

Вычисление корреляционной размерности и энтропии ЭЭГ сигналов на кластерных вычислительных системах

© О. Ю. Майоров^{1,2,3}, В. Н. Фенченко^{1,2,4}

¹Институт медицинской информатики и Телемедицины, Харьков, Украина

²Харьковская медицинская академия последипломного образования МЗ Украины

³ГУ «Институт охраны здоровья детей и подростков» НАМН Украины, Харьков

⁴Физико-технический Институт низких температур НАН Украины им. Б. И. Веркина, Харьков

Резюме

Введение. При исследовании мультифракталов биоэлектрических сигналов мозга (ЭЭГ, ВП) и сердца (ЭКГ, ВСР) необходимо корректное вычисление корреляционных размерностей D_2 .

Постановка задачи. Методология. Чтобы избежать систематических ошибок необходимо, чтобы участок ЭЭГ был стационарным и протяженным. По критерию Цониса (A. Tsonis) протяженность ряда ЭЭГ при $D_2 = 4 \div 8$ составляет около $(1 \div 2) 10^5$ отсчетов. Для этого требуются значительные временные затраты и мощные кластерные вычислительные системы. Однако отсутствуют единые критерии выбора параметров: 1) величины смещения d при реконструкции аттрактора, 2) оценке необходимой размерности пространства реконструкции m , 3) выбора минимальной величины размера ячеек ϵ , 4) количества точек K при вычислении пределов для расчета значения D_2 . Субъективный выбор параметров оператором исключает возможность применения кластерных систем, затрудняет сравнение результатов, полученных разными исследователями.

Цель работы. Разработать методы автоматизации процедуры вычислений корреляционных размерностей D_2 и корреляционной энтропии H_2 для использования кластерных вычислительных систем без участия оператора для субъективного выбора параметров вычислений.

Результаты исследования. Предложено реконструировать аттрактор на кластерных системах при разных значениях d для выбора оптимальной величины смещения.

Разработана модификация алгоритма вычислений Theiler J., позволяющая избежать погрешности, возникающей из-за недостаточной длины биосигнала. Для этого при суммировании не принимаются в расчет точки, расположенные слишком близко друг от друга, и используется ядро Гаусса вместо функции Хевисайда.

Предложен алгоритм автоматического поиска значения корреляционной размерности $D_2(m)$ и корреляционной энтропии H_2 на плато графиков Раппа.

Заключение. Автоматизация вычислений корреляционной размерности $D_2(m)$ и корреляционной энтропии H_2 биосигналов позволяет использовать для вычислений кластерную систему, уменьшает трудоемкость, устраняет субъективный фактор при выборе параметров процесса реконструкции аттрактора, позволяет получать сравнимые результаты разными лабораториями.

Ключевые слова: ЭЭГ; биоэлектрическая активность; детерминированный хаос; реконструкция аттрактора; энтропия; размерность; кластерные вычислительные системы.

Клин. информат. и Телемед. 2014. Т.10. Вып.11. сс.10–20

1. Введение

В настоящее время изучение биоэлектрической активности мозга (ЭЭГ, ВП) и сердца (ЭКГ, ВСР) с позиций детерминированного хаоса проводится многими исследователями в разных лабораториях [1–12, 16–30, 32, 33, 36, 38, 44–46, 48].

Авторы при этом не пытаются построить модель эволюции динамической системы, описывающей биоэлектрическую активность, и не делают попытки понять физические механизмы происходящих процессов и изменений [1–12, 16–25, 27–30, 32, 33, 36, 38].

При этом исходят из того, что биоэлектрическая активность может быть описана в рамках диссипативных систем [35].

Тогда, установив наличие детерминированного хаоса в системе, можно выполнить реконструкцию ее аттрактора, т. е. построить по ряду $\{x_i\}_{i=1, \dots, \dots}$, полученному в результате измерения

через определенные интервалы времени биоэлектрического сигнала $x(t)$, новый (реконструированный) аттрактор, обладающий теми же параметрами, что и исходный.

Для этого строят m -мерные вектора $\{Z_k^{(i)}\}_{i=1, \dots, N-(m-1)d}$, где $Z_k^{(i)} = x_{j+d(k-1)}$, $k = 1, 2, \dots, m$, а d — смещение. При достаточно большом m параметры реконструированного аттрактора в m -мерном пространстве Z совпадают с параметрами исходного аттрактора в n -мерном пространстве X [35, 49].

К показателями однородности аттрактора, относятся, прежде всего, обобщенные **размерности Реньи** (A. Rényi) [31]. Для их вычисления необходимо разделить всю область, занятую аттрактором на ячейки со стороной ϵ . Пусть $p_i(\epsilon)$ — вероятность того, что некоторая точка аттрактора находится в i -й ячейке (т. е. эта вероятность характеризует относительную «наполняемость» ячейки).

Тогда

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} p_i^q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (1)$$

называют размерностями Реньи [31, 40, 43].

Для обычного однородного аттрактора (монофрактала) все эти размерности совпадают, но если они различны, то рассматриваемое множество точек является мультифракталом. Т. к. при больших $q \gg 1$ основной вклад в сумму вносят ячейки, содержащие наибольшее число точек в них и, следовательно, характеризующиеся наибольшей вероятностью их заполнения. При малых $q \ll -1$ основной вклад в сумму дают самые разреженные ячейки с малыми значениями чисел заполнения, то значения D_q показывают, насколько неоднородным является исследуемый аттрактор. Наиболее важными для характеристики аттракторов являются: геометрическая размерность D_0 , информационная D_1 и корреляционная D_2 .

Размерность D_0 — это обычная хаусдорфова размерность аттрактора. Если аттрактор является мультифракталом, то она является наиболее грубой его характеристикой и не несет информации о его статистических свойствах, а просто отражает **структурную неоднородность** системы.

Размерность D_1 показывает, как информация, необходимая для определения местоположения точки в некоторой ячейке, возрастает при стремлении размера ячейки к нулю, т. е. характеризует **информационную сложность** системы.

Наконец, размерность D_2 характеризует зависимость вероятности того, что две произвольно выбранные точки из аттрактора лежат внутри одной ячейки, т. е. определяет **динамическую неоднородность** аттрактора.

Наши исследования показали, что аттракторы динамических систем биоэлектрических сигналов являются многофрактальными. Так, суммарная ЭЭГ состоит из сигналов, которые генерируются несколькими системами мозга, что находит отражение в виде изменения активности в исследуемых диапазонах (δ , θ , α , β_1 , β_2 , γ). Динамическая система ЭКГ также представляет собой мультифрактал: в нем отражается деятельность предсердий и желудочков. Наличие мультифрактальных свойств у аттракторов биологических систем подтверждается и исследованиями других авторов [17, 18, 41].

Несмотря на это, наиболее часто исследователи ограничиваются вычислением только корреляционной размерности D_2 , т. к. разработан достаточно эффективный метод, основанный на вычислении корреляционных сумм

$$C(K, m, \varepsilon) = \frac{1}{K^2} \sum_{i,j=1}^K \theta \left(\varepsilon - \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (Z_k^{(i)} - Z_k^{(j)})^2} \right) \quad (2)$$

где θ — функция Хевисайда (O. Heaviside), а K — число рассматриваемых точек аттрактора.

Корреляционная размерность D_2 вычисляется как [13].

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\sum_{i=1}^{\infty} p_i^2(\varepsilon) \right)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\ln C(K, m, \varepsilon)}{\ln \varepsilon}, \quad m \geq 2n + 1. \quad (3)$$

2. Постановка задачи

Корректное вычисление D_2 возможно только при соблюдении ряда условий, которые практически сложно выполнить.

Для того, чтобы избежать систематических ошибок при вычислениях необходимо, чтобы исследуемый участок ЭЭГ был стационарным, но при этом достаточно протяженным. Например, отвечал бы критерию Цониса (A. Tsonis) [39], который определяет минимальную длину ряда как $K > 10^{2+0.4D_2}$, т. е. при $D_2 = 4 \div 8$ около $(1 \div 2) \cdot 10^5$ отсчетов. Однако, вычисление корреляционных сумм для ряда такой длины требует значительных временных затрат и применения мощных вычислительных систем.

