

УДК 378.14:371.214.46:[004.78:51]

## ПРО ФОРМУВАННЯ УМІНЬ РАЦІОНАЛЬНО ОБРАТИ ПРОГРАМУ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ: РЕЗУЛЬТАТИ ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

**Семеніхіна Олена Володимирівна,**

*доцент кафедри інформатики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка, кандидат педагогічних наук, доцент, e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua.*

**Друшляк Марина Григорівна,**

*старший викладач кафедри математики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка, кандидат фізико-математичних наук, marydru@mail.ru.*



**Анотація.** У статті розглянуто проблему формування умінь обирати серед розмаїття програм динамічної математики (ПДМ) саме той продукт, який з позицій наявного у ньому інструментарію виявиться найраціональнішим для розв'язання конкретної задачі чи групи задач шкільного курсу математики. Запропоновано стратегію формування таких умінь, яка базується на формулі «одна задача-різні ПДМ». Описано методику організації експериментального навчання і наведено результати статистичного опрацювання одержаних даних на основі непараметричного знакового критерію для залежних вибірок.

**Ключові слова:** програми динамічної математики, комп'ютерні інструменти, раціональний вибір, GRAN2d, DG, Живая геометрия, Математический конструктор, GeoGebra, критерій знаків.

Наразі будь-який український вчитель усвідомлює потребу у залученні інформаційних засобів у навчальний процес. Причому йдеться не лише про використання загально відомих програм офісного типу (текстові та табличні процесори, програми презентацій, системи керування базами даних тощо). Особливого значення набуває використання предметно орієнтованих середовищ.

У контексті математичної підготовки ми можемо говорити про ряд комп'ютерних засобів, які об'єднуються у групу програм, у яких передбачена можливість начних динамічних перетворень побудованих математичних об'єктів чи їх конструкцій. Саме через цю характерну рису комп'ютерні середовища **The Geometer's SketchPad**, **GeoGebra**, **Cabri**, **MathKit**, **GeoNexT** та подібні до них не лише стали носити назву програм динамічної математики (ПДМ), а й знайшли своїх прихильників в усьому світі. Це підтверджується численними навчально-методичними матеріалами у різних світових виданнях та у мережі Інтернет [1–9].

Українські науковці активно стали звертати увагу на програми такого типу наприкінці ХХ століття після появи українського аналогу ПДМ — пакету програм **Gran** (**Gran1**, **Gran2d**, **Gran3d**), авторами якої стали українські науковці на чолі з академіком НАПНУ М. І. Жалдаком. Пізніше з'явилася програма, орієнтована в основному на курс планіметрії, — **DG** (її розробником був колектив на чолі з доктором педагогічних наук С. А. Раковим. Ці програми рекомендовані МОН України і позиціонуються як доцільні засоби підтримки навчання шкільної математики.

Разом з цим, як кожний програмний продукт, який не має періодичного оновлення, ці засоби сьогодні децю поступаються аналогам. Наразі усе більшої популярно-

сті набуває **GeoGebra** — вільно поширюваний програмний продукт, який передбачає багатомовний інтерфейс та потужний набір вшитих послуг, які у кількості своїй набагато випереджають згадані українські аналоги, ПДМ виробництва РФ — **Математический конструктор**, яка має інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, постійно оновлюється з додаванням послуг і при цьому постачаються з вельми потужною методичною підтримкою.

Також варто зазначити про російськомовний аналог ПДМ **The Geometers SketchPad** — **Живая математика**, **Живая геометрия**, а також про німецький **GeoNexT**, який має мультимовний інтерфейс, та про французьку **Cabri3d**, розробники якої передбачили можливість зручної роботи з тривимірними об'єктами (суттєвий для нас недолік **Cabri3d** — відсутність російськомовного чи україномовного інтерфейсу).

Таке розмаїття програмних засобів змушує освітян звернути увагу на питання вибору найкращого продукту у серії подібних з позицій надання якісної підтримки навчання математики в українській школі. Питання нетривіальне, оскільки можна обмежуватися використанням суто українського продукту, але чи буде це раціональним і доцільним з позицій сучасного надання освітніх послуг у контексті розвитку програмних засобів та інформаційно-комунікаційних систем у світі.

Це питання спонукало нас провести дослідження, присвячене вибору найуніверсальнішого стосовно курсу шкільної математики комп'ютерного продукту серії ПДМ, а також умінню раціонально у контексті розв'язування конкретної математичної задачі шкільного курсу математики обрати певну ПДМ.

Відповідь на першу частину дослідження ми шукали серед працюючих учителів математики шкіл Сумщини.

Друга частина дослідження спиралася на результати підготовки випускників СумДПУ ім. А. С. Макаренка за спеціальностями «Математика\*» та «Інформатика\*».

Анкети для вчителів математики містили такі запитання.

1. Чи передбачена технічна можливість використовувати ПДМ на будь-якому уроці математики у Вашому навчальному закладі?

2. Під час вивчення яких тем Ви використовуєте ПДМ? Яку саме?

3. У яких класах Ви використовуєте ПДМ? Яку саме?

4. Яка з ПДМ Вами використовується найчастіше?

Опрацювання результатів анкет дало змогу зробити такі висновки.

Не у кожному загальноосвітньому навчальному закладі передбачено можливість залучення комп'ютерів на будь-якому з уроків математики через обмежене фінансування шкіл (особливо сільських), відсутність достатньої кількості мультимедійних проекторів та комп'ютерної техніки для проведення уроків з інших, відмінних від інформатики, дисциплін.

Найчастіше вчителі використовують ПДМ на уроках планіметрії та початків математичного аналізу і майже не використовують на уроках стереометрії.

