

## Оцінка гідродинамічних процесів в артеріальному руслі за масивом діагностичних даних КТ, МРТ та УЗД з використанням 3-D моделювання

С.В. Федьків<sup>1,2</sup>,  
С.В. Струтинський<sup>3</sup>

ДУ «Національний науковий центр «Інститут кардіології ім. академіка М.Д. Стражеска НАМН України»<sup>1</sup>  
ДУ «Інститут ядерної медицини та променевої діагностики НАМН України»<sup>2</sup>  
Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»<sup>3</sup>

Діагностика патологій судинної системи методами магнітно-резонансної томографії (МРТ) та методами комп'ютерної томографії (КТ) дає можливість отримати інформацію про об'єктивний стан артерій. Для аналізу результатів МРТ та КТ застосовують візуальні методи оцінки.

Спрощені методи візуальної оцінки не дають можливість отримати точні результати, саме тому широкого розповсюдження набула методика визначення фракційного резерву кровотоку (ФРК), у закордонних працях використовується термін fractional flow reserve (FFR) [8, 10]. ФРК визначається по співвідношенню тиску крові, виміряного після стенозованої ділянки, до тиску виміряного перед нею. Визначення ФРК потребує хірургічного втручання, складних методик та апаратури.

Проблема полягає у об'єктивній оцінці параметрів течії крові, яка пов'язана із діагностикою патологічного стану артерій переважно атеросклеротичного ураження, без ендovasкулярного та хірургічного втручання за даними КТ та МРТ.

Наведено результати дослідження механіки судин та гідравлічних характеристик течії крові у судинах [2, 3, 4]. Розглянуто особливості внутрішньої поверхні артерії та геометричні параметри артерій [5, 11], а також характеристики течії крові в артеріях [7, 9, 12]. Визначено, що перспективним напрямком досліджень є теоретичне визначення ФРК на основі дослідження течії крові в артерії [8]. Роботи у цьому напрямку ведуться [8, 10]. Матеріалів, що стосуються результатів визначення реальної геометричної форми артерій на основі даних МРТ та КТ із визначенням особливостей течії на ділянках артерій зі стенозом та обчисленням на цій основі ФРК, у літературних джере-

лах не знайдено, тому ці питання відносяться до невирішених раніше частин загальної проблеми моделювання реальної геометричної форми артерій.

Актуальною є розробка методів визначення ФРК для артерій постійного діаметра на основі даних КТ та МРТ, яким присвячена дана стаття.

**Мета дослідження** – на основі даних КТ, МРТ та УЗД провести визначення реальної геометричної форми ниркових і сонних артерій та розрахунок параметрів течії крові на ділянці артерії зі стенозом, із подальшим визначенням фракційного резерву кровотоку.

### Матеріали і методи дослідження

Запропоновано метод визначення ФРК на основі теоретичного аналізу результатів КТ, МРТ та УЗД ниркових та сонних артерій. Ці дослідження виконували для виявлення залежності параметру ФРК від ступені звуження ділянки артерії зі стенозом. По даним КТ та МРТ досліджень проведена об'єктивна діагностика стенозу ниркових та сонних артерій шляхом визначення реальної форми артерії на ділянці стенозу з розрахунком параметрів течії крові й встановленням ФРК.

На основі результатів КТ дослідження ниркових та сонних артерій будувалась 3D модель судин. При комп'ютерній обробці результатів отримується поверхня, складена із трикутників (метод триангуляції). Програмне забезпечення дає можливість не лише візуалізувати просторову форму артерій, воно також дозволяє провести реконструкцію форми артерій та створити їх тривимірні моделі. Роздільна здатність вимірів складає 0,5 мм. Цього до-



**Рис. 1.** Збільшена ділянка ниркової артерії із стенозом (а) та реконструкція точної форми артерії по перетинам (б).

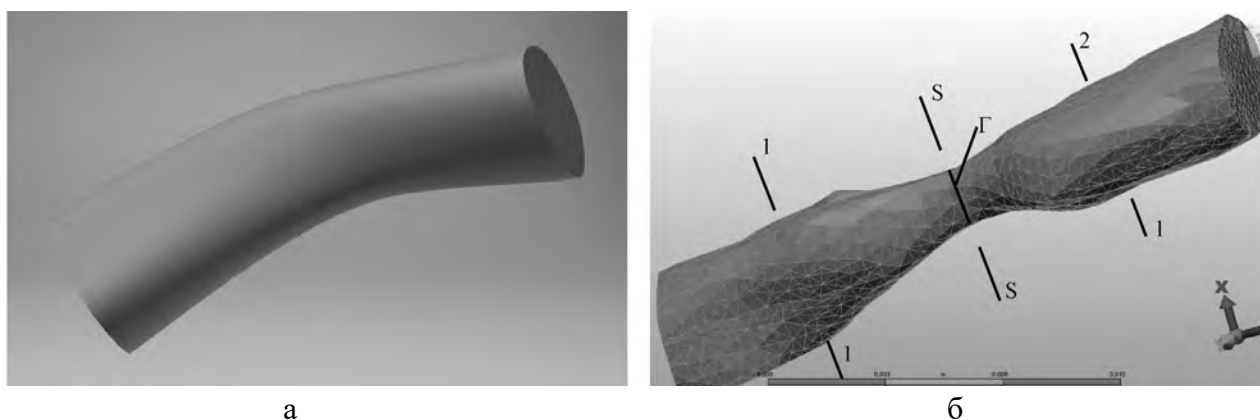
статньо для артерій, діаметр яких перевищує 8 мм. Для артерій менших розмірів отримана 3D модель є неточною та потребує додаткової комп'ютерної обробки. Додаткова обробка полягає у збільшенні необхідної ділянки артерії та її подальшої оцифровки (рис. 1 а). Використовуючи програмне забезпечення для твердотільного моделювання, створюється 3D модель ділянки артерії, що найбільш точно відповідає діагностичним даним. 3D модель формується наступним чином: вибирається ряд площин перпендикулярних вісі артеріального русла (рис. 1 б).

