

УДК 303.519.7

О.О. Шаповалова, Г.В. Солодовник, І.О. Татаров

Харківський національний університет будівництва та архітектури, Харків

МОДЕЛЮВАННЯ ПОПИТУ ІЗ ЗАЛУЧЕННЯМ МЕТОДІВ АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ

В статті в рамках системного аналізу діяльності магазину побутової техніки розглянуто процес побудови та застосування адаптивної моделі з залученням методу подвійного експоненціального згладжування. Використання можливостей табличного процесора дозволило реалізовувати лінійну модель Брауна, спираючись на статистичні дані діяльності торгового підприємства та оцінити перспективи його подальшого розвитку.

Ключові слова: часовий ряд, метод подвійного експоненціального згладжування, лінійна модель Брауна.

Постановка проблеми

Стрімко зростаючий курс долара, інфляційні процеси, відсутність та незадовільна якість високотехнологічних товарів вітчизняного виробництва, кризові явища в економіці пред'являють високі вимоги до спеціалістів в галузі підприємництва та торгівлі, роблять необхідним використання професійних знань методів аналізу стану ринку товарів та послуг, які могли б допомогти зорієнтуватися в складних процесах. Застосування розвинутого математичного апарату та інформаційних технологій для прийняття обґрунтованих рішень щодо перспектив розвитку бізнесу на сьогоднішній день є як ніколи актуальним, так як дозволяє втриматися на плаву в умовах кризи, застрахувати себе від ризиків та забезпечити стабільний дохід.

Методологія системного аналізу пропонує розглядати досліджуваний об'єкт як систему для досягнення певної мети в ході взаємодії з зовнішнім середовищем. Дослідження процесів і систем, зокрема в економіці, стикається з проблемою побудови математичних моделей, які залежать від багатьох факторів. З точки зору системного підходу торговельні підприємства можна розглядати як системи, ефективність роботи яких залежить від низки різнопланових факторів, та метою існування яких є отримання максимального доходу за умови задоволення потреб населення у відповідних видах товарів та послуг. Тоді в якості інтегрального показника успішності діяльності того чи іншого торговельного підприємства доцільно взяти до розгляду обсяги продажів відповідних товарів та з'ясувати перспективи їх зростання як запоруку дохідності підприємства.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Традиційно для моделювання та прогнозування продажів на основі статистичних даних використовуються ковзні середні і авторегресійні

моделі, або їх комбінація [1-3]. Такі моделі будуються на основі ретроспективних даних та лише опосередковано враховують вплив зовнішніх факторів. Безпосередньо врахувати подібні фактори можуть моделі лінійної та нелінійної регресії [4-5], але їх можливості обмежуються виглядом залежностей та непогано працюють в умовах сталої економіки. М'які обчислювальні методи, такі як нечітка логіка, штучні нейронні мережі та генетичні алгоритми [7-8] пропонують альтернативний підхід, беручи до уваги як ендегенні, так і екзогенні змінні, дозволяють обирати довільні нелінійні функції наближення, отримані безпосередньо з даних, але вимагають великих масивів статистичних даних за значний проміжок часу.

В даний час, за оцінками вчених, нараховується понад 150 різних методів прогнозування [1-9], 15-20 з яких використовується при аналізі економічних даних та класифікуються за ступенем формалізації, загальним принципом дії, способом отримання прогнозу інформації тощо. В нинішній кризовій, нестабільній, вкрай мінливій та погано передбачуваній ситуації, коли важко визначитись з низкою параметрів, що впливають на попит, приваблюють екстраполяційні адаптивні методи та моделі, що дозволяють оперативно враховувати зміни економічної ситуації.

Постановка завдання

Дійсна робота присвячена економіко-математичному моделюванню попиту на товари побутової техніки на підґрунті ретроспективних даних на прикладі магазину роздрібною торгівлі. Під час дослідження було проаналізовано ринок побутової техніки України, стан якого формується під впливом законів ринкової конкуренції, та здійснено огляд моделей та методів, що застосовуються для прогнозування попиту на товари побутової техніки.

Метою статті є побудова адаптивної моделі часового ряду з використанням методу подвійного

експоненціального згладжування на підґрунті статистичних даних щодо попиту на товари побутової техніки на українському споживчому ринку, а також визначення параметрів моделі та застосування її для точкового та інтервального прогнозування, що дозволить оцінити перспективи подальшого розвитку підприємства.

В якості засобів програмної підтримки використовувався табличний процесор MS Excel та його надбудови. Параметри моделі визначалися з застосуванням методу найменших квадратів [1-2].