Оцінка привабливості ПДМ вчителями математики (рис. 1) виявила, що найчастіше працюючими вчителями, обираються програми **Gran** і **DG** (зауважимо, що ми зробили аналіз вибірки за віком вчителів і виявили, що така оцінка переважає в учителів віком від 35 років і вище. Молоде покоління вчителів у більшості орієнтується на середовище **GeoGebra**).

З огляду на те, що більшість вчителів Сумщини проходила підготовку в СумДПУ ім. А. С. Макаренка, і вибір використовуваних засобів міг спиратися саме на ті програмні середовища, які вивчалися під час навчання в університеті (а тоді це були саме програми **Gran** і **DG**), ми вирішили провести додаткове дослідження щодо вибору найпривабливішої ПДМ серед студентів-випускників, які за робочими програмами у восьмому семестрі вивчають можливості використання кількох ПДМ, серед яких **Gran**, **DG**, **GeoGebra**, **Математичський конструктор**, **Живая математика**, **Cabri3D**. Результати такого

опитування корелювали з результатами опитування молодих учителів — більшість свій вибір схилила до середовища **GeoGebra** (рис. 2).

Одержані результати, крім іншого, зорієнтували нас на запровадження такого спецкурсу (надалі Спецкурс), який би поряд з вивченням різних ПДМ передбачав формування вмінь раціонально обирати програмний засіб у контексті розв'язання конкретної математичної задачі, у контексті розв'язання певного типу задач, у контексті підтримки вивчення певної змістової лінії, певного року навчання.

Виявилось, що проблема раціонального вибору середовища є актуальною для працюючих учителів і однією з головних в процесі навчання застосовувати ПДМ під час розв'язування шкільних задач. Наші спостереження вияви-

ли, що досить часто зустрічаються такі ситуації:

1) потрібний інструментарій взагалі не передбачено розробниками окремих ПДМ для розв'язування певного класу задач;

2) задача розв'язується комп'ютерними інструментами обраної ПДМ, але ці інструменти не можна вважати вдало підібраними щодо розв'язування певного класу задач відносно інструментарію іншої ПДМ.

Тому стратегією впровадження спецкурсу обрали цілеспрямоване напрацювання умінь використовувати інструментарій різних ПДМ для розв'язування однієї й тієї ж задачі. За формулою «одна типова задача — різні ПДМ» нами проводилися лабораторні заняття зі спецкурсу, після завершення якого студентам пропонувалася контрольна робота, яка містила питання стосовно особис-

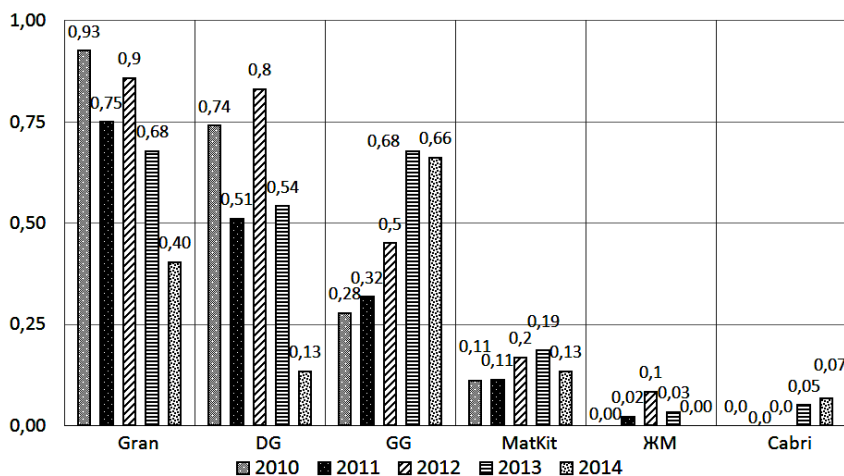


Рис.1. Оцінка привабливості ПДМ учителями математики

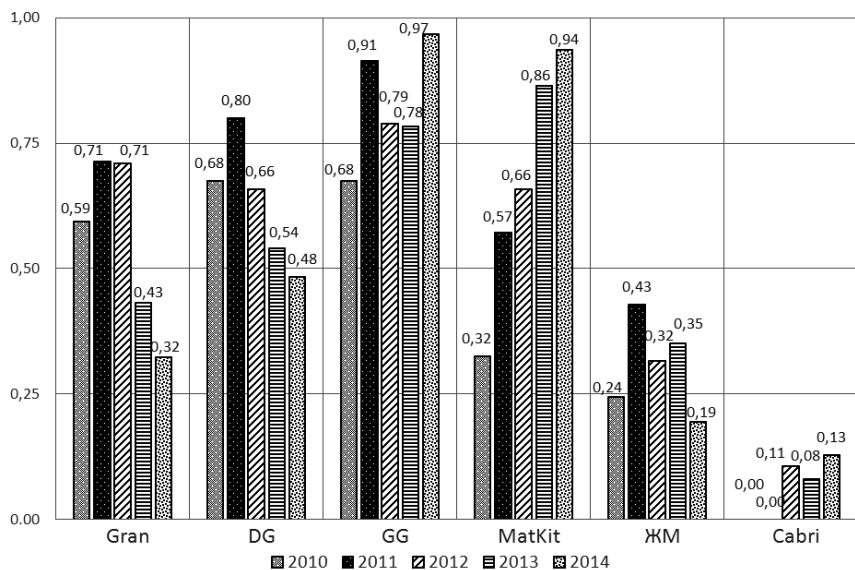


Рис.2. Оцінка привабливості ПДМ студентами

того вибору ПДМ для розв'язання кожної із запропонованих задач шкільного курсу математики.

