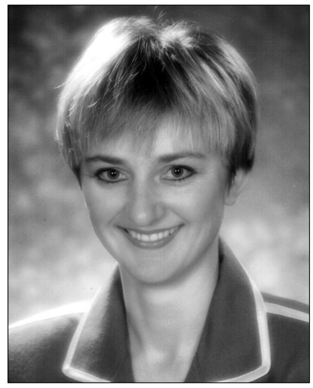
КОМП'ЮТЕРНІ ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ ЯК ЗАСІБ ДИДАКТИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ В СУЧАСНІЙ ШКОЛІ

Грамбовська Л.В., Яковчук О.М.



Широке застосування інформаційно-комунікаційних технологій у всіх сферах людської діяльності висуває нові вимоги і до освіти, математичної зокрема. Школі важливо не тільки озброїти учня певною сумою предметних знань, але й навчити школяра використовувати сучасні інформаційні технології, як у повсякденному житті, так і у своїй подальшій професійній діяльності. Забезпечити такий підхід можливо лише за умов використання комп'ютерних технологій як засобів освоєння математичної (геометричної) дійсності. Це потребує нових підходів до розробки і впровадження навчально-методичного забезпечення процесу навчання математики в школі, до яких можна віднести застосування комп'ютерних динамічних моделей геометричних об'єктів, створених у середовищі педагогічних програмних засобів динамічної геометрії GRAN 2D.

М.І. Жалдак у [2] підкреслює: «Використання подібних ППЗ дає можливість учневі розв'язувати окремі задачі, не знаючи відповідного аналітичного апарату, методів і формул тощо... Використання програмних засобів зазначеного типу дає можливість у багатьох випадках зробити розв'язування задачі настільки ж доступним, як просте розглядання рисунків чи графічних зображень» [2, с. 4].

Проблемам впровадження інформаційно-комунікаційних технологій навчання математики у шкільний процес з використанням динамічних моделей математичних об'єктів присвячені праці М.І. Жалдака, Ю.В. Горошка [2], С.А. Ракова [6], О.В. Вітюка [3], Т.Г. Крамаренко [4] та багатьох інших науковців. Проте створення і методика застосування комп'ютерних динамічних моделей геометричних об'єктів у процесі навчання шкільної геометрії потребує ще свого подальшого дослідження.

Під динамічними моделями або експертними системами (термін С.А. Ракова [6]) геометричних об'єктів шкільного курсу планіметрії будемо розуміти створені за допомогою «інструментів» ППЗ GRAN 2D (що є аналогами елементарних побудов, які можна виконати на папері за допомогою циркуля і лінійки) рухомі віртуальні моделі, які мають такі ж самі властивості, що і реальні геометричні об'єкти вивчення.

Використання комп'ютерних динамічних моделей у процесі вивчення шкільного курсу геометрії має певні переваги порівняно з традиційними засобами навчання, до яких можна віднести такі.

1. Застосування динамічних моделей у процесі навчання геометрії потребує від учителя створення проблемних ситуацій, активного впровадження дослідницького підходу, організації елементів творчої діяльності учнів на різних етапах навчально-виховного процесу. Такий підхід дає можливість учням відчувати себе причетними до створення власної «маленької теорії» щодо предмета геометрії, навчальний матеріал стає більш цікавим, а його вивчення, відповідно, більш вмотивованим для школяра.

2. Учитель має можливість кращого унаочнення навчального матеріалу, що відповідає дидактичному принципу наочності навчання. Динамічні моделі є тим містком, що полегшує перехід розумової діяльності дитини від чуттєвого сприйняття до абстрактного мислення у процесі пізнання дійсності. З іншого боку, робота з комп'ютерними моделями геометричних об'єктів допомагає організувати зворотній зв'язок між абстрактним (понятійним) мисленням школяра та його образним наповненням, яке уточнюється, розширюється і поглиблюється.

3. Демонстраційна рухома наочність, що створена засобами мультимедія, розширює кількість каналів сприйняття дитини (зоровий, вербальний тощо), що позитивно впливає на якість засвоєння навчального матеріалу.

