

УДК 004.021:681.5:697

С.В. Головатенко¹, М.В. Новожилова²

Харківський національний університет будівництва і архітектури, Україна
Харківський національний університет міського господарства імені О.М.Бекетова,
Україна

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМИ ОПАЛЕННЯ ЖИТЛОВОГО БУДИНКУ

Представлено математичну модель автоматизованої системи управління опаленням будівлі, основними функціями якої є підтримка комфортного мікроклімату в приміщеннях при мінімізації економічних витрат з урахуванням економічно вигідних лімітів на споживання енергоресурсів.

Ключові слова: енергозбереження, математична модель, система опалення, система вентиляції

Постановка проблеми

В сучасних економічних умовах України питання зниження рівня споживання енергоресурсів стоїть на першому плані для більшості домашніх господарств. Це викликано істотним зростанням тарифів на енергоресурси для населення. Пряме зниження споживання енергоресурсів до рівня, економічно прийняттого для більшості населення, не здатне забезпечити комфортний мікроклімат приміщення, який характеризується набором оптимальних параметрів внутрішнього середовища (температура повітря, відносна вологість, швидкість руху повітря і інші), що забезпечують комфортне проживання людей і відповідають нормам для даного типу приміщень. На цей час існує програма державних субсидій, що дозволяє деяким верствам населення отримувати фінансову допомогу на оплату енергоресурсів. Одним з обмежень даної програми є субсидування виключно в рамках соціальних норм [1], які не завжди відповідають фактичному споживанню енергоресурсів і мають тенденцію до зниження. Таким чином, стає актуальною задача оптимізації споживання енергоресурсів домашніми господарствами при підтримці комфортного мікроклімату.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій

Вирішення даної проблеми в загальному вигляді зводиться до задачі енергозбереження. Додаткове утеплення будівельних конструкцій будівель і модернізація системи вентиляції дозволяють істотно знизити витрату теплоти, проте подібні заходи є досить дорогими [2]. Економічні аспекти і інвестиційні перспективи будівництва та експлуатації подібних будівель в різних сферах розглянуті в публікаціях [3-7]. Такі заходи мають досить високий термін окупності, а їх реалізація є трудомісткою. В роботі [8] розглянуто

поточний стан проблем енергозбереження, здійснено вибір найменш витратних шляхів підвищення енергоефективності будівель і запропонована інфологічна модель автоматизованої системи енергозбереження будівлі. У ряді наукових публікацій вивчається можливість застосування математичних методів системного аналізу для вивчення теплової ефективності будівель. Серед основних результатів виділено математичні моделі теплового режиму будівлі, теплового балансу будівлі, модель управління тепловим режимом інтелектуальної будівлі [9]. В роботі [10] розроблено та реалізовано імітаційні моделі інтегрованих систем опалення та охолодження, розглянуті моделі вентиляції, інфільтрації і моделі управління пристроями опалення та кондиціонування на основі метеорологічних даних. Однак огляд цих та інших наукових публікацій з питань зниження споживання енергоресурсів дозволяє зробити висновок про те, що математичні моделі і методи застосовуються до окремих енергозберігаючих заходів, а комплексний підхід практично не розглядається. При цьому залишається відкритим питання реалізації розглянутих моделей в умовах економічної політики житлово-комунальної сфери України.

Ще одним методом зниження споживання енергоресурсів, який часто розглядається в науковій літературі, є застосування альтернативних джерел енергії, але їх повсюдне впровадження в житлово-комунальну сферу можливо лише у віддаленій перспективі.

Таким чином, вирішення поставленого завдання передбачає застосування математичних моделей та оптимізаційних методів в сфері енергозбереження житлових будинків.

Формулювання мети статті

Метою даної статті є побудова і реалізація математичної моделі мінімізації витрат енергоресурсів

для підтримки комфортного мікроклімату в житлових приміщеннях.