Наше дослідження тривало п'ять років, за які відбувалися певні трансформації переліку задач контрольної роботи. Нижче наведемо коротко умови задач та методичні коментарі до їх розв'язань на базі різних ПДМ, після чого зазначимо номери тих задач, які нами пропонувався на контрольних заходах.

**Задача 1.** Знайти усі значення параметра  $a$ , при яких система нерівностей

$$\begin{cases} y \geq x^2 + 2a \\ x \geq y^2 + 2a \end{cases}$$

має єдиний розв'язок.

*Методичний коментар.* Розв'язування систем нерівностей з параметрами не можна вважати типовою математичною задачею, а тому інструменти для її розв'язання передбачені не в кожному із середовищ динамічної математики (серед ПДМ, які вивчалися, такі операції передбачені лише в **Gran1** та **GeoGebra 5.0**). Обидві програми дозволяють спостерігати за динамічною зміною області розв'язків залежно від параметра.

У виборі програми **Gran1** слід враховувати, що такого типу нерівності розв'язуються через використання неявної функціональної залежності виду  $F(x,y)=0$ . При цьому нерівності системи повинні бути одного знаку. У програмі передбачено розв'язування лише системи строгих нерівностей. Іншими словами, часто доводиться попередньо трансформувати умову, щоб застосувати інструментарій **Gran1**.

Під час вибору ПДМ **GeoGebra 5.0** нерівності вводять безпосередньо через командний рядок з урахуванням логічної операції «І» (кон'юнкція). Навіть якщо попередньо не задано параметр, розробниками передбачено нагадування про це.

Застосувавши послугу **Параметр** і змінюючи значення параметра, отримуємо відповідь:  $a=0,125$ . Зауважимо, що рисунки 3 і 4 не демонструють відповіді до задачі, оскільки обрано найбільш наочний варіант зображення розв'язку системи двох нерівностей з параметрами.

Отже, раціональним вибором є **GeoGebra 5.0**.

**Задача 2.** Знайти множину точок площини, сума відстаней яких від двох даних точок є величиною стала.

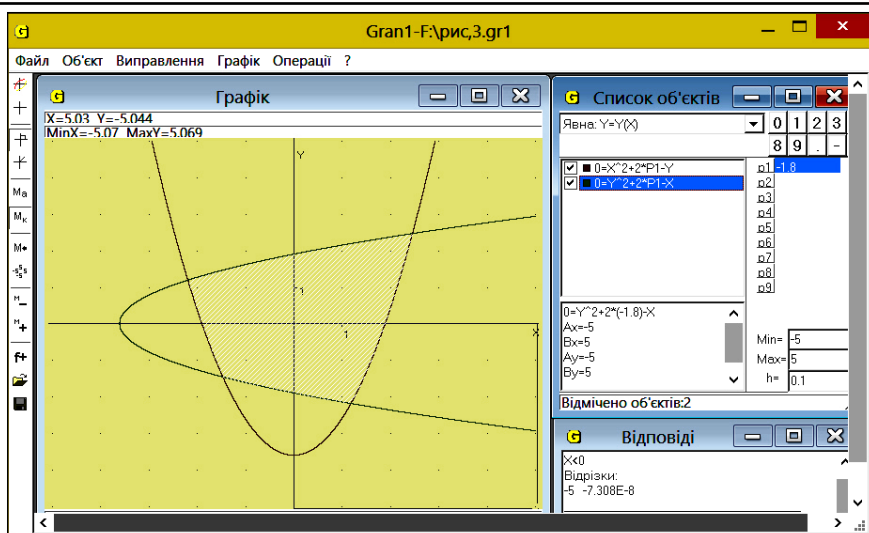


Рис. 3. Розв'язання системи нерівностей з параметрами в ПДМ у Gran1

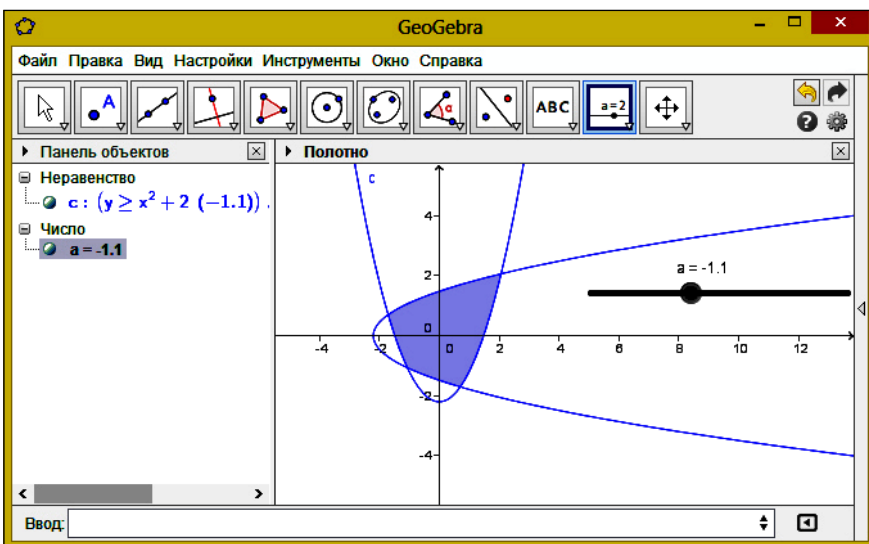


Рис. 4. Розв'язання системи нерівностей з параметрами в ПДМ GeoGebra 5.0

*Методичний коментар.* Шукане ГМТ можна побудувати як за допомогою інструменту **Слід**, так і використовуючи інструмент **Локус**. Про відмінності та переваги кожного з інструментів автори згадували в [10].