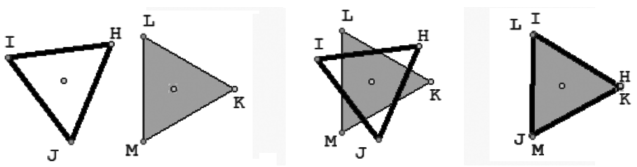
4. Створення і застосування динамічних моделей геометричних об'єктів потребує від учителя не просто елементарних навичок користування персональним комп'ютером, але й уміння використовувати у своїй професійній діяльності спеціальне програмне забезпечення. Так само можна сказати і щодо учнів. Дуже корисним є те, що школярі можуть користуватися мультимедійними технологіями не тільки в позаурочний час, але й безпосередньо під час проведення уроків геометрії.

Розглянемо приклади динамічних моделей геометричних об'єктів, опишемо методику їх створення та застосування на уроках геометрії в основній школі.

Розглянемо, як можна вивчати таке складне математичне поняття як «рівність» фігур за допомогою спеціально сконструйованих у середовищі ППЗ GRAN 2D динамічних моделей. Дане поняття більшість авторів шкільних підручників з геометрії трактує або як накладання однієї фігури на іншу, або як рух однієї фігури в іншу. Водночас повинні співпасти, наприклад, якщо це багатокутники, усі вершини, відповідні сторони і кути. Саранцев Г.І. [7] відносить поняття накладання однієї фігури на іншу до загальних евристик, яка підводить учнів до загального методу доведення рівності фігур [7, с. 69].

Тесленко І.Ф. зазначає так: «У багатьох шкільних підручниках з геометрії при розгляді рівності трикутників використовується рух, йому ж потім відводиться важлива роль при розв'язуванні...задач. Використовуючи рух, ми дуже часто говоримо: «накладемо один трикутник на другий так, щоб ...» або ... «перемістимо», «сумістимо» і тому подібне. Між тим, цих рухів ні вчитель, ні учень фактично не може здійснити. І не тільки не здійснюють, але й не можуть здійснити, бо взяти фігуру як частину простору і перенести з одного місця в інше неможливо. Перемістити можна тільки фізичну фігуру» [5, с. 15].

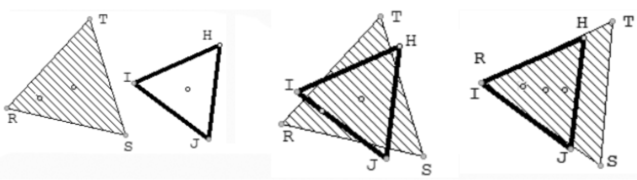
Дійсно, у зошиті побудовану фігуру не можна «накласти» одну на іншу, тому це, зазвичай, здійснюється в уявному просторі. Але це треба вміти уявляти, що не є легкою справою, особливо для учнів на початку вивчення планіметрії. Проте, нині вчителю разом з учнями це дозволяють зробити сучасні інформаційно-комунікаційні засоби навчання, які дають можливість накладати, повертати ідеальні об'єкти, наприклад, трикутники (рис. 1, а–в).



а) б) в)

Рис. 1

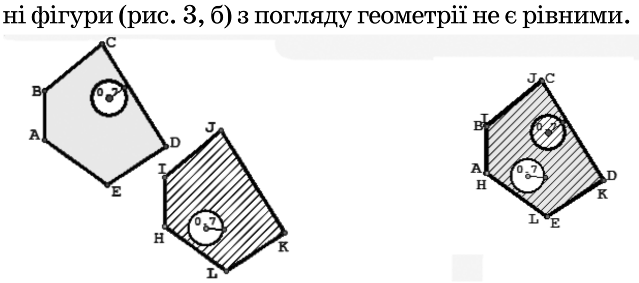
Це, безумовно, полегшує розуміння, у тому числі, і такого поняття, як «рівність» фігур. При цьому доцільно залучити учнів до такої роботи: після проведених побудов самостійно сформулювати відповідь на запитання: *За яких умов рівні два трикутники, за яких умов рівні дві довільні фігури*? Також, за допомогою ППЗ доцільно продемонструвати протилежне твердження, а саме, *трикутники (фігури) не є рівними* (рис. 2, а, б, в).



а) б) в)

Рис. 2

Для усвідомлення і закріплення поняття рівності фігур дуже корисна демонстрація геометричних об'єктів, у яких при накладанні суміщаються не всі точки внутрішньої області (рис. 3, а, б). Корисно після проведеного експерименту надати можливість учням самим з'ясувати, чому побудовані трикутники (рис. 2, в), довільні фігури (рис. 3, б) з погляду геометрії не є рівними.