Виклад основного матеріалу

Проведемо аналіз ефективності застосування різних пристроїв обігріву при різних параметрах внутрішнього і зовнішнього середовища. Найбільш поширеними способами опалення в Україні є централізоване опалення та індивідуальне опалення за допомогою газових котлів. Засоби індивідуального обліку тепла в системі централізованого опалення є скоріше винятком, ніж правилом, що не дозволяє більшості споживачів впливати на фінансові витрати при його експлуатації. Тому централізоване опалення далі не розглядатиметься. Одним з факторів, що істотно впливають на ефективність використання індивідуального газового опалення, є коефіцієнт корисної дії котла.

Площа житлового приміщення $S_{п}$ (m^2), яку можна опалити певною кількістю $V_{газа}$ (m^3) газу за опалювальний сезон, визначається за формулою:

$$S_{п} = \frac{V_{газа} \times Q_{газа} \times \eta_{котла}}{Q_{н.п.}} \quad (1)$$

де $Q_{газа}$ – теплота згоряння газу, кВт/год;

$\eta_{котла}$ – ККД котла, що використовується для опалення певного приміщення;

$Q_{н.п.}$ – норма витрати тепла для будівель за опалювальний сезон в певному населеному пункті, ГДж/ m^2 [11].

Зауважимо, що обсяг $V_{газа}$ може являти собою соціальну норму або інший необхідний досліднику показник.

Іншим способом опалення може служити обігрів за допомогою твердопаливних котлів, проте даний спосіб підходить виключно для приватних домоволодінь.

Найпоширенішим і загальнодоступним альтернативним енергоресурсом для пристроїв обігріву є електроенергія.

Використання електроенергії для обігріву кінцевим споживачем є простим і екологічно чистим способом. Однак економічно вигідні тарифи для приватного споживача жорстко лімітовані. Тому, як правило, обігрів за допомогою електроенергії розглядається споживачами виключно як тимчасовий захід, в разі недостатньої теплопродуктивності основного опалення.

Ще однією проблемою є обмеження максимально допустимої потужності для окремо виділеного домашнього господарства в сільській місцевості, що пов'язано з втратами на проводах підведення електроенергії, а також з обмеженнями на максимальне навантаження на підстанцію. Подібні проблеми, але з меншими обмеженнями, властиві домашнім господарствам, розташованим в приватному секторі міст, де максимальне навантаження на електричну

мережу обмежене договором користувача з постачальником послуг, а її збільшення часто вимагає цілого комплексу заходів.

Однак, у зв'язку з зацікавленістю виробників електроенергії в рівномірному навантаженні протягом доби на енергомережу, для населення існує можливість застосовувати багатотарифні лічильники електроенергії.

На сьогодні існує два способи тарифікації: двохзонна і тризонна. На рис. 1 представлена графічна інтерпретація актуального розподілу коефіцієнта тарифікації протягом доби. Отже, використання електроенергії для опалення стає доцільним в нічний час доби при перевищенні пільгового ліміту на газ в опалювальний сезон.

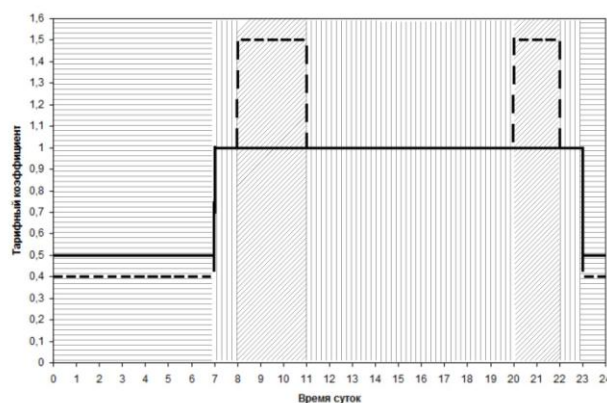


Рис. 1. Розподіл коефіцієнта тарифікації протягом доби
а) – для двозонної б) – для тризонної тарифікації.

- ▬ – нічний період;
- ▨ – напівпіковий період;
- ▧ – піковий період [9,10].

Більш того, електроенергія може бути використана для гарячого водопостачання.

Ще одним видом пристроїв обігріву, що набули широкого поширення на даний час, є системи кондиціонування. Такі системи дозволяють досить ефективно використовувати їх для обігріву приміщень.