Для розв'язування цієї задачі підходять усі ПДМ, у яких передбачені планіметричні інструменти (можливі відмінності у назвах). Варто лише пам'ятати, що в ПДМ **Живая математика** спочатку потрібно виділити вихідні об'єкти, а потім застосовувати до них інструмент (але це не відноситься до даної конкретної задачі, а є специфікою середовища).

Якщо використовувати інструмент **Слід**, то потрібно враховувати, що результат дії інструменту не є самостійним об'єктом на відміну від результату дії інструмента **Локус** (останній миттєво відображається

на екрані і є активним об'єктом, який змінюється разом зі зміною відстані між заданими точками).

**Раціональний вибір.** Не можна говорити про суттєві переваги якоїсь з ПДМ.

**Задача 3.** На сторонах правильного трикутника (зовні нього) побудовані квадрати. Показати, що їх центри є вершинами правильного трикутника.

*Методичний коментар.* Відразу зазначимо, що в середовищі **DG** передбачено лише такі інструменти перетворень: побудова точки, симетричної даній, побудова точки, симетричної відносно даної прямої, та побудова інверсної точки. Інструменти для перетворень інших геометричних об'єктів розробниками не передбачені. Зауважимо, що можливо створити власний інструмент перетворень, але це потребує побудов додаткових конструкцій.

Усі побудови, які потрібно виконувати (побудова правильного трикутника, квадрата, центру правильного трикутника), можна реалізувати в усіх інших ПДМ. Для виконання повороту у ПДМ **Gran2d**, **Живая Математика**, **GeoGebra** інструменти не відрізняються за результатом дії (лише у **Gran2d** кут повороту не можна задати аналітично). На відміну від цих ПДМ у середовищі **Математичний конструктор** результат дії інструменту **Поворот** — самостійний об'єкт (рис. 5), до якого можна застосовувати інші інструменти.

**Раціональний вибір:** програма **Математический конструктор**.

**Задача 4.** Визначити форму тіла, яке утворюється при обертанні прямокутного трикутника навколо одного з катетів.

*Методичний коментар.* Задача розв'язується конструктивною побудовою, яка описана в умові. Динамічний слід гіпотенузи прямокутного трикутника утворює конус.

Серед ПДМ, які підтримують розв'язування задач, пов'язаних з просторовими фігурами, вивчалися **Gran3d**, **GeoGebra 5.0** і **Cabri3D**. Зазначимо, що в **Gran3d** не передбачено можливості побудови динамічного сліду. У програмах **GeoGebra 5.0** та **Cabri3D** використання динамічного сліду можливе, тому відповідь можна одержати із залученням цих програм. Програма **Cabri3D** має переваги, оскільки в ній передбачена можливість здійснювати з отриманим ГМТ (конусом) інші геометричні перетворення (паралельне перенесення, обертання тощо).

Отже, для умови задачі 4 раціональним буде вибір як **GeoGebra 5.0**, так і **Cabri3D**. Але якщо плануються подальші дії з одержаним конусом, то найкращим вибором буде програма **Cabri3D**.

**Раціональний вибір:** програма **Cabri3D** (рис. 6).

**Задача 5.** Три сфери радіусів  $r$  і  $R$  розміщені так, що кожна сфера до-

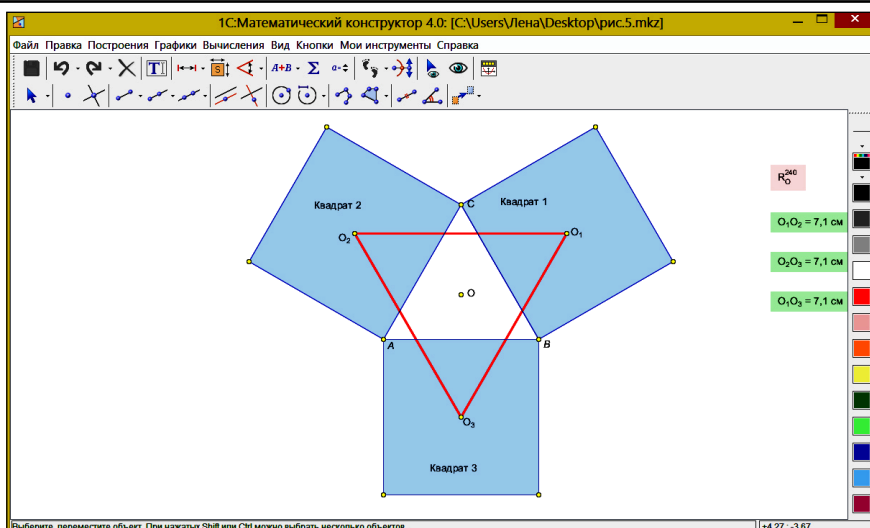


Рис. 5. Розв'язання задачі 3 в програмі **Математический конструктор**

тикається до двох сфер радіуса  $r$  і до двох сфер радіуса  $R$ . Центри усіх сфер лежать в одній площині. Знайти відношення радіусів цих сфер.

**Зауваження.** Найскладніше в даній задачі — побудувати потрібну конфігурацію [11]. Якщо просторова уява розвинена достатньо, то можна відразу працювати лише з площиною, на якій лежать центри кіл, та колами, які утворюються у перетині сфер з цією площиною. У цьому випадку можливе використання усіх ПДМ, які оперують планіметричними інструментами. Але демонстрація динамічного зв'язку 2d-зображення допоміжного перерізу і 3d-зображення всієї конфігурації можлива лише в програмі **GeoGebra 5.0**. (рис. 7).