а) б)

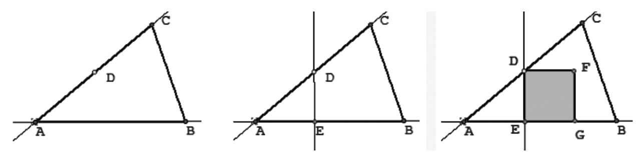
Рис. 3

Отже, працюючи на уроках геометрії у середовищі ППЗ, учні отримують навички моделювання та конструювання геометричних об'єктів, дослідження просторових залежностей і зв'язків усередині об'єкта та між об'єктами. При цьому вчитель розв'язує таку методичну проблему, як встановлення зв'язків між поняттями і твердженнями, що входять в дану тему і в теми, вивчені раніш. Формування вміння встановлювати зв'язки між геометричним матеріалом, у тому числі між поняттями і теоремами, можна віднести до геометричних умінь, які повинні опанувати учні під час вивчення систематичного курсу геометрії за основну школу. Не останнє місце тут займає мотиваційний компонент, який повинен посідати гідне місце при вивченні не тільки понять, але й будь-яких теорем або тверджень.

Наведемо інший приклад динамічної моделі до задачі на побудову, яка допомагає в пошуку її розв'язків. Візьмемо для прикладу добре відому задачу на побудову з теми «Подібність». У підручнику [1] вона звучить так.

Завдання 1. *У даний трикутник впишіть квадрат так, щоб дві його вершини лежали на основі трикутника, а дві інші — на бічних сторонах* [1, с. 141].

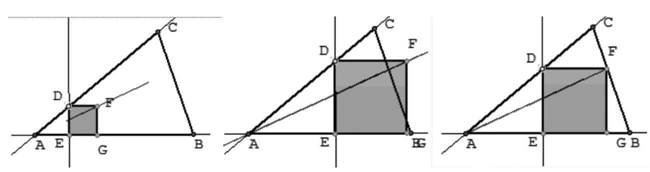
Спочатку покажемо, як учитель може сконструювати динамічну модель до даної задачі. Для цього у середовищі ППЗ GRAN 2D, необхідно провести такі побудови: 1) Будуємо довільний трикутник ABC, нехай AB — основа, а AC і BC — бічні сторони. 2) Через бічні сторони трикутника ABC проведемо прямі AC і AB. 3) Виберемо на прямій AC довільну точку D (рис. 4, а). 4) Через точку D проведемо перпендикуляр до основи AB. 5) На перетині перпендикуляра DE та основи AB поставимо точку E (рис. 4, б). 6) На відрізку DE як на стороні побудуємо квадрат (рис. 4, в). 7) За допомогою спеціальної команди у меню ППЗ GRAN 2D «залишати слід» зробимо точку F такою, що залишає після зміни свого положення «слід».



а) б) в)

Рис. 4

Динамічна модель готова для проведення віртуального експерименту. Її особливістю є те, що вбудований у трикутник ABC квадрат є динамічним і таким, що відповідає частині вимог задачі, а саме: дві вершини квадрата належать основі і тільки одна вершина квадрата лежить на бічній стороні трикутника ABC. Якщо тепер почнемо змінювати положення рухомої точки D на прямій AC, то одночасно будуть змінюватися розміри та положення вписаного у трикутник ABC квадрата, наприклад, як на рис. 5, а–б.



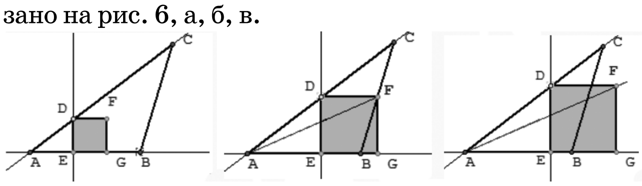
а) б) в)

Рис. 5

Слід, який залишає побудована у середовищі ППЗ точка F, поступово «перетворюється» у пряму AF, що проходить через вершину A і перетинає сторону BC трикутника ABC. Отже, квадрат, який займає положення, як показано на рис. 5, в, і буде шуканим розв'язком, бо він відповідає всім вимогам задачі 1, а саме: за побудовою це квадрат, у якого, дві вершини E та G лежать на основі AB, а дві інші його вершини D та F лежать відповідно на бічних сторонах AC та CB трикутника ABC.