Кондиціонери, на відміну від стандартних обігрівачів (де електрична енергія безпосередньо перетворюється в теплову), характеризуються значно більшою тепловіддачею, крім того за рахунок високого значення теплопродуктивності вони дозволяють досить швидко нагріти повітря навіть у холодному приміщенні. Однак їх застосування обумовлено цілим рядом обмежень, пов'язаних, в першу чергу, з температурою зовнішнього повітря. Основна множина подібних пристроїв здатна працювати при температурі зовнішнього повітря незначно нижче 0 °С. Останнім часом на ринку пристроїв обігріву з'являється безліч засобів модернізації систем кондиціонування, що дозволяють їм функціонувати при значно менших температурах, однак це пов'язано зі значним зниженням теплової потужності таких систем.

Таким чином, з'являється необхідність комбінування засобів підтримки мікроклімату для досягнення максимальної економії. Дана мета може бути досягнута шляхом застосування різних пристроїв обігріву в певний момент часу і певних параметрах внутрішнього і зовнішнього середовища. Наприклад: використання кондиційного опалення в періоди більш високої температури зовнішнього повітря, застосування газу при температурі меншій прийнятною для роботи кондиціонованого опалення і прямого електричного в нічний час при прогнозованій нестачі пільгової норми газу. Розглянемо більш детально процес підтримки мікроклімату в приміщеннях.

Основними характеристиками опалюваних приміщень є:

S_n – площа опалювального приміщення, m^2 ;

ΔT_j – різниця температури T_j^{out} зовнішнього повітря і цільової температури T_j^{in} всередині приміщення (температура внутрішнього повітря) в період часу j : $\Delta T_j = T_j^{in} - T_j^{out}$, $^{\circ}C$, $j=1,2,\dots, \tau$. З логіки викладення випливає, що $\Delta T \geq 0$, оскільки розглядається задача на обігрів приміщень. Задача охолодження, тобто реалізація випадку $\Delta T < 0$, не розглядається.

Введемо також в розгляд величину K_o – кількість теплової енергії, необхідної для забезпечення різниці температур зовнішнього і внутрішнього повітря на $1^{\circ}C$, для будівлі з певним рівнем опору огорожувальних конструкцій, $\frac{Дж}{^{\circ}C \cdot m^2 \cdot ч}$.

Припустимо, система опалення приміщення може включати множину $D=\{D_i\}$, $i=1,2,\dots,n$ різних пристроїв обігріву.

Розглянемо математичну модель функціонування такої системи опалення.

Введемо в розгляд бінарні змінні $x \in \{0,1\}$, характеризують стан (включено / вимкнено) пристроїв обігріву D_i , у j -й період часу, $j=1,2,\dots, \tau$.

Тоді багатовимірна величина $x_j=\{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}\}$ задає стан системи опалення в цілому в j -й період часу. Звідси безпосередньо випливає, що вектор ендеогенних змінних даної задачі має вигляд:

$$x=(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1\tau}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2\tau}, \dots, x_{nj}, \dots, x_{n\tau}).$$

На певних етапах моделювання більш зручним представляється запис множини ендеогенних змінних у вигляді матриці X :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1\tau} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{i\tau} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{n\tau} \end{bmatrix}.$$

При цьому j -й стовпець матриці X є вектор, що характеризує стан пристроїв обігріву в момент часу j , тоді як i -й рядок матриці X є вектор, що характеризує стан i -го пристрою за весь період часу $j=1,2,\dots, \tau$.

Основними характеристиками пристроїв обігріву D_i , $i=1,2,\dots,n$, є такі:

Q_i – кількість теплоти, що віддається i -м пристроєм обігріву при споживанні одиниці використовуваного енергоресурсу, $Дж$;

P_{ij} – вартість одиниці енергоресурсу, який використовується i -м пристроєм обігріву, грн. Величина P_i може змінюватися в часі протягом періоду τ за рахунок пільгових тарифів.

Таким чином, вартість C_{ij} підтримки мікроклімату в приміщенні i -м пристроєм обігріву в j -й момент часу визначається за формулою:

$$C_{ij} = \frac{\Delta T_j K_o P_{ij} S_n}{Q_i}, \quad (2)$$

Отже, матриця C

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1\tau} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{i1} & C_{i2} & \dots & C_{i\tau} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{n\tau} \end{bmatrix},$$

елементами якої є коефіцієнти C_{ij} (2), характеризують вартість використання пристроїв обігріву в кожен момент часу.