Одно из направлений в области создания таких систем — это кластеризация, т. е. объединение в группу нескольких вычислительных узлов на базе стандартных процессоров, соединенных высокоскоростной системной сетью и работающих совместно как единый вычислительный ресурс.

Однако здесь возникают трудности методического характера. Не существует единого критерия выбора параметров для вычислений: 1) подбора оптимальной величины смещения d при реконструкции аттрактора, 2) значения необходимой размерности пространства реконструкции m , 3) выбора минимально допустимой величины размера ячеек ε , 4) приемлемого количества рассматриваемых точек K при вычислении пределов для расчета значения D_2 .

Это требует участия оператора для субъективного выбора вычислительных параметров, что исключает возможность эффективного применения современных кластерных вычислительных систем. Обработка больших объемов экспериментальных данных становится крайне трудоемкой. Кроме того, субъективный выбор параметров ведет к значительным проблемам при сравнении результатов, полученных разными исследователями.

Анализ литературы выявил единичные работы, в которых представлены предельно простые алгоритмы [14, 34], или предложенный А. А. Меклер [48] и доступный широкому кругу пользователей алгоритм автоматического вычисления D_2 , выполненный на базе процедур, описанных Hegger R. et al. [15] и адаптированный для обработки сигналов ЭЭГ.

Исходя из вышеприведенного, можно сделать заключение, что проблема автоматизации вычислений к настоящему времени не решена в объеме, достаточном для практического применения на современных вычислительных системах.

Цель работы. Разработать методы автоматизации процедуры вычислений D_2 и H_2 , для использования кластерных вычислительных систем без субъективного выбора оператором параметров вычислений.

3. Результаты исследований

3.1. Выбор величины смещения d

Наиболее трудоемкой, требующей значительных временных затрат, процедурой является вычисление корреляционных сумм. Поэтому в расчетах, как правило, ограничиваются каким-либо одним значением смещения d в процессе реконструкции аттрактора [44].

Однако этого бывает недостаточно. Так, если смещение будет слишком малым, то последовательные координаты точек фазовой траектории будут практически неотличимыми. Если же смещение будет слишком большим, то координаты будут практически некоррелированными. В обоих случаях реконструируемый аттрактор не будет отражать истинной динамики. Так что удачный выбор смещения d может иметь решающее значение.

Однако, как указывалось ранее, надежные критерии выбора оптимальной величины смещения d отсутствуют. В то же время, применение кластерных вычислительных систем позво-

ляет провести реконструкцию аттрактора *при разных значениях* d и, реализовать выбор оптимальной величины смещения d , тем более, что алгоритм вычисления корреляционных сумм допускает эффективное распараллеливание процесса.

3.2. Модификация алгоритма вычислений J. Theiler

Во избежание погрешностей, связанных с недостаточной длиной исходного временного ряда, мы предлагаем модифицировать алгоритм вычислений J. Theiler [37].

Суть модификации состоит в том, что при суммировании не принимаются в расчет точки, расположенные слишком близко друг от друга, и используется, так называемое, ядро Гаусса (J. C. Gauss) вместо функции Хевисайда (O. Heaviside) [35].

3.3. Автоматизация вычисления корреляционной размерности D_2 реконструированного аттрактора

Как следует из алгоритма P. Grassberger, I. Procaccia [13] размерность реконструированного аттрактора определяют как наклон линейного участка графика зависимости $\log C(\epsilon)$ от $\log \epsilon$ (рис. 1а). Этому участку соответствует плато на графике Раппа (P. Rapp [50]), который представляет собой значения вышеупомянутых наклонов (рис. 1б).

Корреляционная размерность D_2 вычисляется как среднее значение графика Раппа в интервале ϵ , соответствующем данному плато. Протяженность плато зависит от величины ϵ . Когда ϵ велико, линейная зависимость пропадает из-за влияния границ аттрактора, где число соседей у каждой точки меньше. При уменьшении ϵ число соседей также уменьшается,

при этом сказывается влияние шума и, как следствие, нарушается опять линейность.

Естественно, возникает задача выявления горизонтального плато на графике Раппа. Простой метод, позволяющий достаточно грубо его найти, предложен А. А. Меклер [48]. Однако, при определении D_2 невозможно ограничиться рассмотрением только одного значения размерности пространства реконструкции, поэтому приходится анализировать множество графиков Раппа, причем из-за влияния погрешностей искомые плато на них, как правило, не имеют четко выраженных границ.

Для поиска плато выберем некоторую группу последовательных точек на графике Раппа для данной размерности реконструкции m , вычислим взвешенное среднее и взвешенное стандартное отклонение

$$D_2(m, i_b, i_e) = \frac{\sum_{k=i_b}^{i_e} \frac{\ln \frac{C(m, \epsilon_k)}{C(m, \epsilon_{k-1})}}{\ln \frac{\epsilon_k}{\epsilon_{k-1}}} \ln \sqrt{\epsilon_k \epsilon_{k-1}}}{\sum_{k=i_b}^{i_e} \ln \frac{\epsilon_k}{\epsilon_{k-1}}}, \quad (4)$$

$$\sigma(m, i_b, i_e) = \sqrt{\frac{\sum_{k=i_b}^{i_e} \left[\frac{\ln \frac{C(m, \epsilon_k)}{C(m, \epsilon_{k-1})}}{\ln \frac{\epsilon_k}{\epsilon_{k-1}}} \ln \sqrt{\epsilon_k \epsilon_{k-1}} - D_2(m, i_b, i_e) \right]^2}{\sum_{k=i_b}^{i_e} \ln \frac{\epsilon_k}{\epsilon_{k-1}}}}. \quad (5)$$

Выберем участок, для которого отношение взвешенного стандартного отклонения к взвешенному среднему минимально.

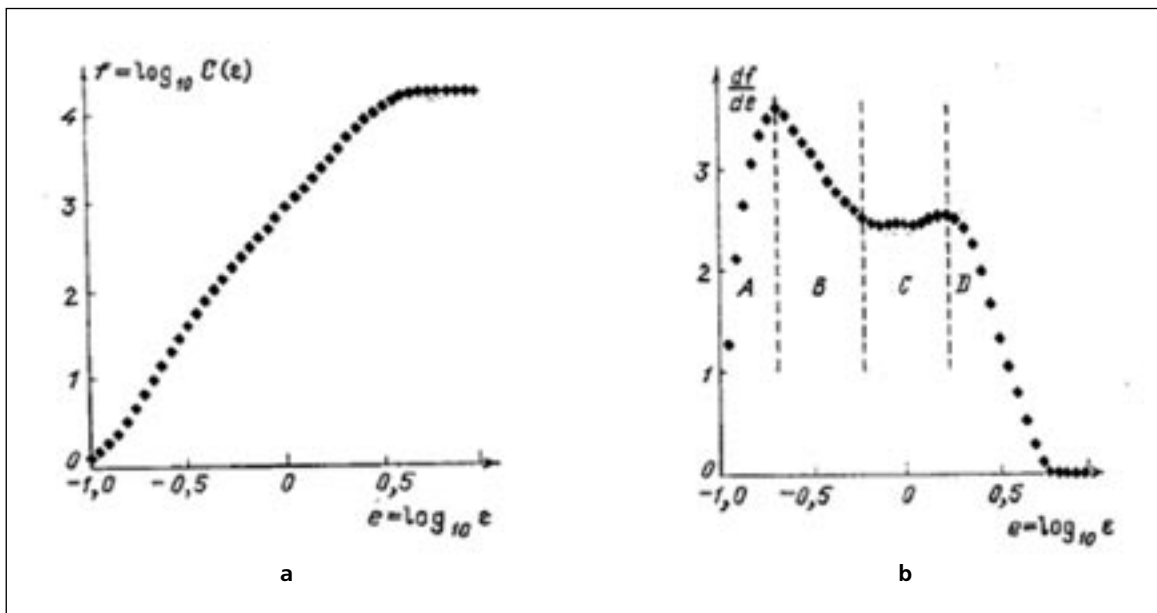


Рис. 1. Типичный вид зависимости корреляционного интеграла и тангенса наклона кривой $\log C(\epsilon)$ от $\log \epsilon$ (В области А (рис. 1б) размеры ячеек слишком малы, что не позволяет оценить вероятность попадания в них точек траектории, В — тут существенно влияние помех, С — точки в этой области характеризуют структуру аттрактора, D — размеры ячеек слишком велики и не характеризуют структуру аттрактора).