Цінність побудованої комп'ютерної моделі полягає в тому, що учні не тільки можуть «побачити» шляхом спостереження безперервно-змінного процесу властивості (у нашому випадку) подібних фігур, а й взяти безпосередню участь у проведенні такого експерименту. Поступово змінюючи розташування (а відтак і розміри) квадрата, який рухається вздовж двох сторін трикутника, можна отримати у певний момент квадрат, який відповідає всім вимогам задачі. Отже, задача має розв'язок.

Автори [1], розглядаючи розв'язок задачі 1, звертають увагу на те, що дана задача не завжди має розв'язок. А саме: якщо кут при основі AB, наприклад B, тупий, то задача розв'язків не має. Даний аспект теж доцільно продемонструвати на побудованій динамічній моделі. Для цього достатньо на зображенні, як показано на рис. 5, змінити положення однієї з вершин трикутника ABC, наприклад, вершини B. У результаті чого можемо отримати тупокутний трикутник ABC з тупим кутом, наприклад, при вершині B (рис. 6). Аналогічно з попереднім почнемо змінювати розташування квадрата $EDFG$, приміром, як показано на рис. 6, а, б, в.

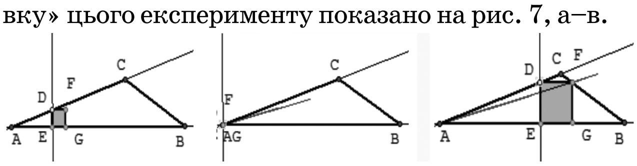


а) б) в)

Рис. 6

У результаті таких дій учні можуть упевнитися, що немає такого положення квадрата $EDFG$, який би задовольняв усі вимоги задачі. Отже, задача 1 за умови, що тупий кут знаходиться при основі трикутника ABC, розв'язків не має.

Постає природне запитання: *Чи всі можливі розв'язки нами досліджені*? *Чи буде розв'язок у задачі 1, якщо трикутник ABC має тупий кут, протилежний до основи AB*? Дослідимо це питання за допомогою ППЗ GRAN 2D. А саме: змінимо тепер положення, наприклад, вершини C. У результаті чого можна отримати трикутник, приміром, як показано на рис. 7, а. Дослідження буде аналогічне попереднім. «Розкадровку» цього експерименту показано на рис. 7, а–в.

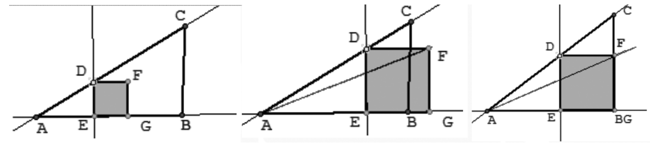


а) б) в)

Рис. 7

У результаті такої роботи учні можуть пересвідчитися, що даний випадок аналогічний до розгляду гострокутного трикутника (див. рис. 5). Отже, задача має розв'язок. Також можна розглянути і прямокутний трикутник ABC з прямим кутом при основі, наприклад, при вершині B. Після проведення дослідження (рис. 8, а–в) учні можуть прийти до висновку, що вписати квадрат у прямокутний трикутник, так щоб це відповідало умові задачі 1, можна, наприклад, коли одна з вершин квадрата, приміром G, співпаде з вершиною B трикутника (рис. 8, в). Проте даний випадок є досить цікавим, так як вершина G квадрата одночасно належить двом різним сторонам AB та BC трикутника ABC.

Отже, ілюструючи у середовищі ППЗ розв'язок задачі 1, можна отримати нові запитання і до добре відомої задачі шкільного курсу геометрії, що є корисним не тільки для учнів, але й для досвідчених учителів математики.



а) б) в)

Рис. 8

Під час проведення педагогічного експерименту під впливом даної задачі, учні дев'ятого класу сконструювали таку задачу на побудову.

Задача 2. *У даний трикутник ABC вписати правильний трикутник так, щоб усі його вершини лежали на сторонах трикутника ABC, і одна із сторін була б паралельна стороні AC трикутника ABC*.

Розв'язання даної задачі подібне до попередньої, тому алгоритм побудови динамічної моделі наводити не будемо, а скористаємося одразу готовою моделлю, наприклад такою, як показано на рис. 9, у якої трикутник DEF є рухомим а точка F має функції «залишати слід».

Рухаючи точку D уздовж прямої AB, змінюється розташування і розміри трикутника DEF (рис. 9, а, б). У результаті такої роботи можна знайти таке положення точки D, коли вершина F трикутника EDF буде належати стороні AC трикутника ABC (рис. 9, в). При цьому, вершина F залишає «слід» у вигляді променя BF, який і підказує, як треба провести побудову.

