граничних умов.

На рис. 1 показані приклади чисельних розв’язків рівняння (33) за різних значень константи  $C_{(j)}$ . При цьому наведені графіки для функції

$$\omega_{(j)}(r) = \frac{v_{(j)}(r)}{r}, \quad (36)$$

яка з точністю до сталого множника збігається з потенціалом гамільтоніана (30). Тому з рис. 1 видно, що, по-перше, оператор (30), а разом із ним і оператор (28) мають від’ємні власні значення. По-друге, ці власні значення залежать від обрання константи  $C_{(j)}$ . По-третє, власні функції цього оператора, що відповідають дискретному спектру, наближатимуться до нуля, якщо  $|\mathbf{y}_1| \rightarrow \infty$ . Це означає, що вони описуватимуть

зв'язаний стан двох калібрувальних бозонів. При цьому, внаслідок того, що потенціал  $\omega_{(j)}(r)$  має скінченну асимптотику, ці калібрувальні бозони не перебувають у стані конфайнменту, на відміну від [18].

Від'ємність власного значення оператора  $(\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}})^2$  разом з нелінійним внеском у рівняння

$$S_j = \int d^4 X dy \left( \frac{1}{2} g^{a_2 a_3} \frac{\partial \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial X^{a_2}} \frac{\partial \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial X^{a_3}} - 2 \sum_{b=1}^3 \left( \frac{\partial \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial y^b} \right)^2 + 2 f_{(j)}(\mathbf{y}) (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}))^2 + \frac{2}{3} (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}))^3 \right). \quad (37)$$

Інтегруючи за частинами доданки, що містять  $(\partial \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}) / \partial y^b)^2$ , і враховуючи, що  $\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})$  як власна функція дискретного спектра оператора  $(\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}})^2$  наближається до 0, якщо  $|\mathbf{y}| \rightarrow +\infty$ , отримаємо

$$S_j = \int d^4 X dy \left( \frac{1}{2} g^{a_2 a_3} \frac{\partial \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial X^{a_2}} \frac{\partial \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})}{\partial X^{a_3}} - \frac{1}{2} \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}) (\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}})^2 \gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}) + \frac{2}{3} (\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}))^3 \right). \quad (38)$$

Позначмо  $\psi_{(a,j)}(\mathbf{y})$  нормовану на одиницю власну функцію оператора  $(\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}})^2$ , що відповідає найменшому власному значенню. Само це власне значення позначмо  $(-\mu_{(a,j)})^2$ . Використання індексу  $a$  в дужках поряд з індексом  $j$  має на меті підкреслити, що йдеться про розв'язки рівнянь, що походять з рівняння (21) для функцій  $a_{(j)}$ , які можуть відрізнятися від відповідних розв'язків рівнянь (21) для

(27) для польової функції  $\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})$ , який, як видно з (1)–(27), походить від самодії неабелева калібрувального поля, призводять до спонтанного порушення симетрії. Справді, вираз для дії, що породжує рівняння (27), є таким:

функцій  $b_{(j)}$ , які розглядатимемо далі. Запишімо поле  $\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})$  так:

$$\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y}) = \phi_{(a,j)}(X) \psi_{(a,j)}(\mathbf{y}), \quad (39)$$

де  $\phi_{(a,j)}(X)$  — нові невідомі польові функції. Підставляючи (39) у (38) і виконуючи інтегрування за внутрішньою змінною  $\mathbf{y}$ , отримаємо:

$$S_{(j)} = \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \frac{\partial \phi_{(a,j)}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial \phi_{(a,j)}(X)}{\partial X^{a_2}} + \frac{\mu_{(a,j)}^2}{2} (\phi_{(a,j)}(X))^2 + \frac{2}{3} Z_{(a,j)} (\phi_{(a,j)}(X))^3 \right), \quad (40)$$

де введено позначення

$$\int d\mathbf{y} (\psi_{(a,j)}(\mathbf{y}))^3 = Z_{(a,j)}. \quad (41)$$

Як власна функція гамільтоніана (30), функція  $\psi_{(a,j)}(\mathbf{y})$  може бути піддана довільному  $U(1)$ -перетворенню. Оскільки поле  $\gamma_{(j)}(X, \mathbf{y})$  будується з одночастинкових дійсних калібрувальних полів, його розглядаємо як дійсне. Поле  $\phi_{(a,j)}(X)$ , щодо якого ми очікуємо, що після квантування воно описуватиме процеси народження і знищення бозонів Гіггса, також розглядаємо як дійсне, бо бозон Гіггса розпадається на два фотони [20] і, відтак, повинен бути нейтральним. Отже, функція  $\psi_{(a,j)}(\mathbf{y})$  також повинна бути дійсною. Внаслідок осциляційної теореми, оскільки  $\psi_{(a,j)}(\mathbf{y})$  є власною функцією гамільтоніана (30), яка відповідає найменшому власному значенню, ця функ-

ція для всіх значень аргумента приймає значення одного й того ж знака. Проте сам цей знак наведеними міркуваннями не визначається. Але його можна визначити з міркувань обмеженості знизу густини енергії поля  $\phi_{(a,j)}(X)$ . Для цього знак  $\psi_{(a,j)}(\mathbf{y})$  треба узгодити зі знаком  $\phi_{(a,j)}(X)$  так, щоб вони були протилежними. Запишемо  $\phi_{(a,j)}(X)$  у вигляді  $\phi_{(a,j)}(X) = \pm |\phi_{(a,j)}(X)|$  і, відповідно,  $Z_{(a,j)} = \mp |Z_{(a,j)}|$ . Густина енергії  $T_{00,(j)}$  для поля  $\phi_{(a,j)}(X)$  є такою:

$$T_{00,(j)} = \frac{1}{2} \sum_{a_1=0}^3 \left( \frac{\partial \phi_{(a,j)}(X)}{\partial X^{a_1}} \right)^2 - \frac{\mu_{(a,j)}^2}{2} (\phi_{(a,j)}(X))^2 + \frac{2}{3} |Z_{(a,j)}| (|\phi_{(a,j)}(X)|)^3 \quad (42)$$

і обмежена знизу величиною. Ця обмеженість досягнута, вочевидь, за рахунок уведення неаналітичності



$T_{00,(j)}$ , якщо  $\phi_{(a,j)}(X) = 0$ . Але за рахунок ненульового вакуумного значення поля  $\phi_{(a,j)}(X)$  нам потрібно буде проквантувати малі коливання поля в околі цього ненульового значення. За ненульових значень поля всі величини аналітичні. Тобто вказана неаналітичність не є суттєвою, бо поле не “дійде” до таких значень, за яких вона проявилася б.