В подальшому на кожній з площин за допомогою сплайн-інтерполяції формуються замкнені криві  $L_1, L_2, L_3$ , що відповідають лініям перетину січних площин та стінок артерії. Отримані замкнені криві за допомогою інструменту твердотільного моделювання, що має назву «елемент по зрізам», дають можли-

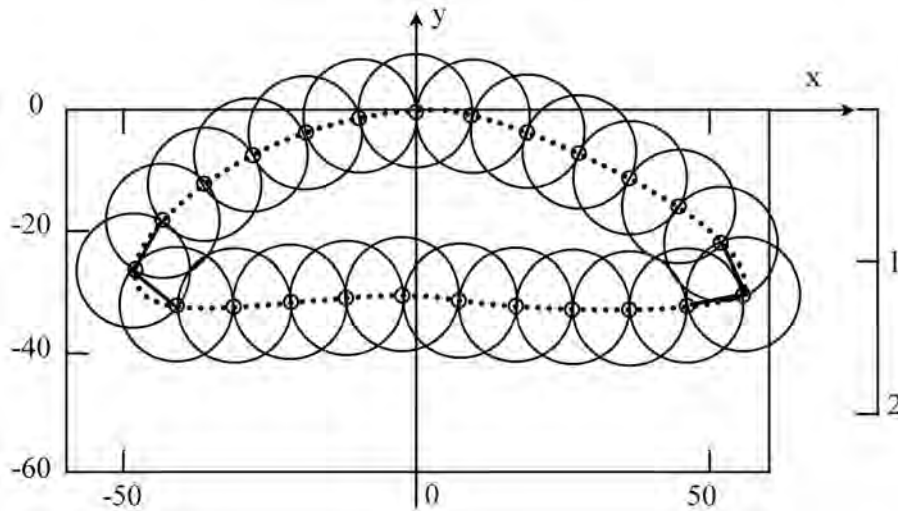
вість створити спрощену високоточну 3D модель ділянки артерії (рис. 2 а). Для застосованих методів числових досліджень течії крові в артерії спрощена високоточна модель подається у наближеному вигляді шляхом тріангуляції поверхні звуженої ділянки артерії (рис. 2 б).

Для досліджень течії крові на звуженій ділянці визначається форма перетинів артерій у вигляді аналітичних залежностей. Для аналізу геометричної форми перетину артерії запропоновані аналітичні залежності різного рівня складності. Для опису форми перетину артерії (пунктирна крива) вводиться декартова прямокутна система координат  $x$  і  $y$  (рис. 3).

Контур артерії оцифровується в точках  $i=0,1,2,\dots,n$ . Для цього, починаючи з точки  $O$ , послідовно будуються кола з постійним радіусом  $r_0$ . Радіус кола вибирається достатньо малим, щоб забезпечити необхідну точність апроксимації. Після побудови кола з центром



**Рис. 2.** Високоточна спрощена 3D модель ділянки ниркової артерії (а) та 3D модель одержана шляхом тріангуляції ділянки артерії (б).



**Рис. 3.** Апроксимація контуру артерії (пунктирна крива), яка визначена в результаті діагностики полігоном із ділянками однакої довжини  $\Delta l=r_0$ .

в точці  $O$  знаходиться точка 1 на відстані  $r_0$  від точки  $O$ . При малих значеннях радіуса  $r_0$  різниця дуги і хорди є незначною. Друге коло будується з центром у точці 1. При цьому знаходиться точка 2. Далі будується коло з центром в точці 2. При цьому знаходиться точка 3. Процес продовжується до повної оцифровки контуру артерії. Методом послідовних наближень вибирається таке значення радіуса  $r_0$ , яке вкладається на контурі ціле число разів. Проведена оцифровка форми перетину артерії шляхом розбивки її на елементарні ділянки є основою для побудови дискретної математичної моделі контуру. Вона має вигляд двох взаємопов'язаних векторів:

$$vx = (x_i), \quad vy = (y_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Кількість ділянок вибирається достатнім для забезпечення необхідної точності опису контуру артерії. Одержані точки на кривій розташовані на однакових відстанях одна від одної по дузі контуру. Кожній точці ставимо у відповідність параметр  $l$  рівний довжині дуги контуру артерії. Довжина дуги виміряна від початкової точки  $O$  складає:

$$vL = r_0 \cdot i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Залежності (1) і (2) визначають оцифрований контур перетину артерії. Аналітична залежність форми контуру артерії подається в параметричному вигляді. При цьому декартові координати  $x, y$ , які визначають форму перетину артерії, задаються у вигляді функціональних залежностей від параметра  $l$ , що є довжиною

дуги контуру  $L$ , який охоплює перетин артерії. Кожна координата дається у вигляді розкладу в ряд Фур'є по параметру  $t$  з обмеженням числа складових ряду кількома гармоніками [12].

Таким чином, форма контуру перетину артерії описана парою залежностей:

$$\begin{aligned} x(L) &= \frac{a_{ox}}{2} + \sum_{k=1}^N a_{kx} \cos(2\pi kL/L_0) + b_{kx} \sin(2\pi kL/L_0), \\ y(L) &= \frac{a_{oy}}{2} + \sum_{k=1}^N a_{ky} \cos(2\pi kL/L_0) + b_{ky} \sin(2\pi kL/L_0), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $L_0$  – довжина контуру,  $a_{ox}, a_{oy}$  – постійні складові залежностей;  $a_{kx}, a_{ky}$  – коефіцієнти ряду при косинусних складових;  $b_{kx}, b_{ky}$  – коефіцієнти ряду при синусних складових;  $N$  – число складових ряду Фур'є.

Коефіцієнти рядів Фур'є знаходяться за формулами [12]:

$$\begin{aligned} a_{kx} &= \frac{2}{L_0} \int_0^{L_0} f_x(L) \cos\left(\frac{k2\pi}{L_0} L\right) dL, \\ b_{kx} &= \frac{2}{L_0} \int_0^{L_0} f_x(L) \sin\left(\frac{k2\pi}{L_0} L\right) dL, \\ a_{ky} &= \frac{2}{L_0} \int_0^{L_0} f_y(L) \cos\left(\frac{k2\pi}{L_0} L\right) dL, \\ b_{ky} &= \frac{2}{L_0} \int_0^{L_0} f_y(L) \sin\left(\frac{k2\pi}{L_0} L\right) dL, \end{aligned} \quad (4)$$

У вирази (4) входять аналітичні залежності координат ( $x$  і  $y$ ) від параметра  $L$ , а саме  $f_x(L)$  та  $f_y(L)$ .

Ці залежності знайдені за наступною методикою.