Для реконструкции ЭЭГ аттракторов минимальное значение ϵ можно принять, например, как 0,001 размера аттрактора (при меньших ϵ понадобится слишком длинный ряд, который не удастся получить из-за нарушения условия стационарности, т. к. состояние испытуемого может изменяться во времени). В то же время ϵ больше 0,05 размера аттрактора могут не рассматриваться т. к., по-видимому, теряется структура аттрактора.

Заметим, что при минимальных ϵ соответствующая корреляционная сумма может оказаться нулем (в реконструированной траектории не оказалось столь близких точек), поэтому поиск плато придется начать с больших значений ϵ . При этом, можно не рассматривать участки, для которых ϵ не могут считаться малыми (т. е. больше чем 0,01 размера аттрактора).

Следует отметить, что длина плато и его положение из-за размытости границ на графиках Раппа для разных размерностей пространства реконструкции могут несколько отличаться. Важно, однако, выбрать общий участок плато максимальной

длины на графиках Раппа для всех рассматриваемых размерностей пространства реконструкции. Полученные для таких участков значения $D_2(m, i_b, i_e)$ принимаем как приближенное значение размерностей $D_2(m)$.

Значения $D_2(m)$, очевидно, растут с увеличением размерности пространства реконструкции и выходят на плато (его поиск осуществляется по описанному выше алгоритму) при достаточно большом m . Взвешенное среднее $D_2(m)$ на этом плато принимаем за искомую корреляционную размерность.

На рис. 2а показан вид графиков Раппа и результаты выделения на них плато для вычисления величин $D_2(m)$, а на рис. 2б — результаты выделения плато на графике $D_2(m)$, расчета D_2 и оценки погрешности полученного значения.

Однако, если данные слишком «зашумлены» или рассматриваемый ряд (биосигнал) недостаточно длинный, то стабилизация не наступает, и в этом случае размерность аттрактора определить не удастся.

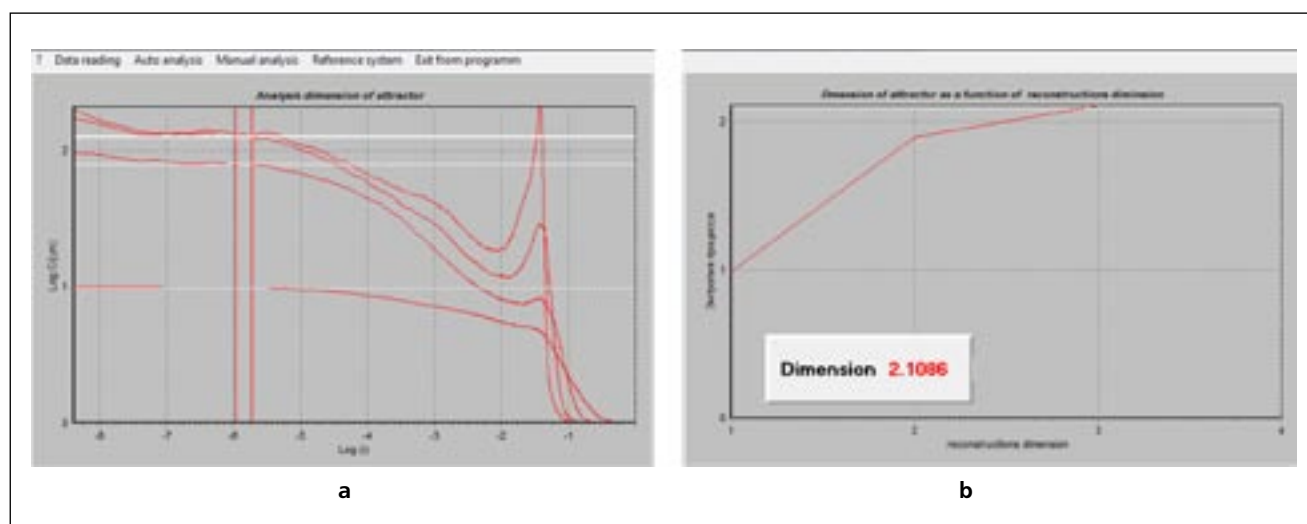


Рис. 2. Тестовый пример — вычисление размерности аттрактора Лоренца в автоматическом режиме (автоматически получено $D_2 \approx 2,11$, точное значение $D_2 \approx 2,06$ [47], погрешность расчета менее 2,5%, размерность пространства реконструкции до 4).

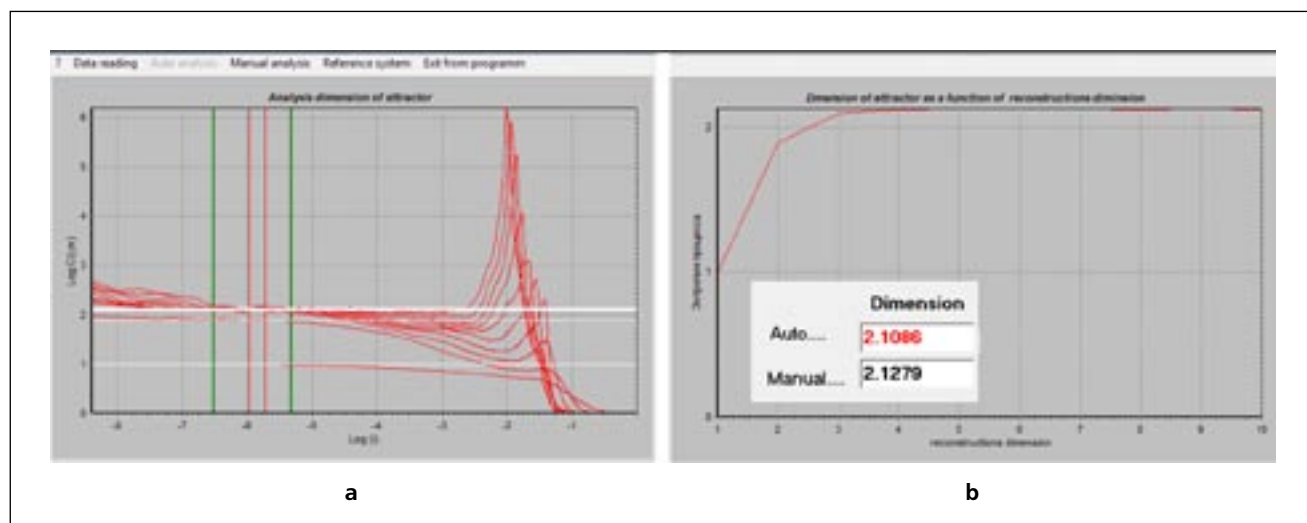


Рис. 3. Тестовый пример — вычисление размерности аттрактора Лоренца с участием оператора (получено оператором $D_2 \approx 2,13$, точное значение $D_2 \approx 2,06$ [47], погрешность расчета около 3%, рассмотрены пространства реконструкции вплоть до размерности 10).

На рис. 3а и 3б приведены результаты вычисления D_2 оператором и их сравнение с результатами автоматического вычисления. Оператору, несмотря на анализ большего числа графиков Раппа (а это существенные затраты времени на вычисление корреляционных сумм) не удалось улучшить точность вычисления D_2 .

При необходимости изложенный алгоритм допускает вычисление корреляционной размерности аттрактора D_2 с участием оператора без применения кластерных вычислительных систем. Оператор только выбирает максимальную размерность пространства реконструкции и имеет возможность попытаться самостоятельно выбрать плато на графиках Раппа.

На рис. 4 показан пример вычисления корреляционной размерности D_2 для реального ЭЭГ сигнала.

Теорема Такенса (F. Takens) [35] утверждает, что реконструкция заведомо может быть проведена в пространстве размерности $m \geq 2n + 1$, где n – размерность фазового пространства исходной системы.

Однако, как правило, реконструкция удается в пространствах гораздо меньшей размерности – в данном случае, например, ЭЭГ аттрактор с корреляционной размерностью $D_2 \approx 4,3$ был реконструирован в пространстве размерности $m = 6$. Заметим, что результаты расчета размерности ЭЭГ аттрактора, проведенные в автоматическом режиме, хорошо согласуются с данными, полученными другими авторами традиционными методами [42].