Величина  $T_{00,(j)}$  має локальний мінімум, якщо

$$\phi_{(a,j)}(X) \equiv \phi_{(a,j)}^{min} = \frac{\mu_{(a,j)}^2}{2|Z_{(a,j)}|}. \quad (43)$$

Будь-яке відхилення  $\phi_{(a,j)}(X) = \phi_{(a,j)}^{min} + \delta\phi_{(a,j)}(X)$  від цієї польової конфігурації спричинятиме зростання густини енергії  $T_{00,(j)}$  за умови, що функція  $\delta\phi_{(a,j)}(X)$  прийматиме достатньо малі значення за довільних значень аргументу  $X$ . Точніше, для цього достатньо, щоб виконувалася вимога  $\delta\phi_{(a,j)}(X) > -\phi_{(a,j)}^{min}$ . Отже, маємо польові флуктуації навколо ненульового вакуумного значення  $\phi_{(a,j)}^{min}$ . При цьому, як видно з (42), розклад  $T_{00,(j)}$  в ряд Тейлора в околі цього значення має вигляд

$$\begin{aligned} T_{00,(j)} = & \frac{1}{2} \sum_{a_1=0}^3 \left( \frac{\partial (\phi_{(a,j)}(X) - \phi_{(a,j)}^{min})}{\partial X^{a_1}} \right)^2 \\ & - \frac{\mu_{(a,j)}^6}{24|Z_{(a,j)}|^2} + \frac{\mu_{(a,j)}^2}{2} (\phi_{(a,j)}(X) - \phi_{(a,j)}^{min})^2 \\ & + \frac{2}{3} |Z_{(a,j)}| (\phi_{(a,j)}(X) - \phi_{(a,j)}^{min})^3. \end{aligned} \quad (44)$$

Розгляньмо можливу фізичну інтерпретацію цих результатів. У попередньому розділі, розглядаючи рівняння двочастинкового калібрувального поля, ми виходили з динамічних рівнянь для “затравочних” безмасових калібрувальних полів. Припустимо, що ми маємо для такого безмасового калібрувального поля польову конфігурацію, що відповідає нульовим значенням усіх польових функцій. Тоді чотириектор енергії-імпульсу для такої польової конфігурації має нульові компоненти і ця властивість зберігається під час переходу до будь-якої іншої інерційної системи відліку. Тому для подальшого аналізу ми можемо обрати довільну систему відліку. В такій довільній системі відліку розгляньмо флуктуації польової конфігурації з нульовими польовими функціями. Оскільки поки що йдеться про безмасові поля, то енергетичний бар’єр для народження певної флуктуації визначається лише її характерною довжиною хвилі і зі зростанням цієї довжини може ставати скільки завгодно малим. А що йдеться про стан із нульовим імпульсом, то такі флуктуації повинні народжуватися, як мінімум, парами зі взаємно протилежними імпульсами. Водночас, як видно з попередніх міркувань і зокрема з результатів, наведених на рис. 1, взаємодія цих флуктуацій, яка є наслідком неабелевої самодії калібрувального поля, призводить до зниження енергії. За таких умов для достатньо довгохвильових флуктуацій зниження енергії за рахунок їх взаємодії виявитиметься більшим за витрату енергії на їх утворення.

Зокрема, утворення двох “затравочних” безмасових калібрувальних бозонів і їх зв’язування в бозон Гігґса не вимагатиме затрат енергії, а навпаки, відбуватиметься з виділенням енергії. Отже, можна фізично інтерпретувати від’ємний внесок в густину енергії (42), а відтак і від’ємний знак власного значення оператора (30), який породжує цей внесок. За описаних умов розглянута польова конфігурація з нульовими польовими функціями калібрувального поля стає нестійкою щодо таких флуктуацій. Як видно з рис. 1, навіть якщо відстань між калібрувальними бозонами наближається до нескінченності, внесок їх взаємодії в енергію не стає нульовим, а залишається від’ємним. Нагадаємо, що на рис. 1 наведено графік розв’язків рівняння (33), яке не допускає зміни на довільну константу. Звернімо увагу на те, що описана ситуація дуже нагадує Стандартну модель критичних явищ [21], коли сильні флуктуації в системі з кореляційним радіусом, що наближається до нескінченності, приводять до перебудови її основного стану. В нашому випадку така перебудова приведе до того, що довгохвильові скорельовані флуктуації калібрувальних полів вилучатимуться зі спектра, перетворюючись у поле Гігґса, натомість короткохвильові флуктуації, для яких енергія їх утворення перевищує енергію, що виділиться під час утворення з них бозона Гігґса, залишатимуться в спектрі калібрувальних полів. Наявність довгохвильових мод у спектрі калібрувального поля могла б забезпечувати нескінченний радіус взаємодії, що описується калібрувальним полем. Натомість їх вилучення зі спектра означає формування скінченного радіуса взаємодії. Оскільки в спектрі калібрувальних полів залишаються лише короткохвильові збудження, енергетичний поріг яких уже не може бути зведений до нуля, у калібрувальних полів з’являється маса. Отже, маємо процес типу критичної конденсації калібрувальних бозонів. Водночас взаємодія між калібрувальними бозонами породжує взаємодію між їхніми зв’язаними станами. Ця взаємодія описується кубічним по полю доданком у (42) і, виходячи з його знака, спричиняє зростання енергії. Конкуренція між цими двома процесами і встановлення рівноваги між ними визначають ненульове вакуумне очікування (43) поля  $\phi_{(a,j)}(X)$  і новий мінімум густини енергії. Отже, значення квадрата маси зв’язаного стану двох калібрувальних бозонів, яке, як видно з розкладу (44), дорівнює  $\mu_{(a,j)}^2$ , визначається не тільки “внутрішньою” енергією складальних частинок, а й внеском “зовнішньої” енергії їх взаємодії, не пов’язаним із внутрішнім станом. Тому “справжній” оператор квадрата енергії зв’язаного стану двох калібрувальних бозонів може бути записаний у вигляді:

$$\begin{aligned} (\hat{H}_{internal,(j)}^{true})^2 &= (\hat{H}_{(j)}^{internal})^2 \\ &+ \frac{d^2}{d(\phi_{(a,j)}(X))^2} \left( \frac{2}{3} |Z_{a,j}| (|\phi_{a,j}(X)|)^3 \right) \Bigg|_{\phi_{(a,j)}(X)=\phi_{(a,j)}^{min}} \hat{E} \\ &= (\hat{H}_{(j)}^{internal})^2 + 2\mu_{(a,j)}^2 \hat{E}. \end{aligned} \quad (45)$$

Тут уведено позначення  $\hat{E}$  для одиничного оператора. Відповідний внесок у “справжній” оператор не пов’язаний із внутрішнім станом і тому на просторі таких станів повинен представлятись одиничним оператором.

Наведені міркування дозволяють по-іншому, ніж ми це зробили в попередньому розділі, інтерпретувати перехід від рівняння (5) до співвідношення (9). Перші два доданки в (5) можна пояснити як взаємодію скалярного двочастинкового поля  $\phi_{g_1 g_2}(x_1, x_2)$  з двома екземплярами “затравочного” одночастинкового безмасового калібрувального поля. Як ми бачили, така “затравочна” польова конфігурація не є стійкою і тому не може реалізуватися як одночастинкове поле. З цих міркувань, ми можемо покласти одночастинкові польові функції в (5) рівними нулеві і відразу отримати (9). При цьому “справжнє” калібрувальне поле встановлює локальну інваріантність лагранжіанів (40) і взаємодіє з полем Гітса, набуваючи масу. Воно буде введене в наступному розділі.

Розгляньмо тепер поле  $b_{(j)}(X, \mathbf{y})$ , яке отримуємо з уведеного вище поля  $b_{(j)}(x_1, x_2)$  звуженням на підмножину одночасності (23). Маючи для нього таке ж рівняння, як і (24) для  $a_{(j)}(X, \mathbf{y})$  проведімо ті ж перетворення, що і для  $a_{(j)}(X, \mathbf{y})$ . Зокрема представляючи його у вигляді, аналогічному (26)

$$b_{(j)}(X, \mathbf{y}) = f_{(b,j)}(\mathbf{y}) + \gamma_{(b,j)}(X, \mathbf{y}). \quad (46)$$

Тоді для  $f_{(b,j)}(\mathbf{y})$  отримаємо таке саме рівняння (25) що й для  $f_{(j)}(\mathbf{y})$ . Щоб мати найпростішу ситуацію, оберімо як його розв’язок ту ж саму функцію, що й у випадку поля  $a_{(j)}(X, \mathbf{y})$ . Тобто знов розгляньмо сферично-симетричний розв’язок рівняння (25) і поставмо до нього ті ж самі граничні умови (34) з тим самим значенням константи  $C_{(j)}$  (для кожного  $j$ ). Тоді для поля  $\gamma_{(b,j)}(X, \mathbf{y})$  отримаємо рівнян-

ня з тим самим оператором  $\left(\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}}\right)^2$ , що й у (28). Але записуючи  $\gamma_{(b,j)}(X, \mathbf{y})$  у вигляді  $\gamma_{(b,j)}(X, \mathbf{y}) = \phi_{(b,j)}(X) \psi_{(b,j)}(\mathbf{y})$ , де  $\psi_{(b,j)}(\mathbf{y})$  задовольняє рівняння

$$\left(\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}}\right)^2 \psi_{(b,j)}(\mathbf{y}) = \left(-\mu_{(b,j)}^2\right) \psi_{(b,j)}(\mathbf{y}), \quad (47)$$

скористаємось тим, що це рівняння, окрім власної функції оператора  $\left(\hat{H}_{(j)}^{\text{internal}}\right)^2$ , має ще й тривіальний розв’язок  $\psi_{(b,j)}(\mathbf{y}) = 0$ . Обираючи саме цей варіант, отримуємо для поля  $\gamma_{(b,j)}(X, \mathbf{y})$  частковий розв’язок

$$\gamma_{(b,j)}(X, \mathbf{y}) = f_{(j)}(\mathbf{y}). \quad (48)$$

Тоді, враховуючи (19), (26), (39), (48), звуження полів  $\rho_{(j)}(x_1, x_2)$ ,  $j = 0, 1, 2$  на підмножину одночасності (23) набирає вигляду:

$$\rho_{(j)}(X, \mathbf{y}) = -|\phi_{(a,j)}(X)| |\psi_{(a,j)}(\mathbf{y})|. \quad (49)$$

Тепер ми можемо використати встановлені в цьому розділі властивості полів  $\rho_{(j)}(X, \mathbf{y})$  для аналізу взаємодії з неабелевим калібрувальним  $SU(2)$ -полем різних незвідних складників (16).