Залежності координат  $x$  і  $y$  від дуги  $L$  визначені у вигляді векторів (1) і (2) та згладжені кубічними сплайнами згідно процедури пакету MathCAD у вигляді:

$$\begin{aligned} vsx &:= cspline(vL, vx), \\ f_x(L) &:= \text{int } erp(vsx, vL, vx, L), \\ vsy &:= cspline(vL, vy), \\ f_y(L) &:= \text{int } erp(vsy, vL, vy, L), \end{aligned} \quad (5)$$

Використовуючи значення (5), обчислені інтервали (4) і знайдені коефіцієнти рядів (3).

При цьому аналітично визначена форма контуру окремого перетину артерії. Для побудови контурів інших перетинів артерії, розташованих по її довжині (координата  $z$  на рис. 2), застосовані методи гіперспектрального аналізу [12].

При цьому просторова поверхня артерії подається у вигляді двовимірного ряду Фур'є виду:

$$F(x, y, z) = \sum_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \sum c_m e^{j \left( q \frac{2\pi}{L_0} L + m \frac{2\pi}{z_0} z \right)}, \quad (6)$$

де  $j = \sqrt{-1}$  – комплексна одиниця;  $L_0$  – найбільший периметр артерії на ділянці, де наявний стеноз;  $z_0$  – довжина ділянки артерії;  $c_{q,m}$  – комплексні коефіцієнти двовимірного ряду Фур'є.

Комплексні коефіцієнти визначаються по високочастотній спрощеній 3D моделі поверхні артерії (рис. 2 а). При цьому високоточна 3D модель згладжується 2D сплайнами з одержанням 2D аналітичної моделі поверхні артерії у виді  $f_z(z, L)$ . Комплексні коефіцієнти знаходяться двохкратним інтегруванням 2D аналітичної моделі згідно залежності:

$$c_{q,m} = \frac{1}{L_0 z_0} \int_0^{L_0} \int_0^{z_0} f_{zL}(z, L) \cdot e^{-j \left( q \frac{2\pi}{L_0} L + m \frac{2\pi}{z_0} z \right)} dL dz, \quad (7)$$

Подання поверхні артерії у вигляді ряду (6) дає можливість описати різноманітні форми артерій із стенозом.

Змінюючи параметри моделі (6), визначаємо всі можливі варіанти поверхонь артерій (7), що описують характерні випадки форми поверхні артеріального русла.

Математична модель геометричної форми артерії в окремих випадках може бути спрощена без суттєвої втрати точності моделі. Встановлено, що форму поверхні можливо описати спрощеною 4-х параметричною моделлю виду:

$$x + y^2 = (\sigma R_0)^2 \left( 1 - \lambda \sin^2 z \right)^2 - v \sin^2 z, \quad (8)$$

де:  $v$  – ексцентриситет ділянки звуження артерії;  $\lambda$  – ступінь звуження артерії;  $R_0$  – відносний радіус артеріального русла;  $S$  – масштаб.

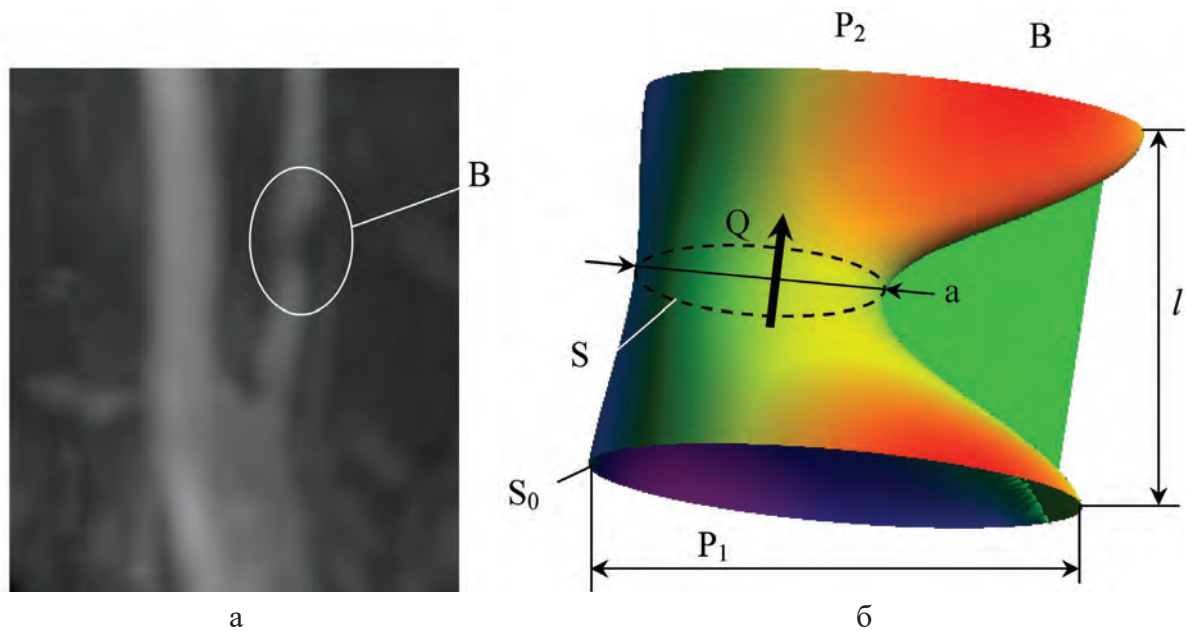
Розроблена математична модель включає 4 параметри. Параметр  $\lambda$  відображає ступінь звуження, параметр  $v$  відповідає значенню ексцентриситету ділянки звуження (високе значення відповідає максимальному ексцентриситету, низьке забезпечує відсутність ексцентриситету). Параметр  $R_0$  визначає відносний радіус артеріального русла та показує наскільки різким буде звуження. Низьке значення  $R_0$  забезпечує плавне звуження, а високе означає швидке зменшення площі перетину артерії по мірі просування вздовж артеріального русла. Параметр  $\sigma$  відображає масштаб моделі, а саме співвідношення реального радіусу артерії, та параметру  $R_0$ .

Для побудови спрощеної математичної моделі (8) використовується наявний масив діагностичних даних МРТ або КТ та отримана на його основі реконструкція форми досліджуваної артерії (рис. 4 а). Шляхом числових експериментів вибираються параметри математичної моделі (8) із умови забезпечення максимального співпадіння реконструйованої ділянки артерії та 3D поверхні, що описується представленою математичною моделлю (8). Будеться геометричний образ ділянки артерії (рис. 4 б), який відповідає моделі (8).