Виклад основного матеріалу

Ідея методу простого експоненціального згладжування полягає в згладжуванні часового ряду ковзним середнім з експоненціальними вагами. Для ряду спостережень y_1, y_2, \dots, y_t експоненціальні середні першого S_t^1 та другого S_t^2 порядку для t -го періоду розраховується за наступними рекурентними формулами:

$$S_t^1 = \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}^1, \quad (1)$$

$$S_t^2 = \alpha S_t^1 + (1 - \alpha) S_{t-1}^2, \quad (2)$$

де α – коефіцієнт згладжування, для якого справедливі наступні співвідношення:

$$0 \leq \alpha \leq 1; \quad \alpha(1 - \alpha)^j \geq 0; \quad \sum_{j=0}^{t-1} \alpha(1 - \alpha)^j \rightarrow 1. \quad (3)$$

Для моделювання було обрано лінійну модель Брауна, в якій апроксимація проводиться за функцією:

$$\hat{y}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t, \quad (4)$$

а процес розвитку являє собою лінійну тенденцію з параметрами, що постійно змінюються. Оцінки параметрів \hat{a}_0 та \hat{a}_1 за теоремою Брауна-Майера [1] знаходяться як розв'язок системи лінійних рівнянь, яка пов'язує їх значення з експоненціальними середніми 1-го та 2-го порядків S_t^1 та S_t^2 :

$$\begin{cases} S_t^1 = \hat{a}_0 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \hat{a}_1; \\ S_t^2 = \hat{a}_0 - \frac{2(1 - \alpha)}{\alpha} \hat{a}_1. \end{cases} \quad (5)$$

При розв'язанні даної системи відносно \hat{a}_0 та \hat{a}_1 , одержуємо співвідношення:

$$\hat{a}_0 = 2S_t^1 - S_t^2, \quad (6)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_t^1 - S_t^2). \quad (7)$$

Точковий та інтервальный прогнози на період k з довірчою ймовірністю q розраховуються за формулами:

$$\hat{y}_{t+k} = \hat{a}_0 + k\hat{a}_1; \quad (8)$$

$$\hat{y}_{t+k} - t_{q/2} \cdot \sigma_{\hat{y}_{t+k}} \leq y_{t+k} \leq \hat{y}_{t+k} + t_{q/2} \cdot \sigma_{\hat{y}_{t+k}}, \quad (9)$$

де середньоквадратичні відхилення помилки прогнозу $\sigma_{\hat{y}_{t+k}}$ та моделі σ_{ε_t} обчислюються за формулами:

$$\sigma_{\hat{y}_{t+k}} = \sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{1 + 1.25q + kq^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_{\varepsilon_t} = \sqrt{\frac{\sum_{j=2}^t (y_j - \hat{y}_j)^2}{t - 3}}. \quad (11)$$

Для виявлення перспектив розвитку магазину побутової техніки на підґрунті статистичних даних обсягів продажу за три роки з використанням табличного процесора була побудована адаптивна модель (1-11), параметри якої змінюються від рівня до рівня, чим забезпечують урахування можливих впливів, навіть без з'ясування їх причин.

Початкове значення коефіцієнта альфа α було прийнято таким, що дорівнює 0,001. В якості початкового наближення для експоненційних середніх першого та другого порядків було обрано відповідно перший рівень ряду: $S_0^1 = y_1$ та нульове значення експоненційного середнього першого порядку $S_0^2 = S_0^1$. Решту значень отримано за рекурентними формулами (1-2). Коефіцієнти a_0 та a_1 обчислювались за співвідношеннями (6-7) (рис.1).

t	Продані на техніку, гр	S_t^1	S_t^2	a_0	a_1	y_{mod}	$(y_j - y_{mod})^2$
1	2820	=B5	=C5	=E5	=F5	=G5	=H5
2	3180	=B6	=C6	=E6	=F6	=G6	=H6
3	2468	=B7	=C7	=E7	=F7	=G7	=H7
4	2700	=B8	=C8	=E8	=F8	=G8	=H8
5	1705	=B9	=C9	=E9	=F9	=G9	=H9
6	1885	=B10	=C10	=E10	=F10	=G10	=H10

Рис.1. Формування моделі Брауна в табличному процесорі

Коли обчислювальний процес експоненційних середніх та коефіцієнтів організовано, у стовпчику G вводиться формула (8) для розрахунку U_{mod} за моделлю Брауна.