#### IV. ПОЛЕ ГІТСА, ПОВ’ЯЗАНЕ З АНТИСИМЕТРИЧНОЮ ЧАСТИНОЮ ДВОЧАСТИНКОВОГО ПОЛЯ (10)

Розгляньмо поле Гітса

$$H_{g_1}(X) = -|\phi_{(a,2)}(X)| e_{g_1}. \quad (50)$$

Тоді дію (40) для поля Гітса можна записати так:

$$S_{(2)} = \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \sum_{g_1=1}^3 \left( \frac{\partial H_{g_1}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial H_{g_1}(X)}{\partial X^{a_2}} \right) + \frac{1}{2} \mu_{(a,2)}^2 \sum_{g_1=1}^3 (H_{g_1}(X))^2 - \frac{2}{3} |Z_{(a,2)}| \left( \sum_{g_1=1}^3 (H_{g_1}(X))^2 \right)^{3/2} \right). \quad (51)$$

Наявність степеня  $3/2$  не становить проблеми, бо навіть глобального  $SU(2)$ -перетворення достатньо, щоб повернути орт  $e_{g_1}$  так, щоб він збігався з однією з координатних осей і, відповідно до (50), дві з трьох компонент поля Гітса обернулися на нуль. Як зазначалося вище, досі ми розглядали вирази для дії, які, подібно до (51), мають глобальну  $SU(2)$ -симетрію. Вимагаючи тепер симетрії лагранжіана, що відповідає дії (51), стосовно локальних  $SU(2)$ -перетворень подовжимо похідні й додамо лагранжіан вільного калібрувального поля. При цьому скористаємось тим, що, внаслідок дійсності поля Гітса, дію (51) можна переписати так:

$$S_{(2)} = \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \frac{\partial H_{g_1}^\dagger(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial H_{g_1}(X)}{\partial X^{a_2}} + \frac{1}{2} \mu_{(a,2)}^2 (H_{g_1}^\dagger(X) H_{g_1}(X)) - \frac{2}{3} |Z_{a,2}| (H_{g_1}^\dagger(X) H_{g_1}(X))^{3/2} \right). \quad (52)$$

Тут ми  $H_{g_1}(X)$ ,  $g_1 = 1, 2, 3$  розглядаємо як елементи стовпця і  $H_{g_1}^\dagger(X)$  позначаємо елемент ермітрово-спряженого рядка. За індексом  $g_1$ , що повторюється, як зазвичай мається на увазі підсумування. Замінюючи в (52) похідні від поля Гігґса на подовжені похідні, а похідні від ермітрово-спряженого поля на оператори, ермітрово-спряжені до подовжених похідних, отримаємо функціонал дії, який позначатимемо  $S_{(2,A)}$ :

$$\begin{aligned} S_{(2,A)} = & \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \sum_{g_1=1}^3 \left( \left( \frac{\partial H_{g_1}(X)}{\partial X^{a_1}} - g A_{a_1, g_3}(X) H_{g_2}(X) \varepsilon_{g_3 g_2 g_1} \right) \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left( \frac{\partial H_{g_1}(X)}{\partial X^{a_2}} - g A_{a_2, g_5}(X) \varepsilon_{g_5 g_1 g_4} H_{g_4}(X) \right) \right) \right) \\ & + \frac{1}{2} \mu_{(a,2)}^2 \sum_{g_1=1}^3 (H_{g_1}(X))^2 - \frac{2}{3} |Z_{(a,2)}| \left( \sum_{g_1=1}^3 (H_{g_1}(X))^2 \right)^{3/2} - \frac{1}{4} \sum_{g_1=1}^3 F_{g_1}^{a_1 a_2}(X) F_{a_1 a_2, g_1}(X). \end{aligned} \quad (53)$$

Тут  $F_{a_1 a_2, g_1}(X)$  — тензор напруженостей неабелева калібрувального поля. Оберімо калібрування, у якому поле Гігґса має вигляд:

$$H_{g_1}(X) = (0, 0, H_3(X)). \quad (54)$$

Розкладімо підінтегральний вираз за ступенями відхилення  $\delta H_3(X)$  поля  $H_3(X)$  від значення  $\phi_{(a,2)}^{\max}$  (43), що доставляє мінімум густині енергії:

$$\begin{aligned} S_{(2,A)} = & \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \frac{\partial \delta H_3(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial \delta H_3(X)}{\partial X^{a_2}} - \frac{1}{2} \mu_{(a,2)}^2 (\delta H_3(X))^2 - \frac{2}{3} |Z_{(a,2)}| (\delta H_3(X))^3 \right. \\ & - \frac{g^2}{2} \left( 2\phi_{(a,2)}^{\min} \delta H_3(X) + (\delta H_3(X))^2 \right) (A_1^{a_1}(X) A_{a_1,1}(X) + A_2^{a_1}(X) A_{a_1,2}(X)) \\ & \left. - \frac{1}{2} (g\phi_{(a,2)}^{\min})^2 (A_1^{a_1}(X) A_{a_1,1}(X) + A_2^{a_1}(X) A_{a_1,2}(X)) - \frac{1}{4} \sum_{g_1=1}^3 F_{g_1}^{a_1 a_2}(X) F_{a_1 a_2, g_1}(X) \right). \end{aligned} \quad (55)$$

У цьому виразі ми відкинули незалежний від польових функцій доданок, який походить із нульового внеску по ступенях  $\delta H_3(X)$  у розкладі частини лагранжіана, що відповідає полю Гігґса. З (55) видно, що масу  $m_2 = g\phi_{(a,2)}^{\min}$  отримали тільки компоненти калібрувального поля  $A_{a_1, g_1=1}(x)$  і  $A_{a_1, g_1=2}(x)$ , але не  $A_{a_1, g_1=3}(x)$ , що притаманно випадку коли поле Гігґса розглядається у векторному зображенні [9, 22, 23]. У праці [24] ми запропонували модель, у якій поле  $Z$ -бозонів розглянуто не як лінійна комбінація третьої компоненти  $SU(2)$ -калібрувального поля і  $U(1)$ -калібрувального поля, а зіставлено з компонентою  $A_{a_1, g_1=3}(x)$ . У межах такого підходу взаємодія калібрувального поля з антисиметричним за внутрішніми індексами полем Гігґса, як бачимо, не надає маси  $Z$ -бозонам. Але, як буде показано в наступному розділі,

функцію надання маси  $Z$ -бозонам виконує симетрична за внутрішніми індексами частина з нульовим слідом.