На основі розробленої 3D геометричної моделі артерії проведено розрахунок гідравлічних параметрів течії крові, зокрема теоретично визначено ФРК.

Поперечний перетин артерії апроксимовано еліпсом із піввісьями  $a$  та  $b$ . Із геометричної математичної моделі визначено величину  $\zeta = S/S_0$  зміни площі перетину артерії при стисненні. Враховуючи, що  $S_0 = \pi d^2/4$ , а  $S = \pi ab$ , одержимо залежність для визначення довжини осі еліпса:

$$b = \frac{d^2}{4\zeta a}.$$



**Рис. 4.** МРТ зображення сонних артерій із ділянкою стенозу (а); реконструйована модель та 3D поверхня, що відповідає результатам реконструкції (б).

Для еліптичної ділянки артерії середня швидкість знаходиться за наступною залежністю [4]:

$$V_{cp} = \frac{\Delta p}{4\mu l} \cdot \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2},$$

де  $\Delta p = p_1 - p_2$  – перепад тиску;  $l$  – довжина ділянки артерії;  $\mu$  – еквівалентна динамічна в'язкість крові.

Із використанням значення середньої швидкості визначена витрата крові в артерії:

$$Q = \pi a b V_{cp}.$$

Перепад тиску на ділянці артерії із звуженням [7]:

$$\Delta p = \frac{4 \cdot \mu \cdot l \cdot Q \cdot (a^2 + b^2)}{\pi \cdot a^3 \cdot b^2} \quad (9)$$

Для дослідження гідродинамічних процесів в артеріях складної форми застосовано метод кінцевих елементів (МКЕ). Суть методу полягає у вирішенні рівнянь Нав'є-Стокса, які описують рух крові в артерії чисельними методами. Визначена геометрична форма артерії дає можливість задати початкові й крайові умови (умова непротікання, умова безвідривного обтікання) та вирішити рівняння і відповідно визначити гідродинамічні параметри у будь-якій точці потоку, у тому числі

перепад тиску між входом та виходом зі звуженої ділянки артерії. МКЕ є найбільш універсальним, оскільки забезпечує можливість дослідити ламінарну і турбулентну течію крові. Методика застосована для артерій різноманітної форми. Програмне забезпечення є універсальним і може бути використане для дослідження судинної гемодинаміки.

## Результати та їх обговорення

В результаті проведення дослідження запропоновано метод визначення фракційного резерву кровотоку на основі теоретичного аналізу результатів КТ, МРТ та УЗД. Результати КТ та МРТ досліджень представлені у вигляді наборів зрізів ниркових та сонних артерій. Їх комп'ютерна обробка дає можливість візуалізувати просторову форму артерій та суб'єктивно визначити ступінь стенозу. При чому, зменшення діаметру артерії більше 50 % вважається гемодинамічно значущим. Але результати, отримані візуально, не завжди є точними, оскільки ні яким чином не враховується форма стенозованої ділянки та гідродинамічні процеси, що протікають в ній.

Також до задач дослідження віднесено: розробку методів реконструкції форми артерії на основі даних МРТ та КТ із побудовою наближеної та високоточної 3D моделі ділянки ар-



S

**Рис. 5.** КТ зображення лівої ниркової артерії, де має місце стеноз на рівні атеросклеротичного ураження (стрілка S).

терії зі стенозом; формування розрахункової схеми та моделювання процесів течії крові на цій ділянці артерії; перевірку адекватності моделі по результатам УЗД досліджень течії крові та теоретичне визначення ФРК за результатами математичного моделювання.

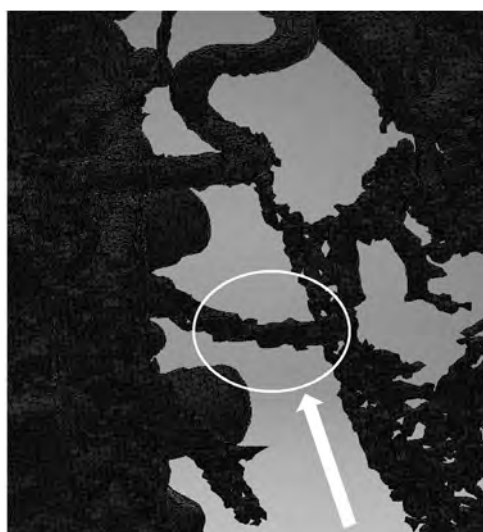
Стеноз артерій будь-якого басейну являє собою васкулярну патологію, що створює загрозу негативних змін течії крові внаслідок зміни розмірів і форми ділянок уражених артерій. Зазвичай судинний стеноз проявляється на КТ/МРТ зображеннях у вигляді звуження

ділянки артерії, яка уражена атеросклеротичним процесом [1, 6]. КТ-зображення з візуалізацією місця стенозу ниркової артерії з атеросклеротичним ураженням представлено на рисунку 5. При цьому результати КТ досліджень подаються у необхідному масштабі. При збільшенні масштабу виділена ділянка артерії (показана стрілкою) зображується із значними похибками (рис. 6).

Явище стенозу просвіту артерій найчастіше виникає внаслідок формування атеросклеротичних бляшок на судинній стінці. Причому,



а



б

**Рис. 6.** Результати КТ досліджень в звичайному масштабі (а) та збільшена ділянка (б), на якій вказана ниркова артерія із стенозом.

можлива ситуація, коли одна атеросклеротична бляшка розміщується з однієї сторони артеріальної стінки (ексцентрично), або ж коли дві бляшки розміщуються на стінках артерії одна навпроти одної (концентрично). Як у першому, так і у другому випадку атеросклеротичні бляшки будуть створювати додатковий гідродинамічний опір, але в першому випадку гідравлічний опір буде більшим внаслідок асиметрії течії.

Значення додаткового гідравлічного опору ділянки артерії буде різним для кожного випадку і дає можливість визначити, чи є даний стеноз гемодинамічно значимим, чи ні. Цей параметр мало залежить від значень тиску в кровоносній системі, тому одні й ті самі результати можна отримати як у період систоли, так і у період діастоли. ФРК залежить від значення середньої швидкості та від в'язкості крові. Значення в'язкості змінюється у невеликих межах і суттєво не впливає на значення показника. Об'ємна витрата крові через артерію, а отже й швидкість, є змінними. Саме зміна швидкості руху крові частково визначає діапазон норми для ФРК, що становить 0.95-

1.0. У випадку, коли стеноз є гемодинамічно значущим (при звуження просвіту судини на 50 % та більше), значення ФРК стає меншим за 0.75.