3.4. Анализ вычисления различных энтропий ЭЭГ. Автоматизация вычисления корреляционной энтропии H_2

Другой важной характеристикой динамической системы являются **энтропии Реньи** (A. Rényi) [31], которые определяются как [31, 43]:

$$H_q = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i_0, \dots, i_K} P_{i_0, \dots, i_K}^q \quad (6)$$

где P_{i_0, \dots, i_K} – вероятность того, что траектория в последовательные моменты времени проходит через ячейки с номерами i_0, \dots, i_K .

Если все вероятности одинаковые, тогда все распределения энтропии Реньи равны, в противном случае, энтропии слабо уменьшаются как функция от q . Более высокие значения q дают энтропию Реньи, которая в большей степени определена через рассмотрение только самых высоких вероятностей событий. Более низкие значения q дают энтропию Реньи, которая взвешивает все возможные события более равномерно, независимо от их вероятностей.

Наиболее важными являются **энтропия Шеннона** (С. E. Shannon) (**Колмогорова–Синяя**) или **информационная энтропия H_1** и **корреляционная энтропия H_2** . [49].

Энтропия H_1 , как известно, характеризует скорость потери динамической системой информации. Однако, исследователи часто ограничиваются вычислением только корреляционной энтропии H_2 , т. к. для этого разработан достаточно эффективный метод, основанный на вычислении корреляционных сумм:

$$H_2 = \frac{1}{d\tau} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \ln \frac{C(K, m, \epsilon)}{C(K, m+1, \epsilon)}, \quad (7)$$

где d – смещение реконструкции, а τ – шаг дискретизации по времени.

Корреляционная энтропия H_2 дает оценку снизу информационной энтропии и, следовательно, ее положительность является критерием наличия хаотического поведения системы.

Для вычисления корреляционной энтропии применим изложенный выше алгоритм.

На рис. 5а показан вид аналогов графиков Раппа (значений углов наклона на графике зависимости $\log \frac{C_n(\epsilon)}{C_{n+1}(\epsilon)}$ от $\log \epsilon$) и результаты выделения на них плато для вычисления величин $H_2(m)$, а на рис. 5б – результаты выделения плато на графике $H_2(m)$, расчета H_2 и оценки погрешности полученного значения.

На рис. 6а и 6б приведены результаты вычисления H_2 оператором и их сравнение с результатами автоматического вычисления. Как и при вычислении корреляционной размерности оператором, несмотря на анализ большего числа пространств реконструкции не удалось улучшить точность вычисления H_2 .

На рис. 7 показан пример вычисления корреляционной энтропии H_2 для реального ЭЭГ сигнала. При сопоставлении

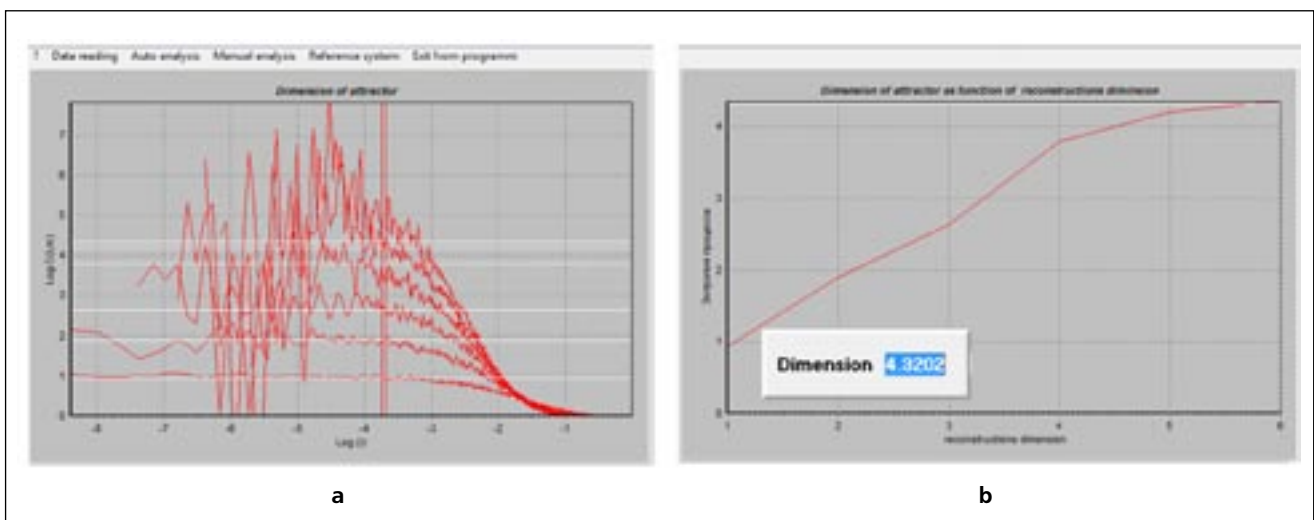


Рис. 4. Вычисление размерности ЭЭГ аттрактора в автоматическом режиме (здоровый испытуемый, состояние спокойного бодрствования).

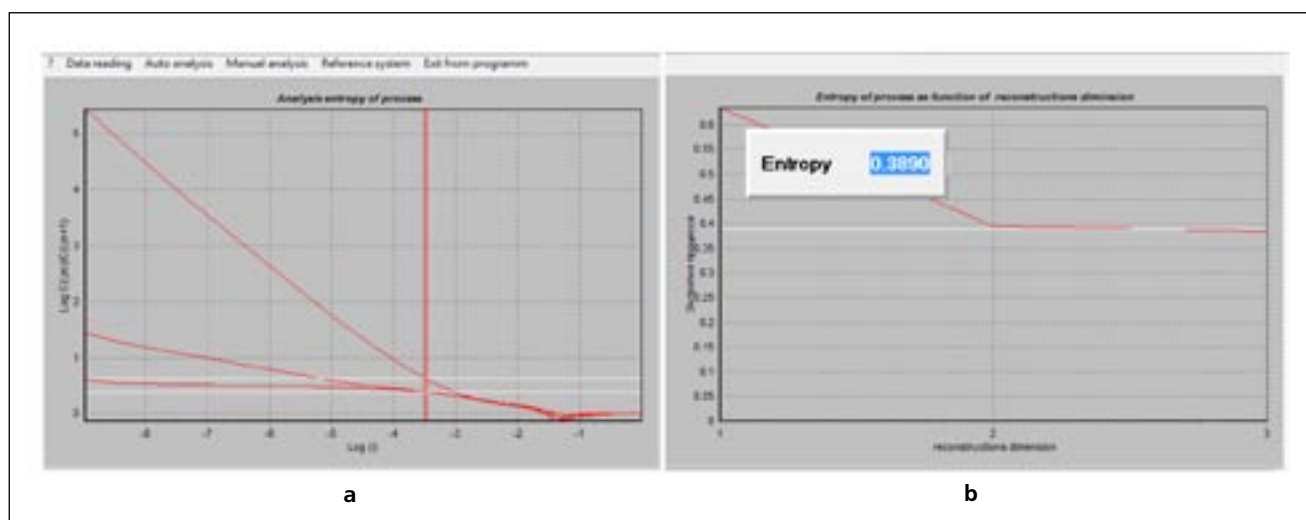


Рис. 5. Тестовый пример — вычисление корреляционной энтропии H_2 системы Лоренца в автоматическом режиме (получено $H_2 \approx 0,39$, точное значение $H_2 \approx 0,5$ [47], погрешность расчета около 22%, рассмотрены пространства реконструкции размерностью до 4).