**Раціональний вибір:** програма **GeoGebra 5.0**.

**Задача 6.** Знайти площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями

$$y = -\frac{8}{x}, x = -4, x = -2, y = 0.$$

*Методичний коментар.* Традиційно задача зводиться до обчислення визначеного інтеграла

$$\int_{-4}^{-2} -\frac{8}{x} dx,$$

що можна здійснити в програмах **Gran1** та **GeoGebra 5.0**.

Типова помилка при обчисленні визначених інтегралів в програмі **Gran1** пов'язана з тим, що при заданні підінтегральної функції потрібно вказати відрізок, на якому вона задана, але при цьому межі інтегрування можуть виходити за цей відрізок, і тоді програмою виводиться на екран неправильне значення інтеграла (програма обчислить інтеграл на спільній частині відрізка) [12].

У програмі **GeoGebra 5.0** потрібний інтеграл обчислюється через командний рядок (**Інтеграл [Функція, Начальноезначение, Конечноезначение]**). При цьому, як і в **Gran1**, на екрані з'явиться зображення криволінійної трапеції.

У ПДМ **Математический конструктор** розв'язати дану задачу можна безпосередньо за допомогою інструменту **Создать область над/под графиком** та **Измерить площадь области**. У діалозі властивостей побудованої області можна вказати спосіб розташування області (над чи під графіком), границі побудови області за осями координат (до певного значення чи до нескінченності) та колір побудов.

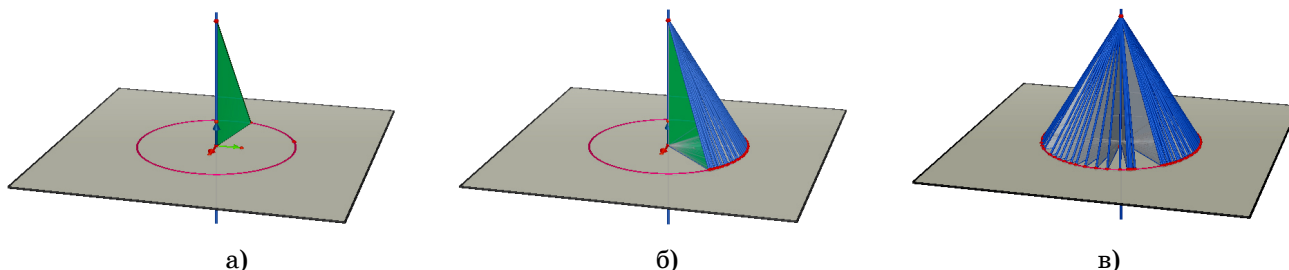


Рис. 6. Побудова тіла, яке утворюється при обертанні прямокутного трикутника навколо одного з катетів, в програмі **Cabri3D**

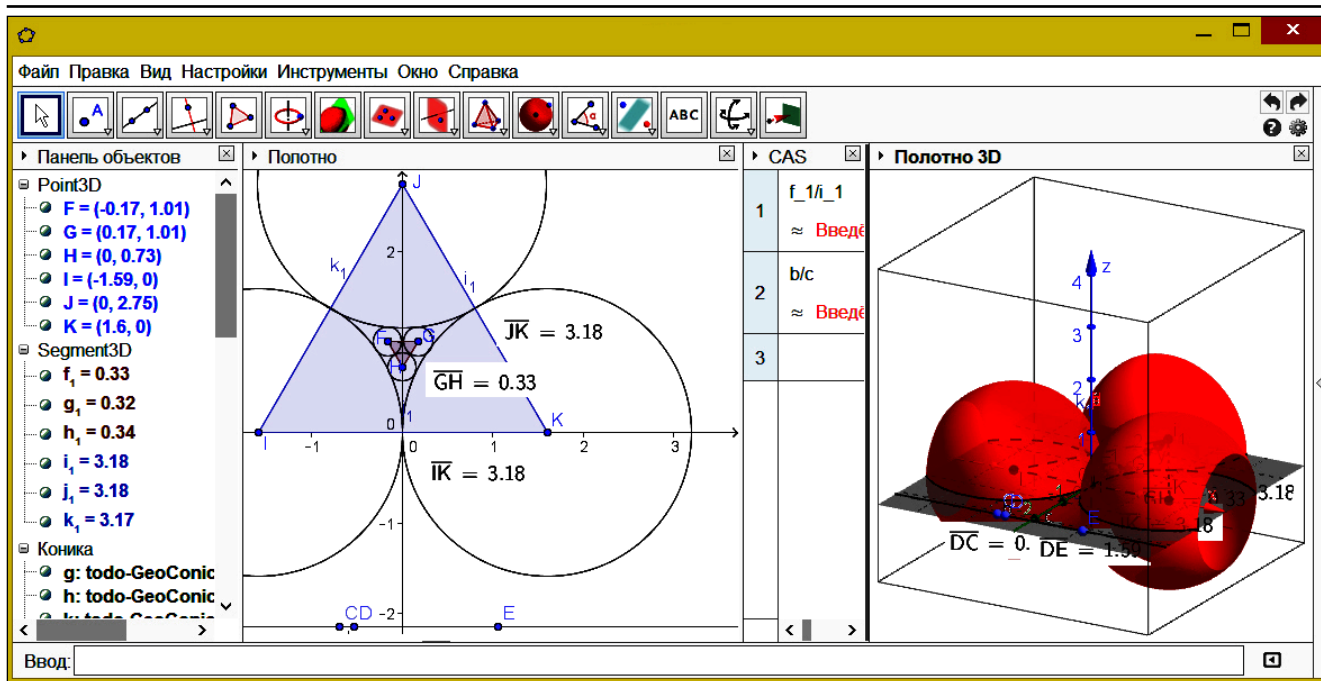


Рис. 7. Розв'язання задачі 5 в програмі GeoGebra 5.0

Отже, з найменшою ймовірністю припуститися помилки варто скористатися програмою **GeoGebra 5.0**.