На цей час визначення ФРК може здійснюватися на спеціальному високовартісному обладнанні [10] та потребує хірургічного втручання (рис. 7).

На рисунку 8 представлено відповідну форму поверхні ниркової артерії із стенозом, що описано у вигляді ряду (6).

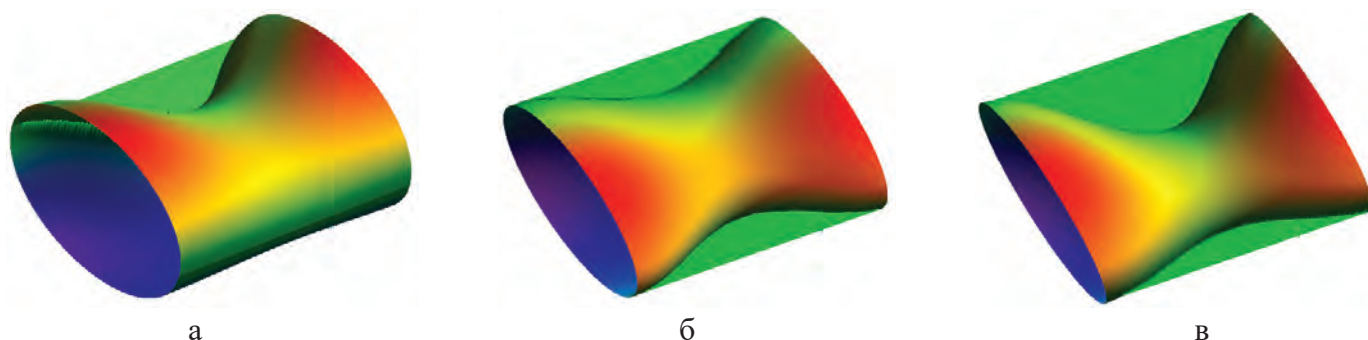
Для наведеного раніше звуженого перетину артерії (рис. 3) визначено  $d=3,6\text{мм}$ ;  $b=0,23\text{мм}$ ;  $a=1,85\text{мм}$ . Розрахунок згідно залежності для вказаних значень параметрів  $d$ ,  $b$ ,  $a$  дає значення перепаду тиску на ділянці артерії із стенозом:

$$\Delta p = 5237 \text{ Па} = 39 \text{ мм.рт.ст.}$$

Перепад тиску при звуженні та розширенні проточного перетину артерії є незначними. При порівнянні знайденого значення перепаду тиску для звуженої артерії із втратами тиску по довжині у артерії без стенозу, що згідно літературних джерел [5] не пере-



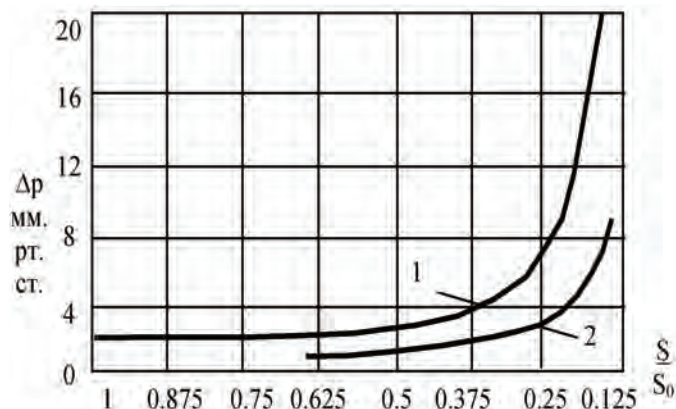
Рис. 7. Приклад визначення ФРК.



**Рис. 8.** Графічна інтерпретація математичних моделей геометричної форми поверхонь артерій із стенозом: а – звужена артерія із одностороннім відкладенням холестеринових бляшок; б – симетричне звуження артерії із двостороннім відкладенням холестеринових бляшок приблизно однакової інтенсивності; в – загальна асиметрична форма звуження артерії.

вищують 2-3 мм. рт. ст., а також проведених попередніх розрахунків, можна зробити висновок, що гідравлічні втрати для артерії із стенозом у даному випадку збільшуються у 10-20 раз.

Розрахунки проведено для артерій із різними площами стенозованого поперечного перетину судини. Результати представлені у вигляді залежності перепаду тиску від площі поперечного перетину артерії (рис. 9).



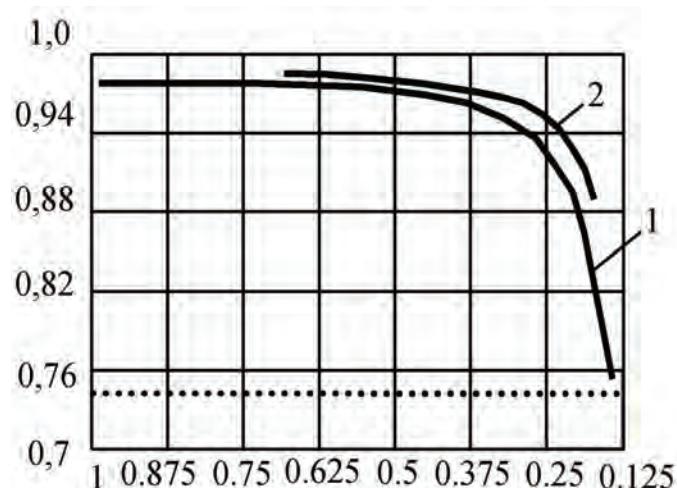
**Рис. 9.** Залежність перепаду тиску в мм. рт. ст. від площі поперечного перетину стенозованої ділянки артерії (криві 1 і 2 відповідають різним ступеням деформації стінки).

Результати гідравлічних розрахунків встановлюють зростання гідравлічного опору при зменшенні площі поперечного перетину артерії у 5-8 раз.

ФРК згідно залежності:

$$FFR = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P}{P_1} \quad (10)$$

Розраховані значення ФРК для розглянутих раніше ділянок артерії мають вигляд характерних нелінійних залежностей (рис. 10).