Введемо в розгляд бінарні змінні $y_{ij} \in \{0,1\}$, що характеризують наявність пільгового тарифу на електроенергію для експлуатації пристрою обігріву D_i , в j -й період часу, $j \in \{1,2,\dots, \tau\}$. Іншими словами, протягом пільгового періоду вартість електроенергії знижується в два рази. При цьому вважаємо $y_{ij}=1$, $j=1,2,\dots, \tau$, для пристроїв обігріву i -го типу, незалежного від електроенергії.

Тоді вектор $y_j=\{y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{nj}\}$ визначає пільгову складову системи опалення в цілому протягом j -го періоду часу.

Значення вектора y визначаються через наявність пільгового тарифу на енергоресурс, який використовує пристрій обігріву D_i в j -й момент часу.

Припустимо, що цільова температура T_j^{in} задана ОГПР.

Тоді задача вибору пристрою обігріву може бути сформульована як задача мінімізації витрат на опалення:

$$f(C, x, y) \rightarrow \min_{x \in \Theta}, \quad (3)$$

де функція $f(C, x, y)$, яка визначає вартість експлуатації системи опалення, має вигляд:

$$f(C, x, y) = \sum_{i=1}^n C_i \sum_{j=1}^{\tau} x_{ij} y_{ij}, \quad (4)$$

або в розгорнутому вигляді:

$$f(C_{ij}, x_{ij}, y_{ij}) = K_o S_n \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{Q_i} \sum_{j=1}^{\tau} \Delta T_j x_{ij} y_{ij}, \quad (5)$$

Θ – область допустимих рішень задачі вибору пристрою обігріву.

Визначимо вид основних обмежень задачі (3), які формують область допустимих рішень Θ .

Зауваження 1. Для зручності подальшого викладу в задачі проектування системи опалення деякого житлового приміщення і моделювання процесу його обігріву, тобто процесу функціонування системи, в якості пристроїв обігріву в проектованій системі розглянемо наступні:

D_1 – система опалення на основі газового котла;

D_2 – електричні обігрівачі з прямим перетворенням електричної енергії в тепло;

D_3 – пристрої кондиціонування повітря в режимі обігріву.

Таким чином, $n=3$. За інтервал часу τ функціонування системи опалення кожного типу прийемо одну добу, тоді $\tau=24$. Тоді матриця X незалежних змінних задачі і матриця C вартості експлуатації пристроїв обігріву мають вигляд, відповідно:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1\ 24} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2\ 24} \\ x_{31} & x_{32} & \dots & x_{3\ 24} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1\ 24} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2\ 24} \\ C_{31} & C_{32} & \dots & C_{3\ 24} \end{bmatrix}.$$

Зрозуміло, реалізації систем опалення D_1, D_2, D_3 можуть бути різними, тобто це є векторні характеристики.

Введемо в розгляд наступні екзогенні параметри:

T_3^{\min} – мінімально допустима температура зовнішнього повітря для роботи системи кондиціонування на обігрів. Даний параметр визначається виробником кондиціонера;

N_g – добовий ліміт газу пільгової норми газу, прийемо його рівним добовій частці від загального ліміту пільгової норми газу.

Сформуємо функції обмежень задачі.

Покладемо, $G_j(x_{1\sum j})$ – сумарний обсяг газу, який витрачено до j -му моменту часу. Функція $G_j(x_{1\sum j})$ має вигляд:

$$G_j(x_{1\sum j}) = \frac{K_o S_{\text{пом}}}{Q_1} \sum_{k=1}^j \Delta T_k x_{1k}, \quad (6)$$

При застосуванні електроенергії для опалення (пристрій D_2) виберемо двозонний спосіб тарифікації. На практиці даний спосіб тарифікації означає пільгову ціну на електроенергію в період з 23:00 до 7:00. За