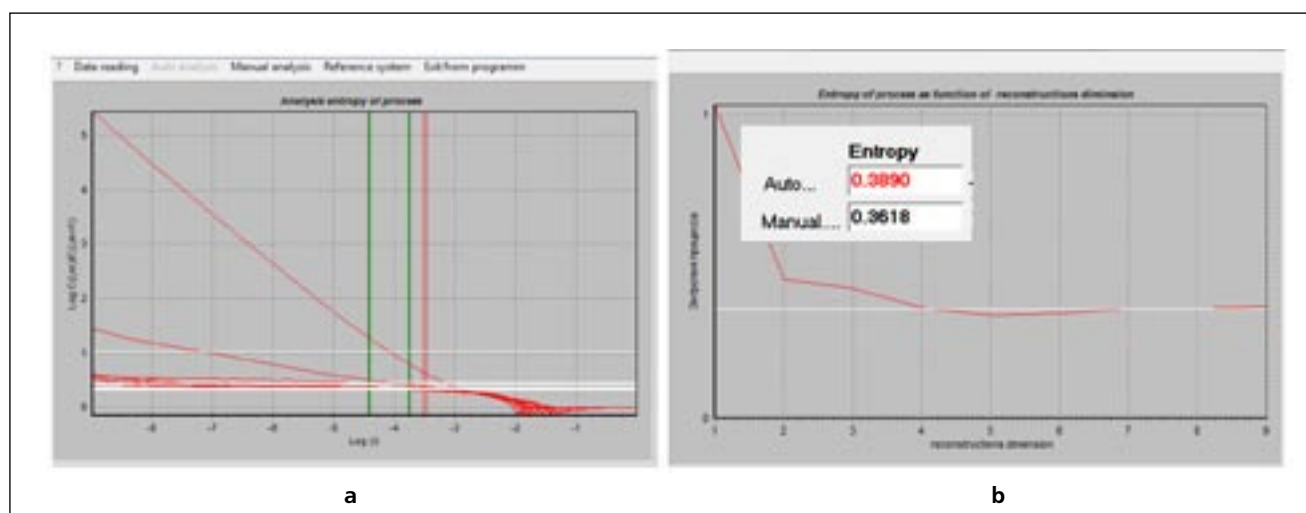


Рис. 6. Тестовый пример — вычисление корреляционной энтропии H_2 системы Лоренца с участием оператора (получено оператором $H_2 \approx 0,36$, точное значение $H_2 \approx 0,5$ [47], погрешность расчета около 30%, рассмотрены пространства реконструкции вплоть до размерности 10).

результатов с данными, полученными другими авторами традиционными методами [42] необходимо учесть дискретизацию ЭЭГ сигнала — т. е. величину промежутков времени между измерениями.

Энтропия позволяет провести оценку средней скорости потери информации о состоянии динамической системы с течением времени и определить среднее время предсказуемости поведения системы, которое, в данном случае, не превышает $T < 0,3$ с.

4. Заключение

Разработан эффективный алгоритм автоматизации процесса вычисления корреляционной размерности и энтропии ЭЭГ сигнала, позволяющий перенести процесс вычисления кор-

реляционных сумм на кластерную вычислительную систему. Это дает возможность существенно уменьшить трудоемкость обработки больших объемов экспериментальных данных и исключить субъективный выбор параметров процесса реконструкции аттрактора, тем самым устранить проблемы, возникающие при сравнении результатов, полученных разными исследователями.

Авторы статьи — О. Ю. Майоров, В. Н. Фенченко — подтверждают, что у них нет конфликта интересов.

Литература

1. Adeli H., Ghosh-Dastidar and Dadmehr N. Automated EEG-based diagnosis of neurological disorders. Inventing the Future of Neurology. In corroboration with Nahid Dadmehr, M. D. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010, 387 p.

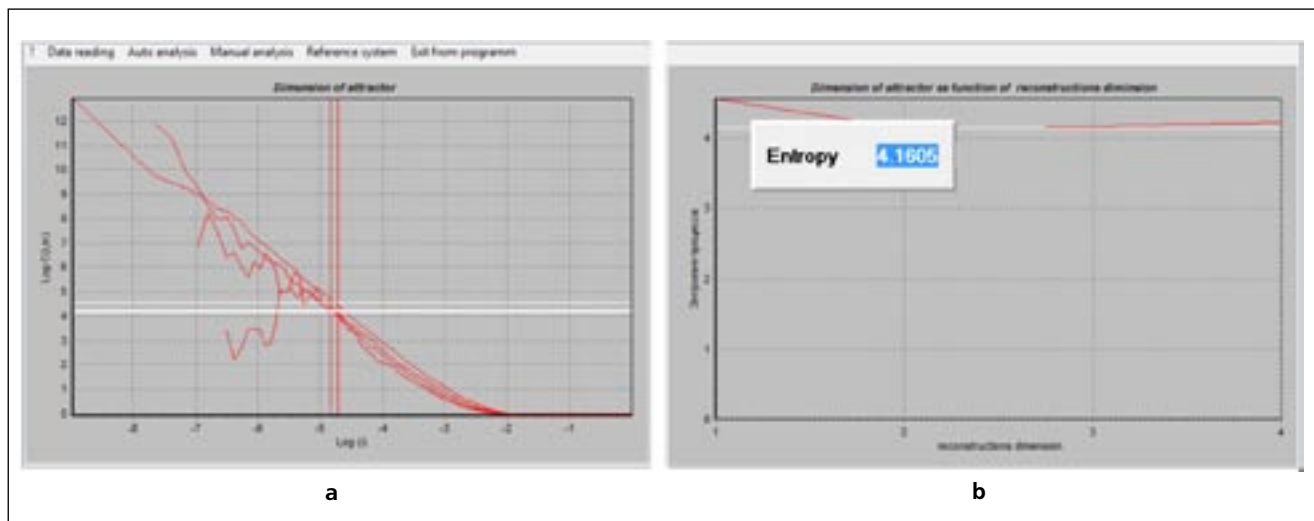


Рис. 7. Вычисление энтропии ЭЭГ сигнала в автоматическом режиме (здоровый испытуемый, состояние спокойного бодрствования).