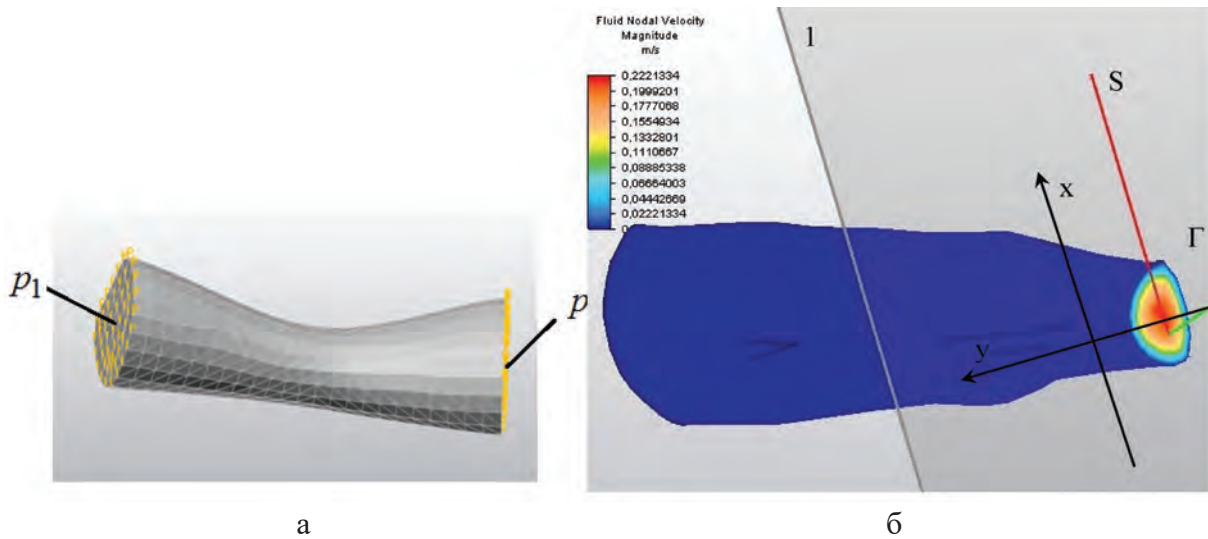


**Рис. 10.** Результати обчислення ФРК в залежності від площі перетину стенозованої артерії (криві 1 та 2 відповідають різним ступеням деформації стінки артерії).

Розрахунок дає можливість визначити, чи знаходиться ФРК у допустимих межах. Зокрема звуження артерії більше ніж визначено точкою G приведе до недопустимих змін кровотоку. Наведені вище розрахунки ФРК виконані з введенням спрощених припущень по течії крові у звуженій ділянці артерії.

Отримані результати реконструкції форми артерії дають можливість більш точно дослідити складні гідродинамічні процеси, що протікають на даній ділянці артерії, визначити гідравлічні втрати та знайти ФРК, ґрунтуючись на проведених МРТ або КТ дослідженнях.





**Рис. 11.** Розбивка звуженої ділянки артерії на кінцеві елементи (а) та результати розрахунку розподілу швидкості крові по перетину артерії (б).

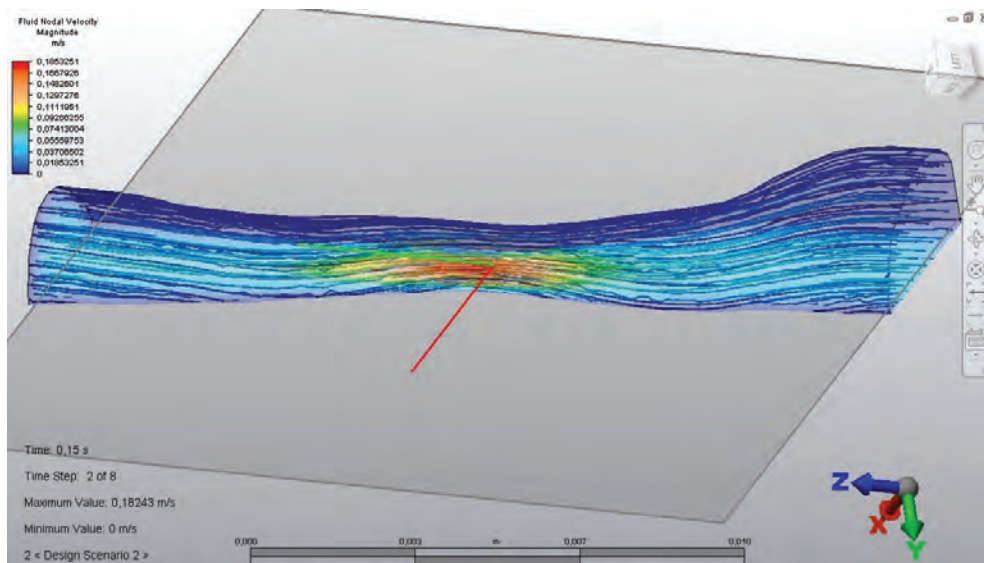
При проведенні розрахунків використана сформована раніше триангулярна модель ділянки артерії або її спрощена високоточна 3D модель. Об'єм артерії розбивається на кінцеві елементи (рис. 11).

В подальшому задаються характеристики середовища (насамперед густина та в'язкість крові), задаються початкові умови, а також перепад тиску між вхідним та вихідним перетинами досліджуваних артерій.

Для перевірки адекватності моделі використовуються результати моделювання гідродинамічних процесів, що візуалізують картини ліній течії (рис. 12).

Представлені результати розрахунків відображають траєкторії частинок крові. Зміна швидкості частинок візуалізується за допомогою градієнту кольору. Траєкторії частинок дають можливість дістати уявлення про рух крові та його особливості. Наприклад, наявність невеликого двостороннього звуження артерії практично не змінює траєкторії частинок, а значне одностороннє звуження суттєво змінює лінії течії, оскільки за ділянкою звуження буде спостерігатися вихроутворення, що призводить до значного збільшення гідравлічних втрат.