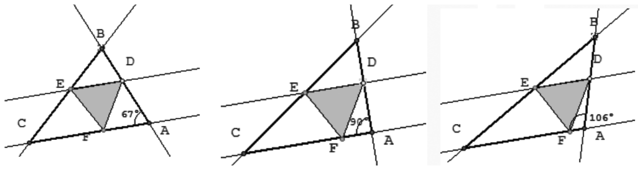
а) б) в)

Рис. 9

Отже, для того щоб розв'язати задачу 2, необхідно провести такі побудови: 1) Побудувати довільний трикутник ABC. 2) Вибрати, наприклад, точку E на стороні BC. 3) Через точку E провести пряму, паралельну стороні AC трикутника ABC, яка перетне сторону AB, наприклад, у точці D. 4) На відрізку ED, як на стороні, побудувати правильний трикутник, наприклад, EDF. 5) Через точки B і F провести промінь так, щоб він перетнув сторону AC, нехай це буде точка M. 6) Через точку M провести дві прямі MN та MK, паралельні відповідно сторонам DF та EF трикутника EDF. 6) У результаті перетину прямих MN та MK зі сторонами трикутника ABC отримаємо шуканий правильний трикутник, який буде відповідати вимогам задачі.

Проте, як зазначили самі учні, даний розв'язок потребує свого дослідження. Отже, постає запитання: *Чи завжди можна вписати правильний трикутник у довільний, так щоб він відповідав вимогам задачі?* Відповіді на дане запитання допоможе знайти дослідження властивостей динамічної моделі у середовищі ППЗ GRAN 2D. Так, якщо змінювати положення, наприклад, вершини B трикутник ABC, то можна отримати такі зображення, як показано, приміром, на рис. 10, а–в. Учні можуть пересвідчитися, що у випадку, коли заданий трикутник ABC гострокутний, то маємо розв'язок (рис. 10, а), якщо трикутник ABC прямокутний з прямим кутом при вершині А, теж маємо розв'язок (рис. 10, б). Якщо трикутник тупокутний, теж маємо розв'язок (рис. 10, в).

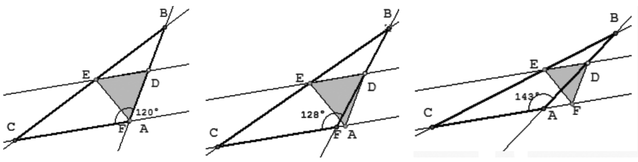
На перший погляд може здатися, що проведено повне дослідження можливих розв'язків. Але, продов-



а) б) в)

Рис. 10

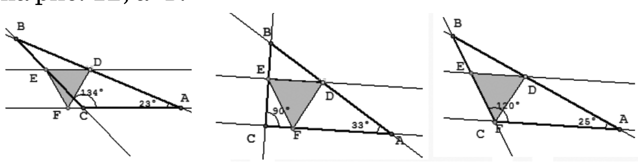
жимо цю роботу у середовищі ППЗ. Так, якщо кут при вершині A трикутника ABC складає вже 120°, то сторона трикутника EDF співпаде зі стороною AB трикутник ABC (рис. 11, а). При цьому вершина A трикутника EDF одночасно належить двом сторонам трикутника ABC, а, отже, можна вважати, що маємо частинний випадок, який відповідає умові задачі. Але, якщо величина тупого кута при вершині A трикутник ABC перевищує 120°, то задача вже розв'язків не має (рис. 11, в).



а) б) в)

Рис. 11

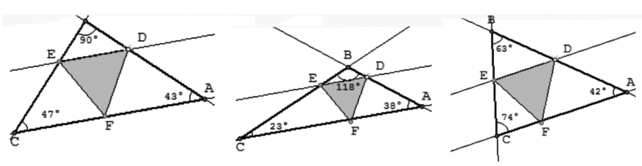
Аналогічно можна дослідити динамічну модель, якщо змінювати положення вершини C трикутника ABC. Результати такого дослідження представлені на рис. 12, а–в.



а) б) в)

Рис. 12

Отже, знов, для того, щоб задача мала розв'язок, необхідно, щоб тупий кут при стороні AC заданого трикутника ABC не перевищував 120°. Мабуть, наше дослідження не буде повним, якщо не дати відповідь ще й на таке запитання: Чи впливає величина кута при вершині B на існування розв'язку задачі? Відповіді на це запитання дає дослідження, яке представлено на рис. 13, а–в.