2. Advanced Biosignal Processing. Advances in Neuroelectric and Neuromagnetic Methods. Ed. by Nait-Ali A. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009, 378 p.
3. Azulay D.-O. D., Renoux B. and Ivarsson M. Evidence of a pharmacodynamic EEG profile in rats following clonidine administration using a nonlinear analysis. *Nonlinear Biomedical Physics*, 2011, vol. 5, no. 4. doi:10.1186/1753-4631-5-4
4. Babloyantz A. and Destexhe A. Low Dimensional Chaos in an Instance of Epilepsy. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1986, vol. 83, pp. 3513–3517.
5. Brain Signal Analysis: Advances in Neuroelectric and Neuromagnetic Methods. Ed. by T. C. Handy. Massachusetts Institute of Technology, 2009, 247 p.
6. Cappe C., Thelen A., Romei V., Thut G., and Murray M. M. Looming Signals Reveal Synergistic Principles of Multisensory Integration. *The Journal of Neuroscience*, 2012, vol. 32, no. 4, pp. 1171–1182.
7. Faure P. & Korn H. Is there chaos in the brain? I. Concepts of nonlinear dynamics and methods of investigation. *Les Comptes rendus de l'Académie des sciences III*, 2001, vol. 32, no. 4, iss. 9, pp. 773–793.
8. Fernández A., Méndez M. A., Hornero R., Ortiz T., López-Ibor J. J. Analysis of brain complexity and mental disorders. *Actas Esp Psiquiatr*, 2010, vol. 38, no. 4, pp. 229–238.
9. Freeman W. J. Tutorial on neurobiology: From single neurons to brain chaos. *Int. J. Bifurc. Chaos*, 1992, vol. 12, pp. 451–482.
10. Galka A. Topics in Nonlinear Time Series Analysis — With Implications for EEG Analysis. *Advanced Series in Nonlinear Dynamics*. Ed. by R.S. MacKay, World Scientific Publ. Company, Singapore, 2000, vol. 14, 342 p.
11. Ghosh-Dastidar S., Adeli H., and Dadmehr N. Mixed-Band Wavelet-Chaos-Neural Network Methodology for Epilepsy and Epileptic Seizure Detection. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, 2007, vol. 54, no. 9, pp. 1545–1551.
12. Goldberger A.L. Non-linear dynamics for clinicians: chaos theory, fractals, and complexity at the bedside. *Lancet*, 1996, no. 347, pp. 1312–1314.
13. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, vol. 50, no. 5, pp. 346–349.
14. Harikrishnan K. P., Misra R., Ambika G. & Kembhavi A. K. A non subjective approach to the GP algorithm for analyzing noisy time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2006, vol. 215, iss. 2, pp. 137–145.
15. Hegger R., Kantz H. and Schreiber Th. Practical Implementation of Nonlinear Time Series Methods: The TISEAN package. *CHAOS*, 1999, vol. 9, no. 2, pp. 413–435.
16. Hively L. M., Protopopescu V. A. Channel-consistent forewarning of epileptic events from scalp EEG. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2003, vol. 50, no. 5, pp. 584–593.
17. Ivanov P. Ch., Amaral L. A. N., Goldberger A. L. & Stanley H. E. Stochastic feedback and the regulation of biological rhythms. *Europhys. Lett.*, 1998, vol. 43, no. 4, pp. 363–368.
18. Ivanov P. Ch., Amaral L. A. N., Goldberger A. L., Havlin Sh., Rosenblum M. G., Struzik Z. R. & Stanley H. E. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 1999, vol. 399, no. 3, pp. 461–465.
19. Jelles B., Scheltens Ph., van der Flier W. M., Jonkman E. J., Lopes da Silva F. H., Stam C. J. Global dynamical analysis of the EEG in Alzheimer's disease: Frequency-specific changes of functional interactions. *J. Clinical Neurophysiology*, 2008, vol. 119, pp. 837–841.
20. Jeong J., Chae J.-H., Kim S. Y., Han S.-H. Nonlinear dynamic analysis of the EEG in patients with Alzheimer's disease and vascular dementia. *J. Clinical Neurophysiology*, 2001, vol. 18, iss. 1, pp. 58–67.
21. Kannathal N., Lim C. M., Rajendra A. U., Sadasivan P. K. Entropies for detection of epilepsy in EEG. *Computer methods and programs in biomedicine*, 2005, vol. 80, no. 3, pp. 187–194.
22. Korn H., & Faure P. Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models. *Comptes rendus biologes*, 2003, vol. 326, iss. 9, pp. 787–840.
23. Li X. Temporal structure of neuronal population oscillations with empirical model decomposition. *Phys. Lett. A.*, 2006, vol. 356, pp. 237–241.
24. Li Y., Tong S., Liu D., Gai Y., Wang X., Wang J., Qiu Y., Zhu Y. Abnormal EEG complexity in patients with schizophrenia and depression. *J. Clinical Neurophysiology*, 2008, vol. 119, iss. 6, pp. 1232–1241.
25. Lopes da Silva F. H. The Impact of EEG/MEG Signal Processing and Modeling in the Diagnostic and Management of Epilepsy. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 2008, vol. 1., pp. 143–156.
26. Mayorov O. Yu., Fritzsche M., Glukhov A. B., and oth. New neurodiagnostics technology for brain research on the basis of multivariate and nonlinear (deterministic chaos) analysis of EEG. *In Proc. of the 2-nd Euro. Congr. «Achievements in space medicine into health care practice and industry»*. *Pabst Science Publ.*, 2003. pp.157–166.
27. Palus M. Nonlinearity in normal human EEG: Cycles, temporal asymmetry, nonstationarity and randomness, not chaos. *Biological Cybernetics*, 1996, vol. 75, no. 5, pp. 389–396.
28. Pereda E., Quiroga R. Q., Bhattacharya J. Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals. *Progress in Neurobiology*, 2005, vol. 77, pp. 1–37.
29. Pritchard W. S., Kriebel K. K., and Duke D. W. On the validity of estimating EEG correlation dimension from a spatial embedding. *Psychophysiology*, 1996, vol. 33, iss. 4, pp. 362–368.
30. Quantitative EEG Analysis Methods and Clinical Applications. Ed. by S. Tong, Thakor N. V., Artech House, 2009, 421 p.

31. Rényi A. On measures of information and entropy. *Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability, 1960, 1961*, pp. 547–561.
32. Schiff S. J., Jerger K., Duong D. H., Chang T., Spano M. L. and Ditto W. L. Controlling chaos in the brain. *Nature*, 1994. vol. 370, no. 6491, pp. 615–620.
33. Sohn H., Kim I., Lee W., Peterson B. S., Hong H., Chae J.-H., Hong S., Jeong J. Linear and non-linear EEG analysis of adolescents with attention-deficit/hyperactivity disorder during a cognitive task. *J. Clinical Neurophysiology*, 2010, vol. 121, iss. 11, pp. 1863–1870.
34. Sprott J. C., Rowlands G. Chaos data analyzer; the professional version. *AIP, NY*, 1995.
35. Harikrishnan K. P., Misra R., Ambika G., Kembhavi A. K. A non subjective approach to the GP algorithm for analyzing noisy time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2006, vol. 215, iss. 2. pp. 137–145.
36. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence. Under edit D. A. Rand and L. S. Young. Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin*, 1981, vol. 898, pp. 366–381.
37. Theiler J. On the evidence for low-dimensional chaos in an epileptic electroencephalogram. *Phys. Lett. A*, 1995, vol. 196, pp. 335–341.
38. Theiler J. Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time-series data. *Physical Review*, 1986, A. 34, no.3, p. 2427.
39. Tsakalis K., and Iasemidis L. D., Control Aspects of a Theoretical Model for Epileptic Seizures. *Int. J. Bifurcations Chaos*, 2006, vol. 16, pp. 2013–2027.
40. Tsonis A. Chaos: from Theory to Applications. *NY. Premium Press*, 1992.
41. Божокин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. *Изд-во: НИИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Ижевск*, 2001, 128 с.
42. Гудков Г. В., Пенжоян Г. А., Туриченко О. В. Мультифрактальная природа сердечного ритма плода при его различных функциональных состояниях. *Вестник новых мед. технологий*. 2006, т. XIII, № 3, сс. 101–104.
43. Койчубеков Б. К., Сорокина М. А., Пашев В. И. Особенности нелинейной динамики ЭЭГ в различных возрастных группах. *Intern. J. of Experimental Education*, 2013, № 4, сс. 68–72.
44. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. *М.*, 2000.
45. Майоров О. Ю., Глухов А. Б., Фенченко В. Н., Прогнимак А. Б. Реализация метода смещения с помощью оценки размеров осей аттрактора по одномерной реализации динамической системы мозга. *Труды Института кибернетики НАН Украины*, 2007, вып. 153, сс. 3–11.
46. Майоров О. Ю., Фенченко В. Н. Повышение надежности исследований детерминированного хаоса в биоэлектрической активности (ЭЭГ, ЭКГ и вариабельности сердечного ритма) методами нелинейного анализа. *Ж. Клин. информат. и Телемед.*, 2009, т. 5, вып. 6, сс. 10–17.
47. Майоров О. Ю., Фенченко В. Н. О выявлении нейродинамических систем мозга методами многомерного спектрального анализа и детерминистского хаоса по ЭЭГ-сигналам. *Труды Института кибернетики НАН Украины*, 2009, вып. 155, сс. 35–43.
48. Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Современные проблемы нелинейной динамики. *М., УРСС*, 2002, 360 с.
49. Меклер А. А. Применение аппарата нелинейного анализа динамических систем для обработки сигналов ЭЭГ. *Вестник новых мед. технологий*, 2007, т. XIV, № 1, сс. 73–76.
50. Шустер Г. Детерминированный хаос. *М. Мир*, 1988, 250 с.
51. Rapp P. E., Bashore T., Martinerie J., Albano A. Zimmerman I. and Mess A. Dynamics of Brain Electrical Activity. *Brain topography*, 1989, no. 2, pp. 99–118.

Обчислення кореляційної розмірності і ентропії ЕЕГ сигналів на кластерних обчислювальних системах

© О. Ю. Майоров^{1,2,3}, В. М. Фенченко^{1,2,4}

¹Інститут медичної інформатики і Телемедицини, Харків, Україна

²Харківська медична академія післядипломної освіти МОЗ України

³ДУ «Інститут охорони здоров'я дітей та підлітків» НАМН України, Харків

⁴Фізико-технічний Інститут низьких температур НАН України ім. Б. І. Веркіна, Харків

Резюме

Введення. При дослідженні мультифракталів біоелектричних сигналів мозку (ЕЕГ, ВП) і серця (ЕКГ, ВСР) необхідно коректне обчислення кореляційних розмірностей D_2 .