Для кінцево-елементних моделей розглянутого типу більш точні результати отримують,



**Рис. 12.** Візуалізація розрахункових ліній течії крові на звуженій ділянці артерії.

задаючи перепад тиску між вхідним та вихідним перетином. У цьому випадку ФРК буде задано, а в результаті моделювання отримують поле швидкостей в перетинах артерії (рис. 12). Розподіл швидкостей по перетинах подано у вигляді градієнту кольору. Поле швидкостей дає можливість визначити середню швидкість руху крові, а також її об'ємну витрату через перетин. У результаті моделювання визначається залежність ФРК від середньої швидкості. У літературі [3, 5, 9] наведені результати дослідження по визначенню рівня швидкості руху крові у різних артеріях (сонних, ниркових, та ін.). Орієнтуючись на представлені в літературі значення, а саме на максимальне та мінімальне значення нормального рівня швидкості, можна оцінити діапазон зміни ФРК для конкретного розглянутого випадку.

При застосуванні такої методики визначаються лише наближені значення ФРК. Підвищити точність результатів можливо по значенню середньої швидкості руху крові на даній ділянці. Ці дані найпростіше отримати при використанні результатів УЗД досліджень, проведених для відповідної стенозованої судини (рис. 13).

Згідно із представленими даними є можливість використати значення швидкості у період систоли та діастоли у вибраній точці. Також результати дають можливість шляхом інтегрування визначити середню швидкість по перетину артерії, а відповідно і об'ємну витрату крові. Маючи такі дані, можна з більш високою точністю оцінити значення ФРК.

Представлена вище методика визначення ФРК, особливо за умови використання результатів УЗД досліджень, забезпечує достатньо точні результати, але практичне її застосування пов'язане із деякими труднощами. Найсамперед, вони пов'язані із використанням різноманітного програмного забезпечення на кожному з етапів дослідження: програмне забезпечення для формування твердотільної моделі на основі масиву діагностичних даних МРТ або КТ; програми для твердотільного моделювання; програмне забезпечення для дослідження гемодинаміки з використанням МКЕ. Використання різних програмних продуктів значно збільшує час, що затрачується на визначення ФРК, до того ж потребує високої кваліфікації персоналу, а саме вільного володіння усіма представленими програмними продуктами.

Для забезпечення раціонального проведення досліджень розроблена спеціальна методика та програмне забезпечення.

Отже, отримана в результаті реконструкції артерії поверхня, що відповідає діагностичним даним, як по конфігурації так і по розмірам, в подальшому використовується при дослідженні гідродинамічних процесів. При вирішенні рівнянь гідродинаміки рекомендовано застосовувати МКЕ і спрощені гідродинамічні моделі. У цьому випадку остаточне значення параметра ФРК можна отримати в одному програмному середовищі у межах однієї програми та значно знизити затрачуваний час.

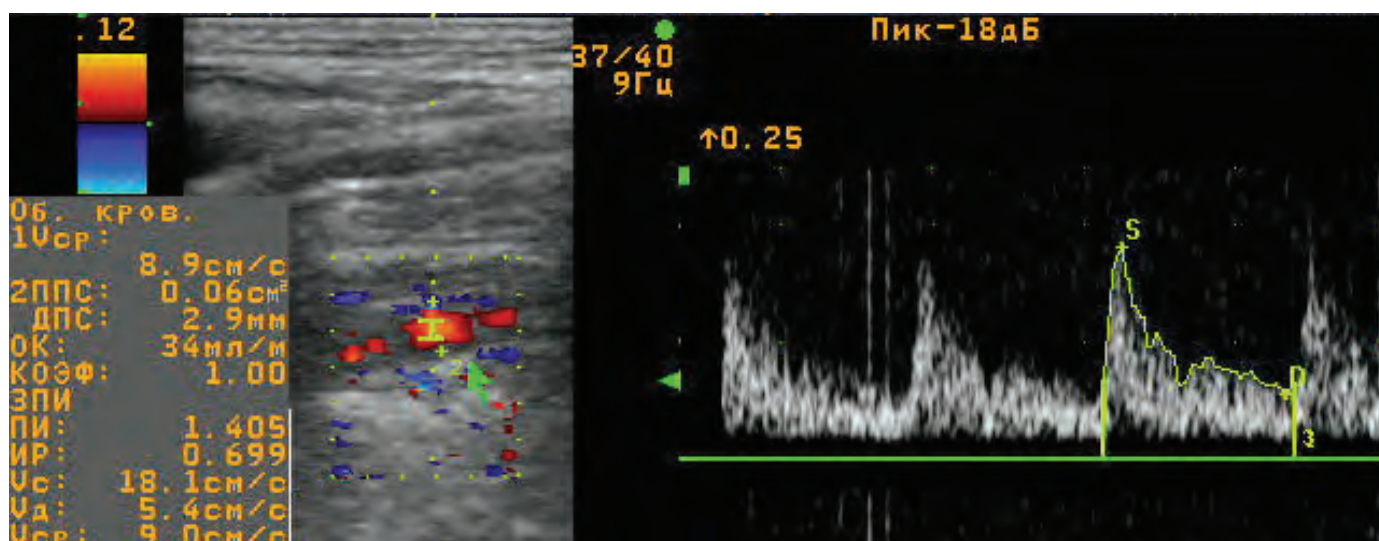


Рис. 13. Визначення середньої швидкості крові на ділянці артерії за даними УЗД досліджень.

## Висновки

Теоретичне визначення ФРК на основі масиву діагностичних даних КТ або МРТ сьогодні є актуальною науково-практичною задачею. Застосування МКЕ при дослідженні гемодинаміки, а також додаткове використання даних УЗД досліджень дозволяє отримати високоточні результати розрахунку ФРК, відповідні реальним даним.

Розроблений та апробований в результаті досліджень метод визначення ФРК, що базується на використанні спрощених моделей, дає можливість достатньо точно та швидко визначити ФРК та може бути взятий за основу при розробці програмного забезпечення для КТ та МРТ візуалізації.

Рекомендується визначити, як напрямок подальших досліджень, гідравлічні характеристики усього комплексу артерій, враховуючи при цьому можливість стенозу на характерних ділянках артерій.