## V. СИМЕТРИЧНЕ ЗА ВНУТРІШНІМИ ІНДЕКСАМИ ПОЛЕ ГІГґСА З НУЛЬОВИМ СЛІДОМ

Аналогічно (50) введемо тензорне поле Гігґса:

$$H_{g_1 g_2}(X) = -|\phi_{(a,1)}(X)| e_{g_1 g_2}^s. \quad (56)$$

З урахуванням умови нормування (17) дію (40) можна переписати через поле (56).

$$\begin{aligned} S_{(1)} = & \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \frac{\partial H_{g_1 g_2}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial H_{g_1 g_2}(X)}{\partial X^{a_2}} + \left( (\mu_{(a,1)})^2 / 2 \right) (H_{g_1 g_2}(X) H_{g_1 g_2}(X)) \right. \\ & \left. - \frac{2}{3} |Z_{(a,1)}| (H_{g_1 g_2}(X) H_{g_1 g_2}(X))^{3/2} \right). \end{aligned} \quad (57)$$

Тепер ми можемо розглянути взаємодію калібрувального поля  $A_{a_1, g_1}(x)$  з тензорним полем Гіггса  $H_{g_1 g_2}(X)$ . Для цього достатньо вимагати незмінності лагранжіана, що відповідає дії (57) щодо перетворень приєднаного представлення локальної групи

$SU(2)$ , за яким перетворюється тензорне поле Гіггса  $H_{g_1 g_2}(X)$ .

Отже, вимога локальної  $SU(2)$  інваріантності буде виконана, якщо від дії (57) перейти до

$$\begin{aligned}
 S_{(1,A)} = & \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \left( \frac{\partial H_{g_2 g_1}(X)}{\partial X^{a_1}} - g H_{g_3 g_2}(X) A_{a_1, g_4}(X) \varepsilon_{g_4 g_3 g_1} - g H_{g_1 g_3}(X) A_{a_1, g_4}(X) \varepsilon_{g_4 g_3 g_2} \right) \right. \\
 & \times \left( \frac{\partial H_{g_1 g_2}(X)}{\partial X^{a_2}} - g A_{a_2, g_5}(X) \varepsilon_{g_5 g_1 g_6} H_{g_6 g_2}(X) - g A_{a_2, g_5}(X) \varepsilon_{g_5 g_2 g_6} H_{g_1 g_6}(X) \right) \\
 & + \left( (\mu_{(a,1)})^2 / 2 \right) (H_{g_1 g_2}(X) H_{g_1 g_2}(X)) - \frac{2}{3} g^2 |Z_{(a,1)}| (H_{g_1 g_2}(X) H_{g_1 g_2}(X))^{3/2} \\
 & \left. - \frac{1}{4} F_{g_1}^{a_1 a_2}(X) F_{a_1 a_1, g_1}(X) \right). \tag{58}
 \end{aligned}$$

Тут, як і в (53) — величина  $F_{a_1 a_2, g_1}(X)$  позначає тензор напруженостей неабелева калібрувального поля.

Після перетворень, вираз (58) можна записати так:

$$\begin{aligned}
 S_{(1,A)} = & \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \left( \frac{\partial H_{g_2 g_1}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial H_{g_1 g_2}(X)}{\partial X^{a_2}} \right. \right. \\
 & - 2g^2 \left( (H_{g_3 g_2}(X) H_{g_3 g_2}(X)) (A_{a_1, g_4}(X) A_{a_2, g_4}(X)) \right. \\
 & - (A_{a_1, g_1}(X) H_{g_1 g_2}(X)) (H_{g_3 g_2}(X) A_{a_2, g_3}(X)) \\
 & \left. \left. - \varepsilon_{g_3 g_4 g_1} \varepsilon_{g_5 g_2 g_6} H_{g_4 g_2}(X) H_{g_1 g_6}(X) A_{a_1, g_3}(X) A_{a_2, g_5}(X) \right) \right. \\
 & + \left( (\mu_{(a,1)})^2 / 2 \right) (H_{g_1 g_2}(X) H_{g_1 g_2}(X)) - \frac{2}{3} |Z_{(a,1)}| (H_{g_1 g_2}(X) H_{g_1 g_2}(X))^{3/2} \\
 & \left. - \frac{1}{4} F_{g_1}^{a_1 a_2}(X) F_{a_1 a_2, g_1}(X) \right). \tag{59}
 \end{aligned}$$

Для подальшого спрощення цього виразу скористайтесь тим, що симетричний тензор  $e_{g_1 g_2}^s$  ще на етапі розгляду глобальної  $SU(2)$ -симетрії відповідним глобальним перетворенням може бути зведений до діагонального вигляду. При цьому його слід повинен зберігатися і тому дорівнюватиме нулеві. З урахуванням цього можемо записати

$$e_{g_1 g_2}^s = m_1 \delta_{g_1 1} \delta_{g_2 1} + m_2 \delta_{g_1 2} \delta_{g_2 2} - (m_1 + m_2) \delta_{g_1 3} \delta_{g_2 3}. \tag{60}$$