**Раціональний вибір:** програма **GeoGebra 5.0** (рис. 8).

**Задача 7.** Двадцять п'ять учнів відповідали на запитання тесту. Потім учні оцінили складність тесту від 1 (дуже простий) до 5 (дуже складний) й отримали результати: 4 учня оцінили тест як дуже простий (1); 6 учнів оцінили тест як простий (2); 6 учнів оцінили тест як складний (4); 1 учень оцінив тест як дуже складний (5). Інші учні вважали, що складність тесту була середня (3). Для одержаних результатів побудувати полігон частот, функцію розподілу, обчислити математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, моду та медіану.

*Методичний коментар.* Підтримку статистичних розрахунків можна здійснювати у програмах **Gran1** та **GeoGebra 5.0**. На відміну від **GeoGebra 5.0**, де дані потрібно увести у таблицю і використати інструменти аналізу, у середовищі **Gran1** пропонується обрати тип розподілу (дискретний чи неперервний) і тип даних (частоти, відносні частоти, варіанти). Також варто пам'ятати, що у **Gran1** для неперервного розподілу потрібно власноруч вводити рівновіддалені середини інтервалів і частоти попадання у ці інтервали. У **GeoGebra 5.0** можна вводити частоти, а потім в автомати-

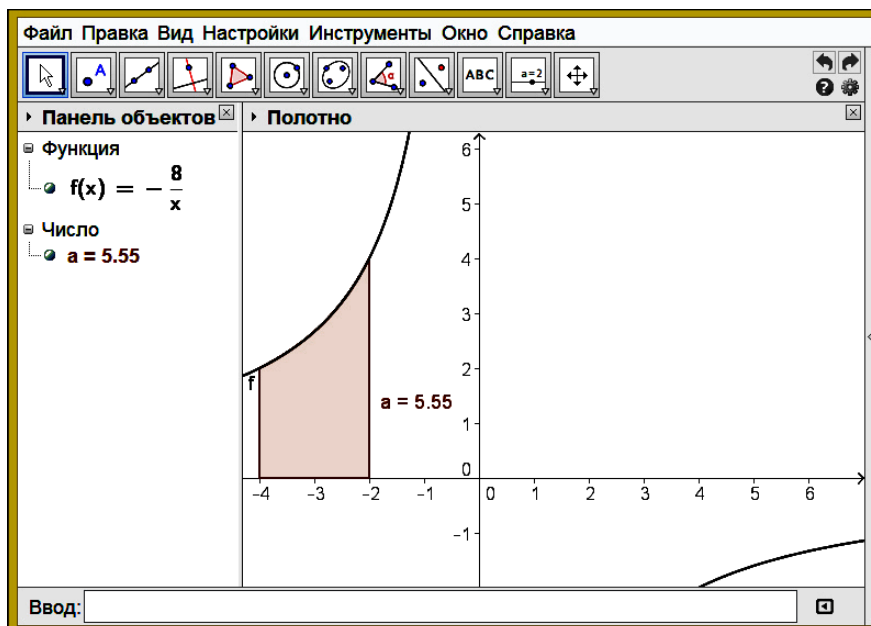


Рис. 8. Обчислення визначеного інтеграла в програмі GeoGebra 5.0

зованому режимі задати ширину карманів і значення варіант.

В обох програмах передбачено можливість побудови полігону частот, але графік функції розподілу розраховується в автоматичному режимі лише у **Gran1**. В обох програмах обчислюється математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення. У **Gran1** для дискретного розподілу автоматично визначиться мода, для неперервного — медіана. При використанні **GeoGebra 5.0** моду можна визначити додатково через командний рядок, а медіану програма обчислить автоматично.

У контексті вивчення шкільного курсу математики вважаємо, що найкращим вибором для розв'язання даної задачі є програма **Gran1**.

**Раціональний вибір:** програма **Gran1** (рис. 9–11).

Із семи розглянутих задач спочатку нами пропонувалися перші п'ять, але потім задачі №2 і №5 нами були замінені на №6 і №7 відповідно (більш детально у табл. 1)

Дослідження проводилося протягом 2010–2014 р.р. і мало на меті вивчення питання: «Чи сприяє Спецкурс формуванню умінь раці-

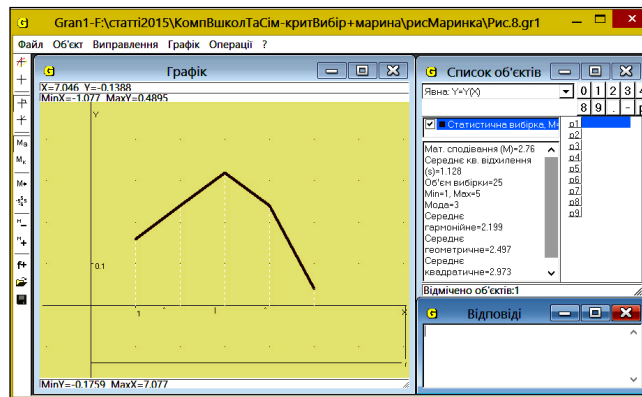
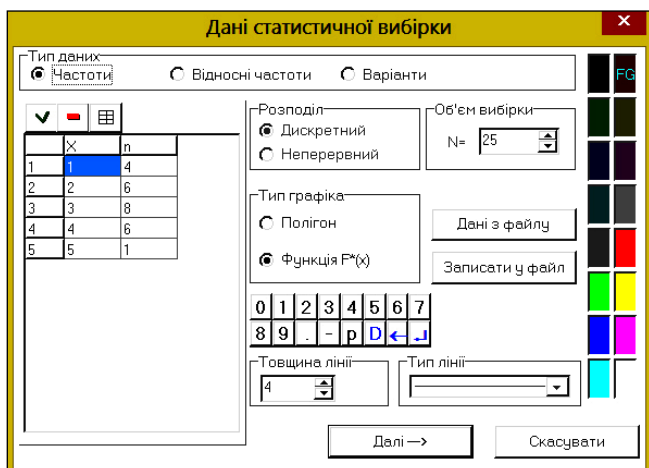