## Література

1. Іванів Ю. А. Радіологічні методи в ранній діагностиці атеросклерозу / Ю. А. Іванів, Ю. О. Паламарчук, Н. Д. Оришин // Променева діагностика, променева терапія. – 2017. – № 1 – С. 35-40.
2. Каро К. Механика кровообращения / К. Каро, Т. Педли, Р. Шротер, У. Сид. – М.: МИР, 1981. – 623 с.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 847с.
4. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов / Т. Педли – М.: МИР, 1983. – 400 с.
5. Скобцов Ю. А. Моделирование и визуализация поведения потоков крови при патологических процессах / Ю. А. Скобцов, Ю. В. Родин, В. С. Оверко. — Донецк: Издатель А. Ю. Заславский, 2008. – 212 с.
6. Федьків С. В. Використання мультитекторної комп'ютерної томографії для оцінки атеросклеротичного ураження вінцевих артерій у пацієнтів з ішемічною хворобою серця та супутніми захворюваннями / С. В. Федьків, В. С. Танасічук // Український кардіологічний журнал. – 2016. – № 1. – С. 67-74.
7. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
8. Jensen J. M. Noninvasive Fractional Flow Reserve for the Diagnosis of Lesion-specific Ischemia / J. M. Jensen, L. C. Gormsen, H. Mølgaard // A Case Example Journal of Clinical Imaging Science. – 2015. – Vol. 5. – P. 115-118.
9. Hecht H. S. Changes in calcified plaque and serum lipoprotein values: evaluation by electron beam tomography in treated and untreated asymptomatic patients / H. S. Hecht, S. M. Harman // Am. J. Cardiol. – 2003. – № 91. – P. 1131-1134.
10. Rationale and design of the DeFACTO (Determination of Fractional Flow Reserve by Anatomic Computed tomographic Angiography) study / J. K. Min, D. S. Berman, M. J. Budoff [ et al.] // J. Cardiovasc. Comput. Tomogr. – 2011. – № 5(5). – P. 301-309.
11. Sarwar A. Diagnostic and prognostic value of absence of coronary artery calcification / A. Sarwar, L. J. Shaw, M.D. Shapiro // J. Am. Coll. Cardiol. Img. – 2009. – № 2. – P. 675–88.
12. Strutynskiy S.V. Definition of vibro displacements of drive systems with laser triangulation meters and setting their integral characteristics via hyper-spectral analysis method / S. V. Strutynskiy, A. A. Hurzhii // Scientific Bulletin of National Mining University. – 2017 – № 1. – P. 75-81.

### ОЦІНКА ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В АРТЕРІАЛЬНОМУ РУСЛІ ЗА МАСИВОМ ДІАГНОСТИЧНИХ ДАНИХ КТ, МРТ ТА УЗД З ВИКОРИСТАННЯМ 3-D МОДЕЛЮВАННЯ

*С.В. Федьків, С.В. Струтинський*

**Мета дослідження** – на основі даних КТ, МРТ та УЗД досліджень провести визначення реальної геометричної форми ниркових і сонних артерій та розрахунок параметрів течії крові на ділянці артерії зі стенозом, із подальшим визначенням фракційного резерву кровотоку (ФРК).

**Матеріал і методи.** Використано данні КТ, МРТ та УЗД дослідження ниркових та сонних артерій, які виконані для виявлення залежності параметру ФРК від ступені звуження ділянки артерії зі стенозом.

**Результати.** Проведено твердотільне моделювання ділянок артерій із врахуванням реальної геометрії судин. Використана додаткова комп'ютерна обробка тривимірної моделі

ділянки артерії з використанням двовимірних сплайнів. Розроблена математична модель, що описує поверхню судини складної форми, що базується на використанні рядів Фур'є. Представлена методика теоретичного визначення ФРК на основі масиву діагностичних даних КТ або МРТ із застосуванням методу кінцевих елементів при дослідженні гемодинаміки. Запропонована можливість підвищення точності результатів при визначенні ФРК шляхом додаткового використання даних УЗД досліджень.

**Висновки.** Розроблено метод визначення ФРК, що реалізується за допомогою використання розробленої чотирьох параметричної моделі. Виконана апробація представлених методів та отримано залежності параметру ФРК від ступені звуження ділянки артерії.

### ОЦЕНКА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АРТЕРИАЛЬНОМ РУСЛЕ ПО МАССИВУ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ КТ, МРТ И УЗД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 3-D МОДЕЛИРОВАНИЯ

*С.В. Федькив, С.В. Струтинский*

**Цель статьи** – на основе данных КТ, МРТ и УЗИ исследований провести определение реальной геометрической формы почечных и сонных артерий и расчет параметров кровотока на участке артерии со стенозом, с последующим определением фракционного резерва кровотока (ФРК).

**Материал и методы.** Используются данные КТ, МРТ и УЗИ исследования почечных и сонных артерий, выполненных для выявления зависимости параметра ФРК от степени сужения участка артерии со стенозом.

**Результаты.** Проведено твердотельное моделирование участков артерий с учетом реальной геометрии сосудов. Использована дополнительная компьютерная обработка трехмерной модели участка артерии с использованием двумерных сплайнов. Разработана математическая модель, описывающая поверхность сосуда сложной формы, основанная на использовании рядов Фурье. Представлена методика теоретического определения ФРК на основе массива диагностических данных КТ или МРТ с применением метода конечных

элементов при исследовании гемодинамики. Предложена возможность повышения точности результатов при определении ФРК путем дополнительного использования данных УЗИ исследований.

**Выводы.** Разработан метод определения ФРК, который реализуется посредством использования разработанной четырех параметрической модели. Проведена апробация представленных методов, получены зависимости параметра ФРК от степени сужения участка артерии.

### HYDRODYNAMIC PROCESSES IN ARTERIAL BED EVALUATION BY DIAGNOSTIC DATA ARRAY OF CT, MRI AND US WITH 3-D MODELING

*S.V. Fedkiv, S.V. Strutynskyi*

**Purpose of the article** – on the basis of CT, MRI and ultrasound data, to determine the real geometric form of the renal and carotid arteries and to calculate blood flow parameters in the artery with stenosis, followed by the determination of the fractional flow reserve (FFR).

**Material and methods.** The data of CT, MRI and ultrasound examination of renal and carotid arteries were applied to determine the dependence of the FFR parameter on the degree of narrowing of the artery section with stenosis.

**Results.** A solid modeling of the artery sections was done taking into account the real geometry of the vessels. We used two-dimensional splines for additional computer processing of the 3D model of the artery section. A mathematical model that use Fourier series for describing the complex shape of the surface of a vessel was developed. The method of theoretical determination of FFR based on the array of CT or MRI diagnostic data was developed. The finite element method for study of hemodynamics is applied. It is possible to increase the accuracy of the results of determination of FFR by additional using of the ultrasound studies.

**Conclusions.** A method for determining of the FFR is developed, which is realized by using the developed four parametric model. Approbation of the presented methods was done by founding the dependences between FFR parameter and narrowing of the artery.