Тут  $m_1, m_2$ - довільні коефіцієнти, які внаслідок умови нормування (17) повинні задовольняти вимогу:

$$m_1^2 + m_2^2 + (m_1 + m_2)^2 = 1. \tag{61}$$

З урахуванням представлень (60) і (56) вираз для дії (59) можна записати так:

$$\begin{aligned}
 S_{(1,A)} = & \int d^4 X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \left( \frac{\partial \phi_{(a,1)}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial \phi_{(a,1)}(X)}{\partial X^{a_2}} \right. \right. \\
 & - 2g^2 (\phi_{(a,1)}(X))^2 \left( A_{a_1, 1}(X) A_{a_2, 1}(X) \left( 1 - (m_1)^2 + 2m_2 (m_1 + m_2) \right) \right. \\
 & + A_{a_1, 2}(X) A_{a_2, 2}(X) \left( 1 - (m_2)^2 + 2m_1 (m_1 + m_2) \right) \\
 & \left. \left. + A_{a_1, 3}(X) A_{a_2, 3}(X) \left( 1 - (m_1 + m_2)^2 - 2m_2 m_1 \right) \right) \right). \tag{62}
 \end{aligned}$$

Оскільки поля  $A_{a_1,1}(X)$  і  $A_{a_1,2}(X)$  пов'язані з  $W^+$  і з  $W^-$ -бозонами, які є античастинками одна до одної, взаємодіючи з полем Гігґса, вони повинні отримувати однакові маси. Це означає, що коефіцієнти при  $A_{a_1,1}(X)A_{a_2,1}(X)$  і при  $A_{a_1,2}(X)A_{a_2,2}(X)$  в (62) повинні бути однаковими. Тому маємо рівняння:

$$\begin{aligned} 1 - (m_1)^2 + 2m_2(m_1 + m_2) \\ = 1 - (m_2)^2 + 2m_1(m_1 + m_2). \end{aligned} \quad (63)$$

Це рівняння має два розв'язки:

$$m_1 = m_2, m_1 = -m_2. \quad (64)$$

Розгляньмо спочатку випадок

$$m_1 = m_2 = m. \quad (65)$$

Тоді, внаслідок умови нормування (61), маємо

$$m^2 = \frac{1}{6}. \quad (66)$$

З урахуванням цього, замість (62), маємо

$$\begin{aligned} S_{(1,A)} = \int d^4X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \left( \frac{\partial \phi_{(a,1)}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial \phi_{(a,1)}(X)}{\partial X^{a_2}} \right. \right. \\ \left. \left. - g^2 (\phi_{(a,1)}(X))^2 \sum_{g_1=1}^2 A_{a_1, g_1}(X) A_{a_2, g_1}(X) \right) \right. \\ \left. + \frac{(\mu_{(a,1)})^2}{2} (\phi_{(a,1)}(X))^2 - \frac{2}{3} |Z_{(a,1)}| |\phi_{(a,1)}(X)|^3 \right. \\ \left. - \frac{1}{4} F_{g_1}^{a_1 a_2}(X) F_{a_1 a_2, g_1}(X) \right). \end{aligned} \quad (67)$$

Розгляньмо тепер можливість

$$m_1 = -m_2. \quad (68)$$

Тоді з урахуванням (61) отримаємо:

$$\begin{aligned} S_{(1,A)} = \int d^4X \left( \frac{1}{2} g^{a_1 a_2} \left( \frac{\partial \phi_{(a,1)}(X)}{\partial X^{a_1}} \frac{\partial \phi_{(a,1)}(X)}{\partial X^{a_2}} \right. \right. \\ \left. \left. - g^2 (\phi_{(a,1)}(X))^2 \left( \sum_{g_1=1}^2 A_{a_1, g_1}(X) A_{a_2, g_1}(X) + 4A_{a_1,3}(X) A_{a_2,3}(X) \right) \right) \right) \\ \left. + \frac{(\mu_{(a,1)})^2}{2} (\phi_{(a,1)}(X))^2 - \frac{2}{3} |Z_{(a,1)}| |\phi_{(a,1)}(X)|^3 - \frac{1}{4} F_{g_1}^{a_1 a_2}(X) F_{a_1 a_2, g_1}(X) \right). \end{aligned} \quad (69)$$

Отже, як видно з (67), якщо  $m_1 = m_2$ , як і у випадку, розглянутому в попередньому розділі, за рахунок взаємодії з полем Гігґса масу отримують лише поля  $A_{a_1, g_1=1}(X)$ ,  $A_{a_1, g_1=2}(X)$ , а відтак пов'язані з ними  $W^\pm$ -бозони, але не пов'язаний з  $A_{a_1, g_1=3}(X)$   $Z$ -бозон [24]. Натомість випадок  $m_1 = -m_2$  є цікавішим, бо, як видно з (69), у цьому разі масу набувають всі три компоненти калібрувального поля, а відтак — як  $W^\pm$ -бозони, так і  $Z$ -бозон. Цю масу можна отримати, як зазвичай, розкладаючи поле  $\phi_{(a,1)}(X)$  в ряд Тейлора в околі ненульового вакуумного значення  $\phi_{(a,1)}^{\min}$ , що визначається формулою (43). Нульовий доданок цього розкладу в (69) приводить до таких внесків у маси  $W^\pm$  і  $Z$ -бозонів за рахунок взаємодії з симетричним із нульовим слідом тензорним полем Гігґса  $H_{g_1, g_2}(X)$ :

$$\Delta m_W^{(1)} = \sqrt{2} g \phi_{(a,1)}^{\min}, \Delta m_Z^{(1)} = 2\sqrt{2} g \phi_{(a,1)}^{\min}. \quad (70)$$