Рис. 10. Розв'язання задачі 7 в програмі Gran1: побудова полігону частот

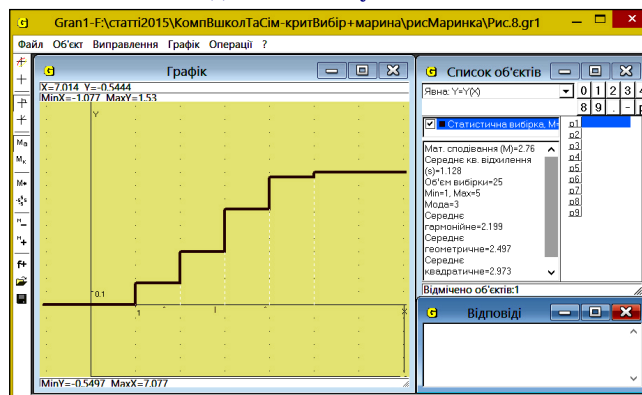


Рис. 11. Розв'язання задачі 7 в програмі Gran1: побудова функції розподілу

Рис. 9. Розв'язання задачі 7 в програмі Gran1: введення статистичних даних

онально обирати продукт серії ПДМ у контексті розв'язування конкретної математичної задачі шкільного курсу математики». З огляду на те, що такі уміння формуються протягом вивчення Спецкурсу, статистична оцінка результатів навчання могла здійснюватися на основі непараметричного знакового критерію для залежних вибірок [13].

У Спецкурсі було передбачено проведення двох контрольних робіт — у середині і наприкінці семестру. На цих заняттях нами пропонувалися описані п'ять задач (задачі різнилися тільки числовими даними). Кожний аргументований і вдалий вибір ПДМ нами оцінювався у один бал. Наприкінці семестру складалися порівняльні таблиці, де фіксувалася динаміка результатів.

Таблиця 1

№пп	2010–2012 рр.	2013–2014 рр.	Примітка
1	Задача 1	Задача 1	Без змін
2	Задача 2	Задача 6	Задача весь час викликала труднощі у студентів через суперечливість думок щодо залучення окремих ПДМ
3	Задача 3	Задача 3	Без змін
4	Задача 4	Задача 4	Без змін
5	Задача 5	Задача 7	Задача 5 виявилася досить складною для розв'язання, навіть якщо студенти обирали доцільну ПДМ (кожного року задачу №5 розв'язувало близько 20% студентів групи)

Кожного року (з 2010 по 2014) накопичувалися результати по вибіркам обсягом 37, 35, 38, 37, 31 відповідно. Загальна кількість респондентів склала 178 осіб. З них навмання було взято 30 результатів (табл. 2).

За цими балами визначалася кількість респондентів, у яких загальний бал знизився («-»), не змінився («0») та підвищився («+») — таблиця 3.

Відповідно до цілей експерименту було сформульовано нульову гіпотезу: вивчення спецкурсу не сприяє формуванню умінь раціонально обирати продукт серії ПДМ у контексті розв'язування конкретної математичної задачі шкільного курсу математики. Тоді альтернативна гіпотеза: вивчення спецкурсу сприяє формуванню таких умінь.

Побудовані гіпотези визначають односторонній знаковий критерій для перевірки залежних вибірок. За правилом прийняття рішення [13, с. 51] маємо: значення  $T_{експ} = 16$  (це кількість знаків «+» у вибірці),  $n = 20$  (це кількість респондентів, у яких відбулися зміни у результатах), область прийняття нульової гіпотези: [6, 14] на рівні значущості 0,05.

Таблиця 2

№ студента	Перша оцінка	Друга оцінка	№ студента	Перша оцінка	Друга оцінка	№ студента	Перша оцінка	Друга оцінка
1	2	3	11	2	4	21	3	4
2	1	4	12	4	4	22	2	3
3	4	5	13	3	3	23	2	2
4	1	3	14	3	3	24	3	2
5	1	2	15	3	3	25	3	3
6	4	5	16	1	2	26	3	3
7	3	4	17	2	3	27	3	3
8	3	2	18	2	2	28	4	5
9	3	4	19	4	3	29	2	3
10	3	2	20	3	3	30	3	4

Таблиця 3

Динаміка балів	«-»	«0»	«+»	$n = \text{«-»} + \text{«+»}$
Кількість респондентів	4	10	16	20

Оскільки  $T_{експ}$  не входить в інтервал прийняття гіпотези  $H_0$ , то відхиляємо нульову гіпотезу і приймаємо альтернативну з висновком, що вивчення Спецкурсу сприяє формуванню умінь раціонально обирати ПДМ. Оскільки значення  $T_{експ}$  вийшло за межі відрізка праворуч, то потрібно зробити висновок про позитивну динаміку кількості таких студентів, у яких сформувався критичний погляд на використання певної ПДМ та її інструментарію.

За результатами проведеного дослідження можна зробити такі висновки.