Щоб оцінити наскільки спостережувані дані відрізняються від модельних, у стовпчику H обчислюються квадрати помилок для кожного рівня, а потім знаходиться їх добуток. При виборі коефіцієнта згладжування α , який істотно впливає на результат прогнозу, використовується критерій мінімізації добутку квадрату помилок:

$$\sum_{j=2}^t (y_j - \hat{y}_j)^2 \rightarrow \min, \quad (12)$$

для чого використовується надбудова табличного процесора MS Excel «Пошук рішення» (рис. 2).

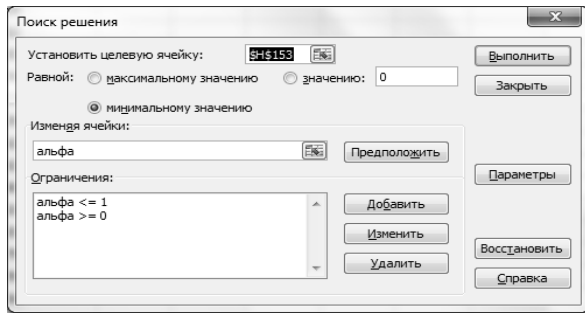


Рис.2. Вікно Пошуку рішення для розрахунку коефіцієнта згладжування α

Після виконання діалогу було отримано шукане значення $\alpha=0,541081566$ та автоматично перераховуються всі раніше введені формули. Так, співвідношення (1-2) для експоненціальних середніх 1-го та 2-го порядків приймуть вигляд:

$$S_t^1 = 0,5411 y_t + 0,4589 S_{t-1}^1, \quad (13)$$

$$S_t^2 = 0,5411 S_t^1 + 0,4589 S_{t-1}^2, \quad (14)$$

а співвідношення для прогнозування (8) вигляд:

$$\hat{y}_{t+k} = 25407,5 + 1504,6k. \quad (15)$$

Результати прогнозування за співвідношеннями (8-15) з довірчою ймовірністю 95% зведені в таблицю 1 та зображені на графіках рис.3.

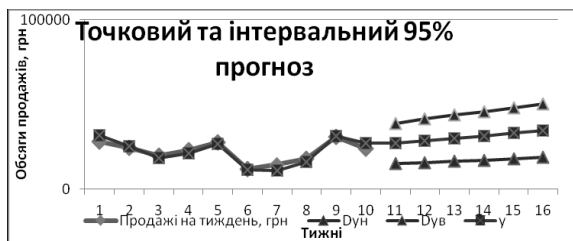


Рис.3. Вихідний та модельний ряд з прогнозуною частиною (на осі абсцис - тижні, на осі ординат – обсяги продажів, грн.)

Таблиця 1.

Результати прогнозування на 6 тижнів уперед

	A	B	C	D	E	F	G	H
154								
155	k	Y_{t-k}	Y_t	Y_t^b		σ_y	Δy	
156	1	26912	14949	38875	MSE	2,E+09	5282	11963
157	2	28417	15595	41239	σ_e	3764	5661	12822
158	3	29921	16295	43548	$t_{\alpha/2}$	2,26	6016	13626
159	4	31426	17040	45812			6352	14386
160	5	32931	17823	48038			6670	15108
161	6	34435	18639	50231			6974	15796
162								

Результати прогнозування було порівняно з реальними обсягами продаж торговельного підприємства «Ваша техніка» та розраховано абсолютні та відносні помилки прогнозування (табл.2).

Таблиця 2.

Обчислення абсолютних та відносних помилок прогнозування

Y_{t+k}	Y_t	Y_t^b	Уреальне	Упрогн- Уреальн	Відносна помилка
26912	14949	38875	30407	3494	11,49%
28417	15595	41239	25966	2450	9,44%
29921	16295	43548	27280	2641	9,68%
31426	17040	45812	25250	6175	24,46%
32931	17823	48038	28055	4875	17,38%
34435	18639	50231	36585	2149	5,88%
Середня відносна помилка					13,05%

Розкид помилок прогнозування виявився трохи більшим, ніж при моделюванні (від 5,88% до 24,46%), та середня відносна помилка складає 13%, що майже на 5% перевищує помилку моделювання (9,6%), але в цілому є прийнятною. Порівняльний графік реальних та прогнозних значень обсягів продажів (рис.4) свідчить, що крива реальних продажів не виходить за межі 95% інтервального прогнозу за лінійною моделлю Брауна, тижневі продажі коливаються навколо лінійного тренду.