Постановка завдання. Методологія. Щоб уникнути систематичних помилок необхідно, щоб ділянка ЕЕГ була стаціонарною і протяжною. За критерієм Цоніса (A. Tsonis) протяжність ряду ЕЕГ при $D_2 = 4 \div 8$ становить близько $(1 \div 2) 10^5$ відліків. Для цього потрібні значні часові витрати і потужні кластерні обчислювальні системи. Однак відсутні єдині критерії вибору параметрів: 1) величини зсуву d при реконструкції аттрактора, 2) оцінці необхідної розмірності простору реконструкції m , 3) вибору мінімальної величини розміру клітинки ϵ , 4) кількості точок K при обчисленні меж для розрахунку значення D_2 . Суб'єктивний вибір параметрів оператором виключає можливість застосування кластерних систем, ускладнює порівняння результатів, отриманих різними дослідниками.

Мета роботи. Розробити методи автоматизації процедури обчислень кореляційних розмірностей D_2 і кореляційної ентропії H_2 для використання кластерних обчислювальних систем без участі оператора для суб'єктивного вибору параметрів обчислень.

Результати дослідження. Запропоновано реконструювати аттрактор на кластерних системах при різних значеннях d для вибору оптимальної величини зсуву.

Розроблено модифікацію алгоритму обчислень Theiler J., що дозволяє уникнути похибки, що виникає через недостатню довжину біосигналу. Для цього при підсумовуванні не приймаються в розрахунок точки, розташовані дуже близько одна від одної, і використовується ядро Гаусса замість функції Хевісайда.

Запропоновано алгоритм автоматичного пошуку значення кореляційної розмірності $D_2(m)$ і кореляційної ентропії H_2 на плато графіків Раппа.

Висновок. Автоматизація обчислень кореляційної розмірності $D_2(m)$ і кореляційної ентропії H_2 біосигналів дозволяє використовувати для обчислень кластерну систему, зменшує трудомісткість, усуває суб'єктивний фактор при виборі параметрів процесу реконструкції аттрактора, дозволяє отримувати порівнянні результати різними лабораторіями.

Ключові слова: ЕЕГ; біоелектрична активність; детермінований хаос; реконструкція аттрактору; ентропія; розмірність; кластерні обчислювальні системи.

Calculation of the correlation dimension and entropy of EEG signals in cluster computing systems

© O. Yu. Mayorov^{1,2,3}, V. N. Fenchenko^{1,2,4}

¹Institute for Medical Informatics and Telemedicine LTD, Kharkiv, Ukraine

²Kharkiv Medical Academy of Postgraduate Education, Ministry of Healthcare of Ukraine

³Institute of Children and Adolescents Health protection NAMS of Ukraine, Kharkiv

⁴B. Verkin Physical-technical Institute of Low Temperature NAS of Ukraine, Kharkiv

e-mail: institute-medinform@ukr.net

Abstract

Introduction. During the study of the multifractals of bioelectrical brain (EEG, ERP) and heart (ECG, Heart Rate Variability) signals, the correct calculation of correlation dimensions D_2 is essential.

Formulation of the problem. Methodology. In order to avoid system errors, the segment of the EEG signal should be stationary and extensive. According to the Tsonis criteria (A. Tsonis), the duration of EEG series with $D_2 = 4 \div 8$ is equal to $(1 \div 2) 10^5$ counts. It is a time consuming process which requires powerful computing systems. However, unified criteria which are necessary for the

selection of the following parameters: 1) offset amount (delay) d for the attractor reconstruction, 2) estimation of the required dimensionality of the reconstruction area m , 3) selection of the minimal size of cells ϵ , 4) number of points K for the calculation of the D_2 value limits, are missing. Subjective selection of the parameters excludes the opportunity of cluster systems application, makes difficult the comparison of results obtained by different researchers.

The object of the study is to design methods of computerization of correlation dimensions D_2 and correlation entropy H_2 for using cluster computing systems without operator's participation for subjective selection of computation parameters.

Study results. The attractor reconstruction based on cluster systems with different d values for choosing of the optimal offset amount (delay) d has been proposed.

The modification of the Theiler computational procedure (Theiler J.) which helps to avoid errors caused by the insufficient length of the biological signals has been developed. In this case, too closely located points are not taken into account for the summation, and Gauss nucleus (J. C. Gauss) is used instead of Heaviside function (0. Heaviside).

The algorithm of automatic search of correlation dimension values $D_2(m)$ and correlation entropy H_2 on the Rapp (P. Rapp) plot's plateau have been proposed.

Conclusion. Automatic computation of the correlation dimension $D_2(m)$ and correlation entropy H_2 of biological signals allows to use the cluster system, reduces labor intensiveness, removes subjective factor in selecting of attractor reconstruction parameters, and allows to obtain comparable results in different laboratories.

Key words: EEG; Bioelectrical activity; Deterministic chaos; Reconstruction; Entropy; Dimension; Cluster computing systems.

©2014 Institute Medical Informatics and Telemedicine Ltd, ©2014 Ukrainian Association of Computer Medicine. Published by Institute of Medical Informatics and Telemedicine Ltd. All rights reserved.

ISSN 1812-7231 *Klin.inform.telemed.* Volume 10, Issue 11, 2014, Pages 10–20

<http://uacm.kharkov.ua/eng/index.shtml?e-klininfo-ujournal.htm>

References (51)

References

- Adeli H., Ghosh-Dastidar and Dadmehr N. Automated EEG-based diagnosis of neurological disorders. Inventing the Future of Neurology. In corroboration with Nahid Dadmehr, M. D. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010, 387 p.
- Advanced Biosignal Processing. Advances in Neuroelectric and Neuromagnetic Methods. Ed. by Nait-Ali A. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009, 378 p.
- Azulay D.-O. D., Renoux B. and Ivarsson M. Evidence of a pharmacodynamic EEG profile in rats following clonidine administration using a nonlinear analysis. *Nonlinear Biomedical Physics*, 2011, vol. 5, no. 4. doi:10.1186/1753-4631-5-4
- Babloyantz A. and Destexhe A. Low Dimensional Chaos in an Instance of Epilepsy. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1986, vol. 83, pp. 3513–3517.
- Brain Signal Analysis: Advances in Neuroelectric and Neuromagnetic Methods. Ed. by T. C. Handy. Massachusetts Institute of Technology, 2009, 247 p.
- Cappe C., Thelen A., Romei V., Thut G., and Murray M. M. Looming Signals Reveal Synergistic Principles of Multisensory Integration. *The Journal of Neuroscience*, 2012, vol. 32, no. 4, pp. 1171–1182.
- Faure P. & Korn H. Is there chaos in the brain? I. Concepts of nonlinear dynamics and methods of investigation. *Les Comptes rendus de l'Académie des sciences III*, 2001, vol.32, no. 4, iss. 9, pp. 773–793.
- Fernández A., Méndez M. A., Hornero R., Ortiz T., López-Ibor J. J. Analysis of brain complexity and mental disorders. *Actas Esp Psiquiatr*, 2010, vol. 38, no. 4, pp. 229–238.
- Freeman W. J. Tutorial on neurobiology: From single neurons to brain chaos. *Int. J. Bifurc. Chaos*, 1992, vol. 12, pp. 451–482.
- Galka A. Topics in Nonlinear Time Series Analysis — With Implications for EEG Analysis. *Advanced Series in Nonlinear Dynamics*. Ed. by R.S. MacKay, World Scientific Publ. Company, Singapore, 2000, vol. 14, 342 p.
- Ghosh-Dastidar S., Adeli H., and Dadmehr N. Mixed-Band Wavelet-Chaos-Neural Network Methodology for Epilepsy and Epileptic Seizure Detection. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, 2007, vol. 54, no. 9, pp. 1545–1551.
- Goldberger A.L. Non-linear dynamics for clinicians: chaos theory, fractals, and complexity at the bedside. *Lancet*, 1996, no. 347, pp. 1312–1314.
- Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, vol. 50, no. 5, pp. 346–349.
- Harikrishnan K. P., Misra R., Ambika G. & Kembhavi A. K. A non subjective approach to the GP algorithm for analyzing noisy time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2006, vol. 215, iss. 2, pp. 137–145.
- Hegger R., Kantz H. and Schreiber Th. Practical Implementation of Nonlinear Time Series Methods: The TISEAN package. *CHAOS*, 1999, vol. 9, no. 2, pp. 413–435.
- Hively L. M., Protopopescu V. A. Channel-consistent forewarning of epileptic events from scalp EEG. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2003, vol. 50, no. 5, pp. 584–593.
- Ivanov P. Ch., Amaral L. A. N., Goldberger A. L. & Stanley H. E. Stochastic feedback and the egregation of biological rhythms. *Europhys. Lett.*, 1998, vol. 43, no. 4, pp. 363–368.
- Ivanov P. Ch., Amaral L. A. N., Goldberger A. L., Havlin Sh., Rosenblum M. G., Struzik Z. R. & Stanley H. E. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 1999, vol. 399, no. 3, pp. 461–465.
- Jelles B., Scheltens Ph., van der Flier W. M., Jonkman E. J., Lopes da Silva F. H., Stam C. J. Global dynamical analysis of the EEG in Alzheimer's disease: Frequency-specific changes of functional interactions. *J. Clinical Neurophysiology*, 2008, vol. 119, pp. 837–841.
- Jeong J., Chae J.-H., Kim S. Y., Han S.-H. Nonlinear dynamic analysis of the EEG in patients with Alzheimer's disease and vascular dementia. *J. Clinical Neurophysiology*, 2001, vol. 18, iss. 1, pp. 58–67.
- Kannathal N., Lim C. M., Rajendra A. U., Sadasivan P. K. Entropies for detection of epilepsy in EEG. *Computer methods and programs in biomedicine*, 2005, vol. 80, no. 3, pp. 187–194.
- Korn H., & Faure P. Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models. *Comptes rendus biologies*, 2003, vol. 326, iss. 9, pp. 787–840.
- Li X. Temporal structure of neuronal population oscillations with empirical model decomposition. *Phys. Lett. A.*, 2006, vol. 356, pp. 237–241.
- Li Y., Tong S., Liu D., Gai Y., Wang X., Wang J., Qiu Y., Zhu Y. Abnormal EEG complexity in patients with schizophrenia and depression. *J. Clinical Neurophysiology*, 2008, vol. 119, iss. 6, pp. 1232–1241.
- Lopes da Silva F. H. The Impact of EEG/MEG Signal Processing and Modeling in the Diagnostic and Management of Epilepsy. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 2008, vol. 1., pp. 143–156.
- Mayorov O. Yu., Fritzsche M., Glukhov A. B., and oth. New neurodiagnostics technology for brain research on the basis of