Індекс (1) позначає, що йдеться про внески до маси за рахунок взаємодії зі симетричною з нульовим слідом частиною розкладу (10). Суттєво, що внесок у масу  $Z$ -бозона виявився більшим за внесок у масу  $W^\pm$ -

бозонів. Як відомо з експерименту [7], маса  $Z$ -бозона більша за маси  $W^\pm$ - бозонів. Оскільки взаємодія калібрувальних полів з антисиметричною частиною розкладу (10) породжує лише маси  $W^\pm$ -бозонів, якби зазначене співвідношенням між внесками не виконувалося б, то модель не відповідала б експерименту. Виходячи з (55), внески в маси за рахунок взаємодії калібрувальних полів з антисиметричною частиною розкладу (10) мають вигляд:

$$\Delta m_W^{(2)} = g \phi_{(a,2)}^{\min}, \Delta m_Z^{(2)} = 0. \quad (71)$$

Оскільки калібрувальне поле  $A_{a_1, g_1}(X)$  взаємодіє як з антисиметричною, так і з симетричною частиною розкладу (10), лагранжіан взаємодії міститиме суму відповідних внесків як в (69) так і в (55). Тому маси  $W^\pm$  і  $Z$ -бозонів у розглянутій моделі отримаємо, складаючи внески (70) і (71):

$$m_W = g \left( \sqrt{2} \phi_{(a,1)}^{\min} + \phi_{(a,2)}^{\min} \right), m_Z = 2\sqrt{2} g \phi_{(a,1)}^{\min}. \quad (72)$$

Ці формули, як уже зазначалося вище, залишають можливість задовольнити експериментальне співвідношення  $m_Z > m_W$ .

Для отримання цих результатів знадобився доволі специфічний вигляд тензора  $e_{g_1 g_2}^s$ , який перетворенням приєднаного представлення зводиться до

$$e_{g_1 g_2}^s = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta_{g_1 1} \delta_{g_2 1} - \delta_{g_1 2} \delta_{g_2 2}). \quad (73)$$

Окрім того, вектор  $e_{g_1}$ , що розглядався в попередньому розділі, як видно з (54), повинен зводитись також до специфічного вигляду

$$e_{g_1} = (0 \ 0 \ 1). \quad (74)$$

При цьому обидва зображення, (73) і (74), повинні реалізовуватись в одному й тому самому базисі лінійного простору, на якому реалізується приєднане представлення групи  $SU(2)$ . Цього можна досягти, якщо розглянути побудову двочастинкового калібрувального поля (1)–(3), обмежуючись лише компонентами  $A_{a_1, g_1=1}(x_b)$ ,  $A_{a_1, g_1=2}(x_c)$ ,  $b, c = 1, 2$ . Ці компоненти легко виразити через поля  $W_{a_1}^\pm(x_b)$ . Тобто, це означає, що бозон Гігса ми будемо розглядати не просто як зв'язаний стан двох калібрувальних бозонів, а саме як зв'язаний стан  $W^+$  і  $W^-$ -бозона, але не  $Z$ -бозона. У такому випадку всі компоненти тензора (3), а відтак і його незвідних частин (10), у яких хоча б один з індексів дорівнює трьом, є рівними нулеві. За таких умов вектор  $\phi_{g_3}(x_1, x_2)$ , що визначається співвідношенням (13), має лише одну компоненту, відмінну від нуля, і ця компонента відповідає значенню  $g_3 = 3$ . Відтак вектор  $e_{g_1}$ , що визначається (16), має потрібний вигляд (74).

Оскільки ненульові компоненти тензора  $e_{g_1 g_2}^s$  мають індекси, що дорівнюють 1 і 2, то його діагоналізацію можна досягнути лише обертами в площині простору внутрішніх індексів, ортогональній вектору  $e_{g_1}$ . Тому ці оберти не змінюватимуть потрібного вигляду цього вектора. Окрім того, компоненти  $e_{g_1 g_2}^s$ , у яких хоча б один індекс дорівнює 3, за таких обертів залишатимуться рівними нулеві. Але тоді діагональний вигляд цього тензора обов'язково виявиться однаковим з (73).

## VI. ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ І ВИСНОВКИ

На жаль, запропонована в цій роботі модель не розв'язує проблеми некалібрувального введення в Стандартній моделі юкавської взаємодії ферміонних полів

із полем Гігса. З фізичного погляду, оскільки, ферміони взаємодіють із  $W$ -бозонами, а бозон Гігса складається, в межах розглянутої моделі з  $W$ -бозонів, така взаємодія повинна відбуватися. Але як ввести її саме на основі калібрувального принципу, поки що незрозуміло. Оскільки всі фундаментальні ферміонні поля взаємодіють із  $W$ -бозонами, то тоді посередництвом поля Гігса вони можуть взаємодіяти між собою. З одного боку, це може пояснити нейтринне змішування, яке приводить до нейтринних осциляцій [25–27]. З іншого боку, незрозуміло, чому такі осциляції властиві лише для нейтрино, тобто чому не спостерігаються осциляції між електроном і мюоном, які через  $W$ -бозони можуть взаємодіяти з полем Гігса. Тобто, це поле може їх “перемішувати” подібно до відповідних нейтрино.

Ще одна проблема Стандартної моделі, яку не вдалося розв'язати в цій роботі, пов'язана з тим, що розбиття калібрувальних полів на заряджені поля  $W$ -бозонів і незаряджене поле  $Z$ -бозона неможливо зробити калібрувально-інваріантно. Тобто, переходячи до нової калібровки, потрібно перейти до дійсних полів  $A_{a_1, g_1}(x)$ , зробити калібрувальне перетворення, а потім виділяти поля  $W$ - і  $Z$ -бозонів. Саме в цьому сенсі ми й розуміли  $W^+$ ,  $W^-$  і  $Z$ -поля в цій роботі.