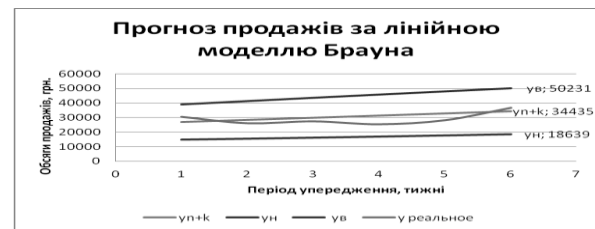


Рис.4. Точковий та 95% інтервальный прогноз обсягів продажів, грн, на шість тижнів уперед

За моделлю спостерігається лінійна тенденція до росту продаж у національній валюті, але кут нахилу прямої досить малий. Якщо ж досліджувати кількість одиниць проданої продукції, або обсяги продаж в американському доларі (основна маса побутової техніки імпортного виробництва та її закупівельна ціна розраховується в доларі або євро), то буде спостерігатися падіння обсягів продажів, що не може не турбувати власника підприємства.

Висновки

В ході виконання роботи було проаналізовано ринок побутової техніки України, досліджено перспективи його розвитку з урахуванням різних категорій товарів, виявлено тенденцію до його скорочення майже за всіма групами товарів. Також здійснено огляд чинників, що впливають на попит та обсяги продажів товарів побутової техніки та виявлено, що більшість цих чинників не підпадають під вплив керівників торговельного підприємства, а лише можуть бути прийнятими до уваги та враховуватися при плануванні продажів.

Під час дослідження було проаналізовано

моделі та методи, що застосовуються для прогнозування продажів на коротко- та довгостроковий період та побудовано адаптивну модель визначення обсягу продажів побутової техніки магазину роздрібної торгівлі з застосуванням методу подвійного експоненціального згладжування. З застосуванням можливостей табличного процесора було реалізовано лінійну модель Брауна, спираючись на статистичні дані щодо діяльності торгового підприємства.

Проведення статистичних тестів показало 95% адекватність побудованої моделі. Середня відносна помилка моделювання склала 9,6%.

Застосування лінійної моделі Брауна для прогнозування дозволило отримати інтервальний та точковий прогноз на 6 тижнів вперед, який свідчить про незначне зростання обсягів продажів в національній валюті.

Література

1. Арженовский С.В., Молчанов И.Н. Статистические методы прогнозирования: Учебное пособие /Рост. гос. экон. ун-т. – Ростов-на-Дону, 2001. – 74 с.
2. Celia Frank, Ashish Garg, Les Sztandera, Amar Raheja / Forecasting women's apparel sales using mathematical modeling/ *International Journal of Clothing Science and Technology*, Vol. 15 Iss: 2, 2003 – pp.107 – 125.
3. Колосницын И.В., Макаrchук Н.И. О построении целевой функции потребления // *Экономика и математические методы* / И.В. Колосницын, Н.И. Макаrchук. – 1982. – Вып. 4. – С. 620-633.
4. Броневицький А.П., Гречко Н.В. Прогнозування параметрів ефективності будівельних процесів ревіталізації промислових будівель// *Науковий вісник будівництва – Харків: ХНУБА, ХОТВ АБУ 2015.- №4(82)/2015, с.76-81.*
5. Николаева О.Г. Прогнозування показників будівельної галузі України з урахуванням сезонності /О.Г.Николаева, А.С.Лубенець // *Науковий вісник будівництва – Харків: ХНУБА, ХОТВ АБУ 2015.-№ 3 (81)/ 2015. – С. 208-212.*
6. Колесникова А.Ю. Модели поведения потребителей: возможности прогнозирования спроса / Колесникова А.Ю. *Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 1(59). – С. 117–122.*
7. Шаповалова О.О., Чернишова М.М. Розробка експертної системи формування інвестиційного портфеля з використанням апарату нечіткої логіки // «Фінансово-кредитна діяльність: проблеми теорії та практики». *Збірник наукових праць. Частина 2. – Харків: ХІБС УБС НБУ. – 2012. – С.215-222.*
8. Тимофеев В.С., Колесникова А.Ю. Прогнозирование продаж предприятия розничной торговли // *Экономика и математические методы* / В.С. Тимофеев В.С., А.Ю. Колесникова. – 2009. – Т. 45. – Вып. 3. – С. 48–63.
9. Chuchueva I. The time series extrapolation model based on maximum likeness set // *Математическое моделирование социальной и экономической динамики: труды III Международной конференции. М., 2010. – С. 281-283.*