звітний період виберемо час з 23:00 до 23:00 наступної доби. Тоді пільговий тариф на електроенергію буде діяти при $j = 1, 2, \dots, 8$, а повний тариф при $j = 9, 10, \dots, 24$. Таким чином:

$$y_{ij} = \begin{cases} 0.5, & \text{if } j \in \{1, 2, \dots, 8\} \\ 1, & \text{if } j \in \{9, 10, \dots, 24\} \end{cases}, \quad i=2, 3. \quad (7)$$

Обмеження на використання системи кондиціонування є таким:

$$x_{3j} T_j^{\text{out}} \leq T_3^{\min}. \quad (8)$$

Обмеження на використання системи опалення D_1 на основі газового котла має вигляд набору нерівностей:

$$\begin{cases} G_j(x_{1\sum j}) \leq N_g \\ x_{1j} y_{2j} > 0.5 \end{cases}, \quad (9)$$

де під набором нерівностей розуміється виконання хоча б одного з нерівностей даної структури.

Функція цілі $f(C, x, y)$, що визначає вартість експлуатації проектованої системи опалення протягом доби в умовах Зауваження 1, має вигляд:

$$f(C, x, y) = \sum_{i=1}^3 C_i \sum_{j=1}^{24} x_{ij} y_{ij}. \quad (10)$$

Таким чином, представлена математична модель (6 - 10) дозволяє реалізувати підхід до зниження вартості опалення шляхом оптимального вибору пристроїв обігріву без шкоди якості мікроклімату житлових приміщень.

Висновки

Запропоновано підхід до моделювання процесу обігріву житлового приміщення, тобто процесу функціонування системи опалення в часі при обмеженій кількості пристроїв обігріву як основи проектування відповідної системи опалення.

Побудована математична модель є багатовимірною динамічною задачею дискретної оптимізації, і її розв'язок задає оптимальний режим опалення житлового будинку, забезпечуючи зниження витрат.

Крім того, в рамках даної моделі можуть бути введені додаткові обмеження на використання тих чи інших систем опалення (вологість повітря, теплота згоряння газу в окремому регіоні та ін.), які дозволять забезпечити додаткову економію енергоресурсів. Математична модель (6 - 10) алгоритмічно і програмно реалізована, є фундаментом для проектування автоматизованої системи управління режимами опалення житлового приміщення.

Література

1. Постанова КМУ. Про встановлення державних соціальних стандартів у сфері житлово-комунального обслуговування № 409 від 6 серпня 2014 р. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/>.

2. Алексахин, А.А. Оценка энергосберегающего потенциала функционирующих жилых зданий [Текст] / А.А. Алексахин, А.В. Бобловский // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. 2012. – No 1 – С. 10–14.
3. Ellis, R. (2009). Who pays for green? The economics of sustainable buildings. *EMEA Research*, 19.
4. Garnier, D. (2010) Green Buildings and the finance sector. *An Overview of Financial Institution Involvement in Green Buildings in North America*, 42.
5. Jones, James R., Bozorgi, A. (2010) A Procedure for Linking Projected Energy Performance Uncertainty with Investment Decision-Making. *ACEEE Summer Study on Energy Efficiency in Buildings*, 14-27.
6. Nelson, Andrew J. (2009) How Green a Recession? – Sustainability Prospects in the US Real Estate Industry. *RREEF Research*, 70, 17.
7. Eichholtz, P., Kok, N., Quigley, John M. (2009). Doing Well by Doing Good? Green Office Buildings. *Center for the study of Energy Markets*, 41.
8. Головатенко, С.В. Моделирование системы управления тепловыми режимами будівлі [Текст] / С.В. Головатенко, М.В. Новожилова // Науковий вісник будівництва. – 2015. – Вип. 80 – С.229-232.
9. Табуничиков, Ю.А. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий [Текст] / Ю.А. Табуничиков, М.М. Бродач // М.:АВОК-ПРЕСС, 2002.– 194 с.
10. Weitzmann, P. (2004) Modelling building integrated heating and cooling systems. *Denmarks tekniske universitet*, 314.
11. Норми та вказівки по нормуванню витрат палива та теплової енергії на опалення житлових та громадських споруд, а також на господарсько-побутові потреби в Україні [Текст]: (КТМ 204 України 244-94).
3. Ellis, R. (2009). Who pays for green? The economics of sustainable buildings. *EMEA Research*, 19.
4. Garnier, D. (2010) Green Buildings and the finance sector. *An Overview of Financial Institution Involvement in Green Buildings in North America*, 42.
5. Jones, James R., Bozorgi, A. (2010) A Procedure for Linking Projected Energy Performance Uncertainty with Investment Decision-Making. *ACEEE Summer Study on Energy Efficiency in Buildings*, 14-27.
6. Nelson, Andrew J. (2009) How Green a Recession? – Sustainability Prospects in the US Real Estate Industry. *RREEF Research*, 70, 17.
7. Eichholtz, P., Kok, N., Quigley, John M. (2009). Doing Well by Doing Good? Green Office Buildings. *Center for the study of Energy Markets*, 41.
8. Golovatenko, S., Novozhilova, M. (2015) Modeljuvanja sistemi upravlinnja teplovimi rezhimami budivli. *Naukovij visnik budivnictva*, 80, 229-232.
9. Tabunshhikov, Ju., Brodach, M. (2002). Matematicheskoe modelirovanie i optimizacija teplovoj jeffektivnosti zdaniy. *AVOK-PRESS*, 194.
10. Weitzmann, P. (2004) Modelling building integrated heating and cooling systems. *Denmarks tekniske universitet*, 314.
11. Normi ta vkazivki po normuvannju vitrat paliva ta teplovoi energii na opalennja zhitlovih ta gromads'kih sporud, a takozh na gospodars'ko-pobutovi potrebi v Ukraini (KTМ 204 Ukraini 244-94).