Згідно зі співвідношенням (10), окрім розглянутих у попередніх розділах антисиметричної і симетричної із нульовим слідом незвідних частин, двочастинкове калібрувальне поле містить ще скалярну частину. Згідно з розглянутими рівняннями (18)–(44), така частина також має ненульове вакуумне значення, яке виникає внаслідок спонтанного порушення симетрії. Тому таке поле природно називати скалярним за внутрішніми індексами — полем Гігса. Проте це поле не може взаємодіяти з калібрувальним полем і надавати таким способом масу його компонентам. Частинок такого поля не мають електричного заряду, бо воно дійсне. Вони не мають внутрішніх  $SU(2)$ -індексів і тому не беруть участі в слабкій взаємодії. Оскільки вони розглядаються як зв'язані стани калібрувальних  $SU(2)$ -бозонів, то такі частинки не можуть брати участі в сильній взаємодії. Водночас, через тензор енергії-імпульсу, таке скалярне поле може породжувати свій внесок у гравітаційне поле. Отже, такі скалярні за внутрішніми індексами бозони Гігса можуть розглядатися як кандидат в складники темної матерії.

[1] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).  
 [2] A. Salam, J. Ward, Phys. Lett. **13**, 168 (1964).  
 [3] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).  
 [4] P. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964).  
 [5] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).  
 [6] S. Dawson, C. W. Murphy, Phys. Rev. D **96**, 015041 (2017).  
 [7] C. Patrignani *et al.*, Chin. Phys. C **40**, 100001 (2016).

[8] Л. Райдер, *Квантовая теория поля* (Мир, Москва, 1998).  
 [9] М. Пескин, Д. Шрёдер, *Введение в квантовую теорию поля* (ПХД, 2001).  
 [10] S. Weinberg, Phys. Rev. D **13**, 974 (1976).  
 [11] E. Farhi, L. Susskind, Phys. Rep. **74**, 277 (1981).  
 [12] L. Susskind, Phys. Rev. D **20**, 2619 (1979).  
 [13] N. Chudak *et al.*, Phys. J. **2**, 181 (2016).

- [14] Yu. V. Volkotrub *et al.*, arXiv:1510.01937 (2015).  
 [15] E. Witten, Phys. Rev. Lett. **38**, 121 (1977).  
 [16] P. Forgacs, N. S. Manton, Commun. Math. Phys. **72**, 15 (1980).  
 [17] C. Grojean, Usp. Fiz. Nauk **177**, 3 (2007).  
 [18] F. Hoh, J. Mod. Phys. **7**, 36 (2016).  
 [19] А. М. Поляков, Письма журн. эксп. теор. физ. **20**, 430 (1974).  
 [20] G. Aad *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 191803 (2015).  
 [21] Ш. Ма, *Современная теория критических явлений* (Мир, Москва, 1980).  
 [22] H. Georgi, S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **28**, 1494 (1972).  
 [23] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *Введение в квантовую теорию калибровочных полей (2-е изд.)* (Наука, Москва, 1988), с. 272.  
 [24] K. K. Merkotan *et al.*, arXiv:1711.01914 (2017).  
 [25] Y. Fukuda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998).  
 [26] Q. R. Ahmad *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 071301 (2001).  
 [27] Q. R. Ahmad *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002).

MULTI-PARTICLE FIELDS AND HIGGS MECHANISM

K. K. Merkotan, T. M. Zelentsova, N. O. Chudak, D. A. Ptashynskiy,  
 V. V. Urbanevich, O. S. Potiienko, V. V. Voitenko, O. D. Berezovskyi, I. V. Sharph, V. D. Rusov  
*Odessa National Polytechnic University, 1, Shevchenko Ave., Odessa, UA-65044, Ukraine*  
*e-mail: sharph@ukr.net*

The paper draws attention to some theoretical problems of the Standard Model. In particular, the “phi-four” self-action of the Higgs field in the Standard Model is not a consequence of the derivatives “extension” in order to localize some symmetry. The same applies to the Yukawa interaction of the fermion fields with the Higgs field. The only manifestation of such interactions which are being discussed is the mass generation by particles of the Standard Model. Therefore it is unclear how the existence of such interactions can be confirmed experimentally. In the paper, it is proposed to consider the Higgs boson as a bound state of two gauge bosons and describe it by the multi-particle fields method [13, 14]. Within this approach, the self-action of the Higgs field is the consequence of the self-action of a non-Abelian gauge field, i.e. it is not a manifestation of a “new” non-gauge interaction. Unfortunately, within the proposed approach it is impossible to describe the Yukawa interaction in a similar way. Moreover, the “unnatural” sign in the Lagrangian under the squared Higgs field is not postulated as in the Standard Model, but it is the result of the dynamic equations of the two-particle gauge field. Therefore a physical interpretation of the spontaneous symmetry breaking is proposed by analogy with the phenomenon of the critical condensation. The bound state of two gauge bosons is described by the two-particle gauge field that takes values on the linear space of weak-isospin second rank tensors. Under the global group  $SU(2)$ -transformations, this linear space can be decomposed into a direct sum of invariant subspaces: tensors multiple of unit tensor, antisymmetric and symmetric tensors with zero trace. If we write the Lagrangians of these fields, the local  $SU(2)$ -symmetry of these Lagrangians will be achieved by the derivatives “extension”. Thus, the interaction of irreducible tensor fields with the Higgs field can be introduced. It is shown that the interaction of the antisymmetric part of the field with the gauge field contributes to the mass of  $W^\pm$ -bosons, and the interaction of the symmetric part with a zero trace with the gauge field contributes to the mass of all three gauge bosons, as  $W^\pm$  and  $Z^0$ -bosons. Hence the parameters of the model can be given that the  $Z^0$ -boson mass will be greater than the mass of the  $W^\pm$ -bosons, as required by the experiment.