- multivariate and nonlinear (deterministic chaos) analysis of EEG. In *Proc. of the 2-nd Euro. Congr. «Achievements in space medicine into health care practice and industry»*. Pabst Science Publ., 2003. pp.157-166.
27. Palus M. Nonlinearity in normal human EEG: Cycles, temporal asymmetry, nonstationarity and randomness, not chaos. *Biological Cybernetics*, 1996, vol. 75, no. 5, pp. 389–396.
 28. Pereda E., Quiroga R. Q., Bhattacharya J. Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals. *Progress in Neurobiology*, 2005, vol. 77, pp. 1–37.
 29. Pritchard W. S., Kriehle K. K., and Duke D. W. On the validity of estimating EEG correlation dimension from a spatial embedding. *Psychophysiology*, 1996, vol. 33, iss. 4, pp. 362–368.
 30. Quantitative EEG Analysis Methods and Clinical Applications. Ed. by S. Tong, Thakor N. V., Artech House, 2009, 421 p.
 31. Rényi A. On measures of information and entropy. *Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability*, 1960, 1961, pp. 547–561.
 32. Schiff S. J., Jerger K., Duong D. H., Chang T., Spano M. L. and Ditto W. L. Controlling chaos in the brain. *Nature*, 1994, vol. 370, no. 6491, pp. 615–620.
 33. Sohn H., Kim I., Lee W., Peterson B. S., Hong H., Chae J.-H., Hong S., Jeong J. Linear and non-linear EEG analysis of adolescents with attention-deficit/hyperactivity disorder during a cognitive task. *J. Clinical Neurophysiology*, 2010, vol. 121, iss. 11, pp. 1863-1870.
 34. Sprott J. C., Rowlands G. Chaos data analyzer; the professional version. *AIP, NY*, 1995.
 35. Harikrishnan K. P., Misra R., Ambika G., Kembhavi A. K. A non subjective approach to the GP algorithm for analyzing noisy time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2006, vol. 215, iss. 2. pp. 137–145.
 36. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence. Under edit D. A. Rand and L. S. Young. Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics*, Springer, Berlin, 1981, vol. 898, pp. 366–381.
 37. Theiler J. On the evidence for low-dimensional chaos in an epileptic electroencephalogram. *Phys. Lett. A*, 1995, vol. 196, pp. 335–341.
 38. Theiler J. Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time-series data. *Physical Review*, 1986, A. 34, no.3, p. 2427.
 39. Tsakalis K., and Iasemidis L. D., Control Aspects of a Theoretical Model for Epileptic Seizures. *Int. J. Bifurcations Chaos*, 2006, vol. 16, pp. 2013–2027.
 40. Tsonis A. Chaos: from Theory to Applications. *NY. Premium Press*, 1992.
 41. Bozhokin S.V., Parshin D.A. *Fraktaly i multifraktaly* [Fractals and multifractals]. Izhevsk, *NITs Regulyarnayay i haoticheskayay dinamika* [Regular and Chaotic Dynamics], 2001, 128 p. (In Russ.).
 42. Gudkov G. V., Penzhoyan G. A., Turichenko O. V. Multifractal nature of fetal heart rate during its various functional states. *Vestnik novykh meditsinskih tehnologiy* [Herald of new medical technologies], 2006, vol. 13, no. 3, pp. 101–104. (In Russ.).
 43. Koychubekov B. K., Sorokina M. A, Pashev V. I. [EEG features of nonlinear dynamics in different age groups]. *Intern. J. of Experimental Education*, 2013, no. 4, pp. 68–72. (In Russ.)
 44. Krownover R. M. Introduction to Fractals and Chaos. *Jones and Bartlett Publ.*, 1999, 352 p.
 45. Mayorov O. Yu., Glukchov A. B., Fenchenko V. N., Prognimak A. B. Realization of the delay method with the help of an estimation of sizes of axes of an attractor restored in a phase space. *Trudy Instituta kibernetiki NAN Ukrainy* [Proc. of the Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine], 2007, iss. 153, pp. 3–11. (In Russ.).
 46. Mayorov O. Yu., Fenchenko V. N. Increase reliability of bioelectric activity (EEG, ECG and HRV) deterministic chaos researches by the nonlinear analysis methods. *Klinicheskaya informatika i Telemeditsina* [Clinical informatics and Telemedicine], 2009, vol.5, iss. 6, pp. 10–17. (In Russ.).
 47. Mayorov O. Yu., Fenchenko V. N. About revealing neurodynamic systems of the brain by methods of the multidimensional spectral analysis and deterministic chaos on EEG-signals. *Trudy Instituta kibernetiki NAN Ukrainy* [Proc. of the Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine], 2009, iss. 155, pp. 3–9. (In Russ.).
 48. Malinetskii G. G., Potapov A. B. *Sovremennye problemy nelineynoy dinamiki* [Modern problems of nonlinear dynamics]. Moscow, URSS Publ, 2002, 360 p. (In Russ.).
 49. Meckler A. A. Application of the device nonlinear dynamical systems analysis for EEG signal processing. *Vestnik novykh meditsinskih tehnologiy* [Herald of new medical technologies], 2007, vol. XIV, no. 1, pp. 73–76. (In Russ.).
 50. Schuster H. G. *Deterministic Chaos: An Introduction, 2nd edn, Weinheim: Physik Verlag*, 1988, 220 p.
 51. Rapp P. E., Bashore T., Martinerie J., Albano A. Zimmerman I. and Mess A. Dynamics of Brain Electrical Activity. *Brain topography*, 1989, no. 2, pp. 99–118.

Переписка

д.мед.н., профессор **О. Ю. Майоров**

а.я. 7313, Харьков, 61002

Украина

тел.: +380 (57) 711 80 32

эл. почта: institute-medinform@ukr.net