References

1. Arzhenovskij S.V., Molchanov I.N. (2001). *Statisticheskie metody prognozirovaniya*, 74 p.
2. Celia Frank, Ashish Garg, Les Sztandera, Amar Raheja (2003). Forecasting women's apparel sales using mathematical modeling. *International Journal of Clothing Science and Technology*, 15(2), 107-125.
3. Kolosnicyn I.V., Makarchuk N.I. (1982). O postroenii celevoj funkicii potreblenija. *Jekonomika i matematicheskie metody*, 4, 620-633.
4. Bronevyc'kyj A.P., Grechko N.V. Prognozuvannya parametriv efektyvnosti budivel'nyh procesiv revitalizacii' promyslovyh budivel' (2015). *Naukovyj visnyk budivnyctva*, 4(82), 76-81.
5. Nikolajeva O.G., Lubenec' A.S. (2015). Prognozuvannya pokaznykiv budivel'noi' galuzi Ukrainy z urahuvannjam sezonnosti. *Naukovyj visnyk budivnyctva*, 3 (81), 208-212.
6. Kolesnikova A.J. (2010) Modeli povedenija potrebitel'ej: vozmozhnosti prognozirovaniya sprosa. *Sbornik nauchnyh trudov NGTU. – № 1(59). – S. 117–122.*
7. Shapovalova O.O., Chernyshova M.M. Rozrobka ekspertnoi' systemy formuvannya investycijnogo portfelja z vykorystannjam aparatu neचितkoi' logiky (2012). *Finansovo-kredytna dijtal'nist': problemy teorii' ta praktyky*, 2, 215-222.
8. Timofeev V.S., Kolesnikova A.J. Prognozovanie prodazh predpriatija roznichnoj tovgovli (2009). *Jekonomika i matematicheskie metody*, 45(3), 48–63.
9. Chuchueva I. The time series extrapolation model based on maximum likeness set (2010). *Matematicheskoe modelirovanie sotsial'noy i ekonomicheskoy dinamiki: trudy III Mezhdunarodnoy konferencii*, 281-283.

Рецензент: д-р фіз.мат. наук, проф. Н.Д. Сізова, Харківський національний університет будівництва та архітектури, Харків.

Автор: ШАПОВАЛОВА Олена Олександрівна
Харківський національний університет будівництва та архітектури, Харків, кандидат технічних наук, доцент.
E-mail – shapjvalova.elena@gmail.com,
shap_el@ukr.net

Автор: СОЛОДОВНИК Ганна Валеріївна
Харківський національний університет будівництва та архітектури, Харків, кандидат технічних наук, доцент.
E-mail – a.solodovnyk@gmail.com

Автор: ТАТАРОВ Ігор Олегович
Харківський національний університет будівництва та архітектури, Харків, студент 5 курсу.
E-mail– bodyka@inbox.ru

МОДЕЛИРОВАНИЯ СПРОСА С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Е.А. Шаповалова, А.В. Солодовник, И.О. Татаров

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, Харьков

В статье рассмотрен процесс построения и применения адаптивной модели в рамках системного анализа деятельности магазина бытовой техники с привлечением метода двойного экспоненциального сглаживания. Использование возможностей табличного процессора позволило реализовать линейную модель Брауна, опираясь на статистические данные деятельности торгового предприятия и оценить перспективы его дальнейшего развития.

Ключевые слова: *временной ряд, метод двойного экспоненциального сглаживания, линейная модель Брауна.*

DEMAND MODELING INVOLVING TIME SERIES ANALYSIS METHODS

E. Shapovalova, A. Solodovnyk, I. Tatarov

Kharkiv National University of Construction and Architecture, Kharkiv

Present work deals with economic-mathematical modelling of demand on household appliances basing on retrospective data on the example of retail store. During the research we analyzed the household appliances market on the territory of Ukraine, which is formed under the influence of market competitive laws and also we made a review of models and methods which are used to predict the demand on household appliances. The article describes the process of building and applying the adaptive model in the framework of system analysis with the assistance of the double exponential smoothing for store operations household appliances on Ukraine consuming market. During this research we defined the parameters of linear Brown's mode, also the model itself was implemented to conduct point and interval prediction aiming to assess the perspectives of further enterprise development. We used MS Excel spreadsheet and it's superstructures as a software. This model was used to predict the volume of sale during a period of six weeks and gave profound results. We used ordinary least squares to define the parameters of the model.

Keywords: *time series, the double exponential smoothing, linear Brown's model.*