1. Поряд з обмеженням фінансуванням і часто застарілою комп'ютерною базою вчителі математики намагаються залучати в навчальний процес засоби математичного спрямування ПДМ. Проведене серед працюючих учителів анкетування показало, що найпопулярнішими наразі є ПДМ **Gran** та **GeoGebra**. Випускники педагогічного університету схиляють свій вибір до сервісів **GeoGebra**, **Математический конструктор** і **Gran**.

2. З огляду на те, що кількість ПДМ у світі зростає, їх версії оновлюються через додавання нових математичних інструментів, перед вчителями математики часто постає проблема раціонального вибору однієї ПДМ серед розмаїття інших. Вирішення цієї проблеми, з одного боку, спонукає працюючих учителів знайомитися з такими засобами на курсах підвищення кваліфікації або самостійно, а, з іншого, вимагає перегляду робочих програм тих курсів, які зорієнтовані на вивчення шляхів використання комп'ютера на уроках математики.

3. Проведене педагогічне дослідження дає підґрунтя стверджувати, що організацію такого спецкурсу доцільно здійснювати за формулою «одна задача — різні ПДМ», що, у свою чергу, вимагає під час підготовки вчителів математики вивчення кількох ПДМ одночасно. Урахування такого підходу забезпечує позитивну динаміку рівня підготовки майбутніх учителів математики за непараметричним знаковим критерієм для залежних вибірок на рівні значущості 0,05.

4. Разом з цим вважаємо, що проблема уміння раціонально обирати ПДМ для підтримки професійної діяльності усувається з часом, коли вже напрацьовано досвід роботи з інструментарієм різних програм динамічної математики та з'ясовано проблеми і визначено можливості їх використання на уроках математики.

\* \* \*

**Семеніхіна Е. В., Друшляк М. Г. О формировании умений рационально выбирать программу динамической математики: результаты педагогических исследований**

**Аннотация.** В статье рассмотрена проблема формирования умений выбирать среди разнообразия программ динамической математики (ПДМ) именно тот продукт, который с позиций имеющегося в нем инструментария окажется наиболее рациональным для решения конкретной задачи или группы задач школьного курса математики. Предложена стратегия формирования таких умений, которая базируется на формуле «одна задача — разные ПДМ». Описана методика организации экспериментального обучения и приведены результаты статистической обработки по-

лученных данных на основе непараметрического знакового критерия для зависимых выборок.

**Ключевые слова:** программы динамической математики, компьютерные инструменты, рациональный выбор, GRAN2d, DG, Живая геометрия, Математический конструктор, GeoGebra, критерий знаков.

\* \* \*

**Semenikhina Olena V., Drushlyak Marina G. On the formation of skills to choose the dynamic mathematical software rationally: results of pedagogical research**

**Abstract.** The article considers the problem of skills formation forchoosingsoftware, which will be most efficient for a specific problem or group of problems in the school mathematics, among a variety of dynamic mathematical software (DMS). The strategy for the formation of such skills, which is based on the formula «one problem — different DMS», are proposed. The technique of the organization of experiential studying and the results of statistical processing of the received data based on the nonparametric sign test for dependent samples are described.

**Keywords:** dynamic mathematical software, computer tools, rational choice, GRAN2d, DG, Live geometry, Mathematical constructor, GeoGebra, the sign test.

### Література

1. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. — К.: РННУ «ДНІТ», 2004. — 252 с.
2. Раков С. А. Компьютерные эксперименты в геометрии / С. А. Раков, В. П. Горох. — Х.: МП Региональный центр новых информационных технологий, 1996. — 176 с.
3. Дубровский В. Н. Учимся работать с «Математическим конструктором» / В. Н. Дубровский // Математика. — 2009. — №13. — С. 2–48.
4. Храповицкий И. С. Эвристический полигон для геометрии / И. С. Храповицкий // Компьютерные инструменты в образовании. — 2003. — №1. — С. 1–15.
5. Hohenwarter M. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra / M. Hohenwarter, J. Hohenwarter, Z. Lavicza // Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. — 2008. — 28, 2. — P. 135–146. (in English)
6. Ракута В. М. Система динамической математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики / В. М. Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2012. — №4 (30). — Режим доступу до журналу: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itit/issue/view/54#.U24YeXTj5nE>.
7. Зеленьак О. П. Стереометрія з комп'ютером? / О. П. Зеленьак // Інформаційні технології в освіті. — 2013. — №5. — С. 146–156.
8. Scher D. Lifting the Curtain: The Evolution of The Geometer's Sketchpad / D. Scher // The Mathematics Educator. — 2000. — 10(1). — P. 42–48. Retrieved from: <http://math.coe.uga.edu/TME/Issues/v10n2/4scher.pdf>.
9. Althoen S. Investigating Bricard's Proof of Morley's Theorem with The Geometer's Sketchpad / S. Althoen, J. Brandell // Mathematics Teacher. — 2009. — 102(9). — P. 706–709.
10. Drushlyak, M.G. Computer Tools "Trace" and "Locus" in Dynamic Mathematics Software / M. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. 2014. V.10 (4). P. 204–214.
11. Semenikhina, E.V., Drushlyak M.G. Computer Mathematical Tools: Practical Experience of Learning to Use Them / E. Semenikhina, M. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. 2014. V.9 (3). P. 175–183. — Режим доступу: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itit/article/view/1138/866#.VKKRJc-eABM>.
12. Семеніхіна О. В. Типові помилки, які виникають при використанні пакетів GRAN / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології в освіті, науці й техніці» (ІТОНТ-2012). — 2012. — Черкаси. — 25–27 квітня, 2012. — С. 87–88.
13. Грабар М. І. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабар, К. А. Краснянская. — М.: Педагогика, 1977. — 136 с.