а) б) в)

Рис. 13

Отже, проведено більш ґрунтовне дослідження існування можливих розв'язків та отриманий алгоритм побудови шуканого трикутника.

Отже, робота з комп'ютерними динамічними моделями у середовищі ППЗ надало змогу не тільки унаочнити готову задачу, але й сконструювати дитині власну. Причому, робота учнівської думки не закінчується лише тим, що школярі запропонували умову нової задачі. Учні самостійно змогли провести дослідження існування можливих розв'язків сконструйованої ними власної задачі.

Загальновідомим є факт, що складання задач та їх подальше дослідження є непростою проблемою не тільки для учнів, але й для вчителів. Зазвичай, майбутніх учителів математики цілеспрямовано не вчать умінню складати власні задачі, що, можливо, і повинно мати місце у підготовці студентів педуніверситетів. Відповідно до цілей навчання, здебільшого їм пропонується користуватися різними готовими збірками завдань, наприклад, тематичними, контрольними, різнорівневими, додатковими тощо.

Не принижуючи безперечної цінності подібних посібників, акцентуємо увагу на тому, що не можна орієнтувати вчителя тільки на готові збірники, бо і сам учитель може і повинен навчитися складати і досліджувати різноманітні задачі. Специфіка навчання математики є такою, що вміння вчителя своєчасно збагнути, іноді експромтом навести характерний приклад, скласти вдале завдання тощо іноді відіграє вирішальну роль у швидкому утворенні потрібних когнітивних асоціацій або зв'язків у розумовій діяльності школярів, у засвоєнні ними нових або відпрацюванні старих ідей, в охопленні учнями суттєвих, або відокремленні несуттєвих сторін навчального матеріалу. І цей перелік можна продовжувати.

Л.М. Фрідман [8] підкреслює, що «основна мета полягає не в тому, щоб учні просто розв'язували запропоновані вчителем задачі, а виробили в собі здатність до аналізу умови задачі і пошуку способу розв'язання, виробили загальний розумний підхід до розв'язування будь-яких задач загалом, розвинули власну інтуїцію у проникненні в сутність задачі, що розв'язується, «бачили» за цією задачею ту реальну проблемну ситуацію, моделлю якої вона є, розвинули власну здібність «здогадуватися», як можна розв'язати дану задачу» [8, с. 90].

Отже, у підсумку зазначимо, що динамічні моделі об'єктів, створених у середовищі ППЗ GRAN 2D, є потужними засобами освоєння геометричної дійсності, вдало доповнюють арсенал традиційних засобів навчання математики, геометрії зокрема, методика їх створення і застосування потребує ще свого ретельного аналізу і подальшого дослідження широким науково-педагогічним загалом.

Література

1. *Бевз Г.П.* Геометрія 7–9: [підруч. для 7–9 кл. загальноосвіт. навч. закл.] / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. — [2-е вид, змінене, доповн.].–К.: Вежа, 2004. — 310 с.
2. *Жалдак М.І.* Математика з комп'ютером: [посіб. для вчителів] / М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко. — [2-е вид.]. — К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. — 282 с.
3. *Жалдак М.І.* Комп'ютер на уроках геометрії: [посіб. для вчителів] / М.І. Жалдак, О.В. Вітюк. — К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2000. — 168 с.
4. *Крамаренко Т.Г.* Уроки математики з комп'ютером: [посіб. для вчителів і студ.] / Т.Г. Крамаренко; за ред. М.І. Жалдака. — Кривий Ріг: Видавничий дім. — 2008. — 272 с.
5. Особенности обучения геометрии в 6–8 классах (по учебнику «Геометрия» А.В. Погорелова): методическое письмо / [сост. И.Ф. Тесленко]. — К.: Рад. шк., 1982. — 70 с.
6. *Раков С.А.* Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій: дис. … д-ра. пед. наук: 13.00.02 / Раков Сергій Анатолійович. — К., 2005. — 381 с.
7. *Саранцев Г.И.* Обучение математическим доказательствам в школе: [кн. для учит.] / Г.И. Саранцев. — М.: Просвещение, 2000. — 173 с.
8. *Фридман Л.М.* Психолого-педагогические основы обучения математики в школе: учителю математики о педагогической психологии / Л.М. Фридман. — М.: Просвещение, 1983. — 160 с.