References

1. Pro vstanovlennja derzhavnih social'nih standartiv u sferi zhitlovo-komunal'nogo obslugovuvannja № 409 vid 6 serpnja (2014). *Postanova KМУ*. Retrieved from <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/>.
2. Aleksahin, A., Boblovskij, A. (2012). Ocenka jenergoberegajushhego potenciala funkcionirujushhih zhilyh zdaniy. *Jenergoberezenie. Jenergetika. Jenergoaudit*, 1, 10–14.

Автор: ГОЛОВАТЕНКО Сергій Валерійович
аспірант, інженер-електронік
НВО ТОВ «Вертикаль»
E-mail – ser8624@gmail.com
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7169-6899>

Автор: НОВОЖИЛОВА Марина Володимирівна
доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри
прикладної математики кібернетики і інформаційних
технологій
Харківський національний університет міського
господарства імені О.М.Бекетова
E-mail – m.novozhilova04@gmail.com
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9977-7375>

OPTIMIZATION OF HEATING SYSTEM OPERATION IN RESIDENTIAL DWELLING

S. Golovatenko, M. Novozhilova

Kharkiv National University of Civil Engineering and Architecture, Ukraine

O.M. Beketov National University of Urban Economy, Ukraine

The approach to modeling the process of heating the dwelling is proposed. We consider the process of the heating system functioning in time taking into account a nature constraint concerning limited number of heating devices as elements for designing optimal structure of corresponding heating system. As elements of heating system being developed following devices are considered: gas boiler, electric heater, air conditioning as well as central heating.

The detailed analysis of main parameters of those devices such as amount of heat, unit cost has been considered. Moreover characteristics of a comfortable microclimate in residential areas have been studied.

The mathematical model that is constructed in the paper is a multidimensional multicriteria dynamic problem of discrete optimization. As the optimal decision we accept the one that describes the optimal mode of heating in residential building, ensuring a reduction in costs. Mathematical model algorithmically and programmatically implemented, is the basis for the design of an automated control system for the modes of heating in a dwelling.

Within the framework of this model, additional restrictions can be imposed on the use of certain heating systems that will allow additional energy savings. Such limitations are: air humidity, heat of combustion of gas in a certain region, maximum load on the electrical network, the possibility of accumulating thermal energy, recuperation of ventilated air and wastewater, predicted air temperature etc. The implementation of this system can significantly reduce the cost of heating in the presence of several heating systems and the availability of preferential limits on energy.

Keywords: energy saving, mathematical model, heating system, conditioning system